

第2章 メソモデルの現状と課題

2.1 力学過程¹

2.1.1 はじめに

メソモデル (MSM) は、静力学スペクトルモデル (巽 1986; Tatsumi 1986) によって 2001 年 3 月に運用が開始され、2004 年 9 月には気象庁非静力学モデル (JMA-NHM; 気象庁予報部 2003; Saito et al. 2006) が導入された。2017 年 2 月には JMA-NHM を置き換える形で新しい気象庁非静力学モデル asuca (気象庁予報部 2014) が導入されている。局地モデル (LFM) は、JMA-NHM を用いて 2012 年 8 月に運用が開始され、2015 年 1 月に JMA-NHM を置き換える形で asuca が導入されている。

asuca は、第 9 世代のスーパーコンピュータ導入の検討に際し、LFM における JMA-NHM の計算効率が懸念されたことをきっかけに開発が開始され、計算機の趨勢に合わせた改良を念頭に置きながら、保存性の向上、計算安定性の向上、計算精度と計算効率の両立等を目指して開発が進められた (石田・藤田 2014)。

asuca の力学過程の詳細は、これまで数値予報課報告・別冊第 60 号 (気象庁予報部 2014; 以下、単に「第 60 号」と記述する) の第 2 章「力学過程」の各節 (河野ほか (2014)、松林ほか (2014b)、松林ほか (2014c)、松林ほか (2014a)、河野・荒波 (2014)) で報告されている。その内容は、LFM への導入を直近の目標として開発を進めていた当時のものであるが、現在も基本的に変更されていない。ただし、その後、MSM への導入に向けた開発が進められる中で、計算安定性や計算効率、予測精度の点で変更が加えられた。

この節は、現在、MSM および LFM の数値予報モデルとして利用されている asuca の力学過程を概説することと、第 60 号以降の変更点を述べることの 2 つを狙いとする。第 2.1.2 項から第 2.1.5 項までで、本稿執筆時点 (2019 年 12 月) の asuca の力学過程 (支配方程式、空間離散化、時間積分法、側面・上部境界条件) の概要を解説する。次に、第 2.1.6 項で第 60 号以降の変更の内容と背景を説明する。第 2.1.2 項から第 2.1.5 項の力学過程の概説の各項目の末尾に「第 60 号からの変更点」として第 2.1.6 項の関連箇所を示すようにした。最後に第 2.1.7 項でまとめと今後の課題を述べる。

2.1.2 支配方程式

asuca で用いる支配方程式は、完全圧縮の非静力学方程式系であり、質量、運動量、温位、水物質の保存則と状態方程式から構成される。一般座標 (ξ, η, ζ) での方程式系を用いるが、後述する split-explicit 法の利用など主に計算効率の観点から、 ζ 軸と重力加速度を平行とする制限を設けている。MSM, LFM では、水平方向に

は球面直交曲線座標 (地図投影法を利用) を、鉛直方向には地形に沿った座標を用い、shallow assumption² を導入している。

大気が乾燥大気 (d)、水蒸気 (v)、雲水 (c)、雨 (r)、雲氷 (i)、雪 (s)、あられ (g) といった成分で構成されていることを考慮して定式化し、大気各成分の密度の和を全密度と定義する。局所直交直線座標における大気速度 (u, v, w) 、密度 ρ 、温位 θ 、全密度と大気各成分の密度の比を q とする。大気各成分について記述する場合は、下付きの添字 α で区別し、各成分の和をとる場合は \sum_{α} で表す。全密度は

$$\rho = \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} = \rho_d + \rho_v + \rho_c + \rho_r + \rho_i + \rho_s + \rho_g \quad (2.1.1)$$

と表す。また、大気鉛直速度と降水粒子の落下速度の違いを考慮し、大気各成分によってそれぞれの落下速度 $w_{t\alpha}$ を定義する。そして、落下速度を持つ水物質を sed で表すものとし、乾燥大気と落下速度を持たない水物質の密度の合計 ρ_b を以下で定義する³。

$$\rho_b = \sum_{\alpha \neq sed} \rho_{\alpha} = \rho \left(1 - \sum_{\alpha = sed} q_{\alpha} \right) \quad (2.1.2)$$

局所直交直線座標 (x, y, z) から一般座標 (ξ, η, ζ) への変換のヤコビアン J は、

$$J \equiv \begin{vmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{vmatrix} \quad (2.1.3)$$

と定義される。なお、変換のメトリック $(\partial\xi/\partial x)_{y,z}$ を ξ_x のように表記している (他のメトリックも同様)。 ζ 軸を重力加速度と平行とする制限によって、 $\xi_z = \eta_z = 0$ である。一般座標系における大気速度 (U, V, W) は、

$$\begin{aligned} U &= \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w \\ V &= \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w \\ W &= \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

一般座標系における落下速度 $W_{t\alpha}$ は、

$$W_{t\alpha} = \zeta_z w_{t\alpha} \quad (2.1.5)$$

で定義される。

予報変数は、 ρ' , ρu , ρv , ρw , $(\rho\theta_m)'$, $\rho q_{\alpha} (\alpha \neq d)$ であり、それぞれ全密度の基本場⁴からの偏差、局所直交

² 地球半径に対して、大気の高さが十分小さいとする近似。

³ 質量保存の式、運動量保存の式において、「落下速度を持たない成分の鉛直移流」と「落下速度を持つ成分の鉛直移流」に分けて扱うため。詳細は第 2.1.6 項 (2) を参照。

⁴ 計算機上の桁落ちによる計算精度の低下を防ぐ目的で用いる。(2.1.7) 式を満たすようにしている。

¹ 河野 耕平

直線座標 (x, y, z) 方向の運動量、 $\rho\theta_m$ の基本場からの偏差、水物質の密度を表す。 θ_m は、乾燥大気気体定数 R_d と水蒸気気体定数 R_v の比を $\epsilon = R_d/R_v$ とし、以下で定義する。

$$\begin{aligned}\theta_m &= \theta \left(\frac{\rho_d}{\rho} + \frac{\rho_v}{\epsilon\rho} \right) \\ &= \theta \left(\frac{\rho - \rho_v - \sum_{\alpha \neq d,v} \rho_\alpha}{\rho} + \frac{\rho_v}{\epsilon\rho} \right) \\ &= \theta \left(1 + \left(\frac{1-\epsilon}{\epsilon} \right) q_v - \sum_{\alpha \neq d,v} q_\alpha \right)\end{aligned}\quad (2.1.6)$$

基本場からの偏差は「'」を、基本場の値は「-」をつけて表す。基本場は次式の静力学平衡を満たすよう作成し、時間変化はしないものとする。

$$\gamma R_d \bar{\Pi} \frac{1}{J} \zeta_z \frac{\partial}{\partial \zeta} (\overline{\rho\theta_m}) + \frac{\bar{\rho}g}{J} = 0 \quad (2.1.7)$$

ここで、 γ は乾燥大気の定圧比熱 C_p と定積比熱 C_v の比である ($\gamma = C_p/C_v$)。 Π はエクスター関数で、気圧 p 、基準気圧 p_0 ($= 1000$ hPa) として次式で定義される。

$$\Pi = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{R_d}{C_p}} \quad (2.1.8)$$

以下に支配方程式を示す。式の導出の詳細は河野ほか (2014) を参照していただきたい。各方程式の F で表す項は、この後の各節で説明される物理過程から得られる項である。現状、MSM, LFM とともに $F_\rho = 0$ 、 $F_{\rho u}, F_{\rho v}, F_{\rho w}$ は境界層過程 (第 2.6 節) から、 $F_{\rho\theta_m}, F_{\rho\alpha}$ は積雲対流 (第 2.2 節)、雲 (第 2.3 節)、境界層 (第 2.6 節)、地表面 (第 2.7 節) の各過程から時間変化率を得ている。各方程式の D で表す項は第 2.1.5 項で説明する境界の扱いのために付加されるレイリーダンピングの項 ((2.1.35) 式) である。

質量保存の式

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{J} \rho' \right) &= -\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{J} \rho U \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{J} \rho V \right) \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{J} \rho_b W \right) - \sum_{\alpha=\text{sed}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{J} \rho q_\alpha (W + W_{t\alpha}) \right) \\ &\quad + \frac{1}{J} F_\rho + \frac{1}{J} D_\rho\end{aligned}\quad (2.1.9)$$

運動量保存の式

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{J} \rho u \right) &= -\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{J} \rho u U \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{J} \rho u V \right) \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{J} \rho_b u W \right) - \sum_{\alpha=\text{sed}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{J} \rho q_\alpha u (W + W_{t\alpha}) \right) \\ &\quad - \gamma R_d \Pi \left\{ \frac{1}{J} \xi_x \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho\theta_m)' + \frac{1}{J} \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho\theta_m)' \right. \\ &\quad \quad \left. + \frac{1}{J} \zeta_x \frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho\theta_m)' \right\} \\ &\quad - \frac{1}{J} \rho v \Gamma - \frac{1}{J} \rho v f + \frac{1}{J} F_{\rho u} + \frac{1}{J} D_{\rho u}\end{aligned}\quad (2.1.10)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{J} \rho v \right) &= -\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{J} \rho v U \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{J} \rho v V \right) \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{J} \rho_b v W \right) - \sum_{\alpha=\text{sed}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{J} \rho q_\alpha v (W + W_{t\alpha}) \right) \\ &\quad - \gamma R_d \Pi \left\{ \frac{1}{J} \xi_y \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho\theta_m)' + \frac{1}{J} \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho\theta_m)' \right. \\ &\quad \quad \left. + \frac{1}{J} \zeta_y \frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho\theta_m)' \right\} \\ &\quad + \frac{1}{J} \rho u \Gamma + \frac{1}{J} \rho u f + \frac{1}{J} F_{\rho v} + \frac{1}{J} D_{\rho v}\end{aligned}\quad (2.1.11)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{J} \rho w \right) &= -\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{J} \rho w U \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{J} \rho w V \right) \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{J} \rho_b w W \right) - \sum_{\alpha=\text{sed}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{J} \rho q_\alpha w (W + W_{t\alpha}) \right) \\ &\quad - \gamma R_d \Pi \left\{ \frac{1}{J} \zeta_z \frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho\theta_m)' \right\} + \left(\frac{\rho'}{J} - \frac{\Pi' \bar{\rho}}{\Pi J} \right) g \\ &\quad + \frac{1}{J} F_{\rho w} + \frac{1}{J} D_{\rho w}\end{aligned}\quad (2.1.12)$$

ここで、 f はコリオリパラメータ、 g は重力加速度である。(2.1.10) 式、(2.1.11) 式の曲率項の Γ については後述する。なお、(2.1.12) 式の気圧傾度力項に関して、 $\xi_z = \eta_z = 0$ によって、これらの項は表記していない。

温位の式

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{J} (\rho\theta_m)' \right) &= \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{J} \rho\theta_m U \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{J} \rho\theta_m V \right) \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{J} \rho\theta_m W \right) + \frac{1}{J} F_{\rho\theta_m} + \frac{1}{J} D_{\rho\theta_m}\end{aligned}\quad (2.1.13)$$

水物質の式

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{J} \rho q_\alpha \right) &= -\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{J} \rho q_\alpha U \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{J} \rho q_\alpha V \right) \\ &- \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{J} \rho q_\alpha (W + W_{t\alpha}) \right) + \frac{1}{J} F_{\rho\alpha} + \frac{1}{J} D_{\rho\alpha} \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

状態方程式

$$p = R_d \Pi \rho \theta_m \quad (2.1.15)$$

以上が支配方程式となる。運動量保存の式の曲率項の Γ は、 x, y 方向のマッピングファクター m_1, m_2 を用いて次式で表す。

$$\Gamma = u \frac{m_2}{m_1} \frac{\partial m_1}{\partial \eta} - v \frac{m_1}{m_2} \frac{\partial m_2}{\partial \xi} \quad (2.1.16)$$

MSM, LFM では地図投影法にランベルト等角投影法を用いており、

$$m_1 = m_2 = m = \left(\frac{\cos \varphi}{\cos \varphi_1} \right)^{a-1} \left(\frac{1 + \sin \varphi_1}{1 + \sin \varphi} \right)^a \quad (2.1.17)$$

である。ここで、

$$a = \ln \left(\frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} \right) / \ln \left\{ \frac{\tan \left(45^\circ - \frac{\varphi_1}{2} \right)}{\tan \left(45^\circ - \frac{\varphi_2}{2} \right)} \right\} \quad (2.1.18)$$

であり、 φ_1, φ_2 は基準緯度で MSM, LFM ともに $\varphi_1 = 30^\circ, \varphi_2 = 60^\circ$ としている。

第 60 号からの変更点

- (2.1.10) 式–(2.1.12) 式の気圧傾度力項の扱いに変更がある。第 2.1.6 項 (1) で説明する。
- (2.1.9) 式、(2.1.10) 式–(2.1.12) 式の「落下速度を持つ水物質の鉛直移流」による変化の項の扱いに変更がある。第 2.1.6 項 (2) で説明する。

2.1.3 空間離散化

格子系は、水平方向には Arakawa-C 格子 (Arakawa and Lamb 1977)、鉛直方向には Lorenz 格子 (Lorenz 1960; Arakawa and Konor 1996) を採用している。すなわち、 $\rho, \rho \theta_m$ などのスカラー量はセルの中心に定義し、 u, v, w はセル中心からそれぞれ ξ, η, ζ 方向に半格子だけずらしてセルの境界に配置する。MSM と LFM では、水平方向には球面直交曲線座標 (ランベルト等角投影法を利用) を、鉛直方向には石田 (2008a) による鉛直ハイブリッド座標を採用している。MSM と LFM の具体的な鉛直層設定について付録 2.1.A に示す。

空間離散化には有限体積法を採用し、セル中心に定義したスカラー量は、そのセル内の体積平均であるとする。セル内のスカラー量の総量の時間変化を、セル境界でのフラックスによる出入りによって求めていく。

移流スキームは、3 次精度風上差分を基本とし、単調性を保つために Koren (1993) の流束制限関数を用いる。asuca の移流の計算安定性の条件を付録 2.1.B に示す。

ここで、以降の空間離散化に関する表記を説明しておく。セル中心は ξ, η, ζ 方向の格子番号を i, j, k と表し、 i, j, k と $i+1, j+1, k+1$ のセル境界は $i+1/2, j+1/2, k+1/2$ と表す。また、 ξ 方向のフラックスの流入の和を $()_{i-1/2}^{i+1/2}$ のように表す。 η 方向と ζ 方向についても同様である。

asuca の空間離散化の狙いや有限体積法で離散化した式などの詳細は松林ほか (2014b) を、移流スキームの詳細は松林ほか (2014a) を参照していただきたい。

第 60 号からの変更点

変更点はない。

2.1.4 時間積分法

(1) 時間積分の構造

物理過程を含めた asuca の時間積分構造を図 2.1.1 に示す。以下、この図に沿って説明する。「`timestep_long`」で示した時間積分のループが 1 ステップを示す。この積分時間間隔を Δt とする。

力学過程

時間積分スキームとして Wicker and Skamarock (2002) による 3 段階ルンゲクッタ法 (以下、RK3) を用いる。「`RK_long`」で示したのが Δt の RK3 の時間積分ループである。(2.1.9) 式–(2.1.14) 式の移流項、コリオリ項、曲率項およびレイリーダンピング項を評価する。

計算効率を考慮して Δt はできるだけ長く設定し、一方で Δt では安定に時間積分できない現象 (伝搬速度の速い現象) に関する項は、それぞれの現象に応じた短い積分時間間隔 ($\Delta \tau$ で表す) に分割して積分を行う。現状、時間分割を適用する現象は、以下の 3 つである。

1. 音波と重力波
2. 鉛直移流
3. 落下速度を持つ水物質の鉛直移流

「音波と重力波の時間分割」は、音速により分割回数 `nsound` が決まる。「`short`」(ショートタイムステップ) と示した時間積分ループである。この項の (2) で説明する。

「鉛直移流の時間分割」は、局所的な大気速度に応じて必要な場合にのみ時間分割が発生する。「`dynamics_run_rk_long`」の中の移流計算の手続き内に含まれ、鉛直移流による時間変化率を得る。この項

```

timestep_long: do                                ! 時間積分 (間隔 Δ t) のループ開始
  call diagnose_run_long                         ! 診断変数の計算
  call physics_run_long                         ! 物理過程の F1 の計算 (現状: 放射・境界層・地表面・◎積雲対流)
  !
  RK_long: do rk_count = 1, 3                   ! ルンゲクッタ法 (long) のループ開始
    call diagnose_run_rk_long                   ! 診断変数の計算
    call physics_run_rk_long                   ! 物理過程の Frk の計算 (現状: ◎ MSM の凝結計算)
    call dynamics_run_rk_long                 ! 力学過程の Frk の計算 (現状: 移流 (◎鉛直移流の時間分割を含む)、
    !                                         コリオリ力、曲率、レイリーダンピング)
    call sediment_run                          ! 落下速度を持つ水物質の鉛直移流の時間分割による時間積分
    !
    short: do count_s = 1, nsound             ! ショートタイムステップのループ開始
      RK_short: do rk_count_s = 1, 3          ! ショートタイムステップの中のルンゲクッタ法のループ開始
        call diagnose_run_rk_short           ! 診断変数の計算
        call dynamics_run_rk_short          ! split-explicit 法による時間積分
      end do RK_short                          ! ショートタイムステップの中のルンゲクッタ法のループ終了
    end do short                              ! ショートタイムステップのループ終了
    !
    call tmanage_post_short                   ! ショートタイムステップ後の時間積分 (現状: 落下速度を持たない水物質
    !                                         および乱流統計量)
  end do RK_long                              ! ルンゲクッタ法 (long) のループ終了
  !
  call tmanage_post_long                       ! ロングタイムステップ後の時間積分 (現状: 地面温度、土壤水分)
  !
  call diagnose_adjust_long                   ! 診断変数の計算
  call physics_adjust_long                   ! 物理過程の Fa の計算 (現状: 雲物理)
  call tmanage_post_adjust                   ! 時間積分 (現状: 水物質、温位、密度)
  !
end do timestep_long                          ! 時間積分 (間隔 Δ t) のループ終了

```

図 2.1.1 時間積分の順序を表す模式図。図中 F1, Frk, Fa はそれぞれ (2.1.19) 式-(2.1.22) 式の F_1, F_{rk}, F_a を表す。松林ほか (2014c) の図 2.3.1 の一部を現状の内容に合わせて更新 (本節で説明する更新事項には◎を付した)。

の (3) で説明する。

「落下速度を持つ水物質の鉛直移流の時間分割」は局所的な大気速度と水物質の落下速度に応じて必要な場合にのみ時間分割が発生する。「sediment_run」の手続き内に含まれ、落下速度を持つ水物質の時間積分がこの中で行われる。この項の (4) で説明する。

物理過程を組み込んだ全体

この時間積分構造に物理過程をどのように組み込むかには任意性があり、その検討が必要になる。現状、MSM と LFM の物理過程には、各過程の時間変化率を独立に評価するパラレルスプリッティングとして扱うものと、その他の過程による時間変化率を足し込んだ後 (時間変化後) の状態から時間変化率を求めるシーケンシャルスプリッティングとして扱うものがある。パラレルスプリッティングとして扱う時間変化率のうち「RK_long」ループの外で計算するものを F_1 、「RK_long」ループの中で計算するものを F_{rk} 、シーケンシャルスプリッティングとして扱う時間変化率を F_a とすると、予報変数 f の時間積分は以下のように書ける。ここで、時刻 t における f を f^t と表し、仮積分値は上付きの「*」で表す。

$$\begin{aligned}
 f^* &= f^t + F(f^t) \cdot \frac{1}{3} \Delta t \\
 &= f^t + \{F_{rk}(f^t) + F_1(f^t)\} \cdot \frac{1}{3} \Delta t
 \end{aligned}
 \tag{2.1.19}$$

$$\begin{aligned}
 f^{**} &= f^t + F(f^*) \cdot \frac{1}{2} \Delta t \\
 &= f^t + \{F_{rk}(f^*) + F_1(f^t)\} \cdot \frac{1}{2} \Delta t
 \end{aligned}
 \tag{2.1.20}$$

$$\begin{aligned}
 f^{***} &= f^t + F(f^{**}) \cdot \Delta t \\
 &= f^t + \{F_{rk}(f^{**}) + F_1(f^t)\} \cdot \Delta t
 \end{aligned}
 \tag{2.1.21}$$

$$f^{t+\Delta t} = f^{***} + F_a(f^{***}) \cdot \Delta t
 \tag{2.1.22}$$

F_1 は時間積分ループの初めに計算を行い、「RK_long」ループ内 F_{rk} の計算を繰り返し、これらの時間変化率を加えた後に F_a を計算する。これら一連の計算により、1 ステップの時間積分を行う。

第 60 号からの変更点

図 2.1.1 の時間積分構造自体は変更しておらず、図中に「◎」を付した追加項目が変更点である。

- 「dynamics_run_rk_long」に「鉛直移流の時間分割」を追加した。その手法は、この項の (3) で解説し、その導入背景は第 2.1.6 項 (3) で述べる。
- 「physics_run_long」に「積雲対流」を追加した。これは、積雲対流パラメタリゼーションを MSM で利用し、第 60 号以降、対流の立ち上がりの効果を狙って LFM で利用するようにしたこと (第 2.2.4 項を参照) を表している。
- 「physics_run_rk_long」に MSM の凝結計算を追加した。第 2.1.6 項 (4) で説明する。

(2) 音波と重力波の時間分割

音波と重力波に関する項は split-explicit 法 (Klemp et al. 2007) を用いて短い積分時間間隔 $\Delta\tau$ のショートタイムステップに分割して時間積分を行う。この方法では鉛直方向にはインプリシットに計算を行うので、分割回数 n_{sound} は水平方向の格子間隔と音速から決まる。ショートタイムステップへの時間分割は「RK_long」の1段階目、2段階目、3段階目のステップに対してそれぞれ行われる。ショートタイムステップの時間積分スキームにも RK3 を採用している（「RK_short」の時間積分ループ）。

「RK_long」ループと「RK_short」ループの構造について、MSM の設定を例にした模式図を図 2.1.2 に示す。MSM は、水平格子間隔 5 km、積分時間間隔 $\Delta t = 100/3$ s と設定している。この設定では、「RK_long」ループの1段階目（積分時間間隔 $\Delta t/3$ ）、2段階目（積分時間間隔 $\Delta t/2$ ）、3段階目（積分時間間隔 Δt ）が、それぞれ1回（分割なし、 $\Delta\tau_1 = \Delta t/3$ ）、2回（ $\Delta\tau_2 = \Delta t/4$ ）、3回（ $\Delta\tau_3 = \Delta t/3$ ）のショートタイムステップに分割される⁵。 $\Delta\tau_1$ 、 $\Delta\tau_2$ 、 $\Delta\tau_3$ それぞれについて「RK_short」ループにより時間積分する。

LFM は、水平格子間隔 2 km、積分時間間隔 $\Delta t = 50/3$ s と設定しており、この設定では「RK_long」ループの1段階目、2段階目、3段階目はそれぞれ、2回、4回、4回のショートタイムステップに分割される。

split-explicit 法の具体的な手続きについては松林ほか (2014c) を参照いただきたい。

第 60 号からの変更点

変更点はない。

(3) 鉛直移流の時間分割

時間積分スキームに RK3 を、移流スキームに流束制限関数を用いると、1次元移流の計算安定条件はクーラン数 C_1 について $|C_1| \leq 1.25$ である（付録 2.1.B）。この時間積分方法のもとで移流項を3次元方向（ ξ, η, ζ ）にパラレルスプリッティングで扱う場合、計算安定条件は以下ようになる。

$$C_3 \equiv |C_\xi| + |C_\eta| + |C_\zeta| \leq 1.25 \quad (2.1.23)$$

ここで C_ξ, C_η, C_ζ は、それぞれ ξ, η, ζ 方向のクーラン数である。asuca でも通常この方法を用いているが、積分時間間隔に対する (2.1.23) 式の制約は、台風のような強い上昇流と強風を伴った現象を扱う場合には、かなり厳しいものになりうる。この制約を緩和するため、鉛直移流による時間変化率を評価する際に、3次元の移流の計算安定条件を考慮した時間分割を導入し

⁵ たとえば3段階目の分割回数 n_{sound} は $(\Delta t)/(\Delta x/C_s) = (100/3)[s]/(5000[m]/400[m/s]) = 2.67$ を整数に切り上げることで決める。ここで、 C_s は音速で asuca では 400 m/s としている。

ている。

鉛直移流の時間分割は、 Δt の RK3（「RK_long」ループ）の1段階目、2段階目、3段階目のそれぞれを、 C_3 の大きさ（それぞれ各段階の積分時間間隔 $\Delta t_{rk} = \Delta t/3, \Delta t/2, \Delta t$ を使って評価される）に応じてサブステップに分割する。サブステップは、RK3 の各段階のステップ全体の「鉛直移流による時間変化率」を求めるために利用する。まずはじめに、 C_3 が 1.25 を超えたカラムでは、

$$|C_\xi| + |C_\eta| + \frac{|C_\zeta|}{N} \leq 1.25 \quad (2.1.24)$$

を満たすように、サブステップの回数 N を決める⁶。1回のサブステップでは、物理量 $\rho\phi$ について、以下のように鉛直移流項によって $\Delta\tau = \Delta t_{rk}/N$ の仮の時間積分を行う。仮の時間積分における仮の未来時刻及び現在時刻の値をそれぞれ上付き添字の $\tau + \Delta\tau$ と τ で表し、 ρ と W に関しては、仮の時間積分を繰り返す間は不変であるとして、現在値を上付き添字 t で表す。

$$\left(\frac{1}{J}\rho\phi\right)^{\tau+\Delta\tau} = \left(\frac{1}{J}\rho\phi\right)^\tau - \left\{ \left(\frac{1}{J}\rho^t\phi^\tau W^t\right)_{k-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right\} \Delta\tau \quad (2.1.25)$$

ϕ を仮積分値に更新しながら、サブステップを N 回繰り返すことによって、そのステップ全体の「鉛直移流による時間変化率」 $(\partial F_\zeta/\partial \zeta)_{\text{rk}}$ を得る。

$$\left(\frac{\partial F_\zeta}{\partial \zeta}\right)_{\text{rk}} = \frac{1}{N} \sum_{s=0}^{N-1} \left\{ \left(\frac{1}{J}\rho^t\phi^{(\tau+s\Delta\tau)}W^t\right)_{k-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right\} \quad (2.1.26)$$

時間分割が発生する場合には、「音波と重力の時間分割」の場合と同様（図 2.1.2）に RK3 の各段階それぞれを RK3 に置き換え、RK3 の入れ子構造にする。

ここまで説明したように、この時間分割は N 回のサブステップによって仮の時間積分をしていくことで、RK3 の各段階のステップ全体の時間変化率を求めようとする方法である。実際の時間積分は、水平移流項とこの方法により求めた鉛直移流項とを合わせて通常の RK3 により行われる。この方法により、積分時間間隔に対する制約が緩和される⁷。

⁶ MSM, LFM では鉛直方向の CFL 条件を破るような上昇流に対して、 $|C_\zeta|$ を 1 に近づけるような減衰項 (WRF-ARW (Skamarock et al. 2008) で採用されている Vertical Velocity Damping の項) を付加しているため、サブステップ数 N が極端に大きくなることはなく、したがって計算時間が極端に延びることはない。

⁷ サブステップによって実際に時間積分を行えば、積分時間間隔に対する制約はなくなる。しかし、この選択肢は asuca のソースコード構造上の理由で実現が容易ではなかった。

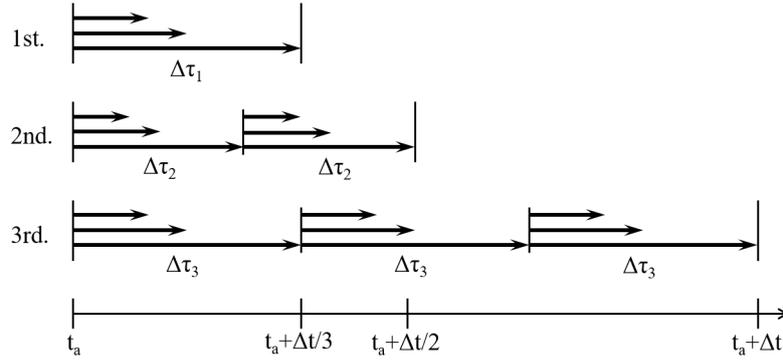


図 2.1.2 ショートタイムステップへの時間分割の模式図。 Δt の RK3 の 1 段階目 (1st.)、2 段階目 (2nd.)、3 段階目 (3rd.) がそれぞれ、1 回 (分割なし、 $\Delta\tau_1 = \Delta t/3$)、2 回 ($\Delta\tau_2 = \Delta t/4$)、3 回 ($\Delta\tau_3 = \Delta t/3$) のショートタイムステップに分割される場合。

計算安定性をさらに高めるため、時間分割が発生したカラムでは、水平と鉛直移流のシーケンシャルスプリッティングを併用する。まず、水平移流項によって Δt_{rk} の仮の時間積分を行う。仮の時間積分における仮の未来時刻の値を上付き添字の H^* で表す。

$$\left(\frac{1}{J}\rho\phi\right)^{H^*} = \left(\frac{1}{J}\rho\phi\right)^t - \left\{ \left(\frac{1}{J}\rho\phi U\right)_{i-\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{J}\rho\phi V\right)_{j-\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} \right\} \Delta t_{rk} \quad (2.1.27)$$

この式で得られた、水平移流項による仮の時間積分を行った後の状態を、(2.1.25) 式の最初のサブステップの入力として用いる。シーケンシャルスプリッティングで時間積分する場合の計算安定条件は、パラレルスプリッティングの場合の (2.1.23) 式に比べ、

$$\max \{ (|C_\xi| + |C_\eta|), |C_\zeta| \} \leq 1.25 \quad (2.1.28)$$

のように緩和される効果があるため、この方法を併用することで計算安定性が向上する。一方、この方法を併用すると、移流において保たれるべき形状が仮積分の順番に依存して変形してしまうため⁸、時間分割が発生するような場に対してのみ計算安定性を確保する目的で適用している。

以上の鉛直移流の時間分割の手続きをまとめると、

1. RK3 の各段階について、(2.1.24) 式からサブステップの回数 N を決める、
2. $N > 1$ の場合は (2.1.27) 式により、水平移流項による Δt_{rk} の仮の時間積分を行う、
3. この仮積分値をベースに、(2.1.25) 式により、鉛直移流項による $\Delta\tau = \Delta t_{rk}/N$ の仮の時間積分を N 回行う、

⁸ 対策として、先に仮積分する方向をステップごとに変更する方法 (Strang splitting; たとえば Durran (2010) などを参照) もとられるが、asuca では計算効率の観点で鉛直移流のフラックスを先に計算するのは難しい。

4. (2.1.26) 式により、RK3 の各段階のステップ全体との「鉛直移流による時間変化率」を得る、という流れになる。この手続きで得られた時間変化率と水平移流による時間変化率とを合わせて RK3 で時間積分を行う。

第 60 号からの変更点

この時間分割は、MSM への導入に際して計算安定性を確保するために新しく導入した。第 2.1.6 項 (3) で導入の背景を述べる。

(4) 落下速度を持つ水物質の鉛直移流の時間分割 水物質の式の鉛直移流項

水物質の大気速度からの相対的な落下速度 $w_{t\alpha}$ は、水物質の混合比 q_α の関数として雲微物理過程により診断される (第 2.3.2 項を参照)。落下速度を持つ水物質は、水平方向には大気速度で移流し ((2.1.14) 式の右辺第 1 項、第 2 項)、鉛直方向には大気の大気鉛直速度と落下速度を足し合わせた速度で鉛直移流する ((2.1.14) 式の右辺第 3 項) ものとして、力学過程の移流として統一的に扱う。このとき、鉛直方向のクーラン数 ($C_{t\zeta} = (W + W_{t\alpha})\Delta t/\Delta\zeta$) に応じて、鉛直方向の移流項を短い積分時間間隔 $\Delta\tau$ のサブステップに分割して時間積分する。時間分割せずに Δt で計算を行う項を $R_{q\alpha}$ とおいて、(2.1.14) 式を離散化した式は次式ようになる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{J}\rho q_\alpha \right) = - \left(\frac{1}{J}\rho q_\alpha (W + W_{t\alpha}) \right)_{k-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} + R_{q\alpha} \quad (2.1.29)$$

ただし、

$$R_{q\alpha} = - \left(\frac{1}{J}\rho q_\alpha U \right)_{i-\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{J}\rho q_\alpha V \right)_{j-\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} + \frac{1}{J}F_{\rho\alpha} + \frac{1}{J}D_{\rho\alpha} \quad (2.1.30)$$

上記の式から ρq_α の未来値を求める。短い時間積分における未来時刻及び現在時刻の値をそれぞれ上付き添字の $\tau + \Delta\tau$ と τ で表し、 ρ, W, R_{q_α} に関しては、短い時間積分を繰り返す間是不変であるとして、現在値を上付き添字 t で表す。

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{J}\rho q_\alpha\right)^{\tau+\Delta\tau} &= \\ \left(\frac{1}{J}\rho q_\alpha\right)^\tau - \Delta\tau &\left\{ \left(\frac{1}{J}\rho^t q_\alpha^\tau (W^t + W_{t\alpha}^\tau)\right)_{k-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right\} \\ + R_{q_\alpha}^t \Delta\tau & \end{aligned} \quad (2.1.31)$$

$\Delta\tau$ は、各カラムごとに、カラム内の $|C_{t\zeta}|$ の最大から以下のように決める。

$$\Delta\tau = \begin{cases} \Delta t & (\max(|C_{t\zeta}|) \leq 1) \\ \beta \frac{\Delta t}{\max(|C_{t\zeta}|)} & (\max(|C_{t\zeta}|) > 1) \end{cases} \quad (2.1.32)$$

ここで、 β はクーラン数に対してどの程度の割合で短い積分時間間隔をとるかを決める定数であり、 $\beta = 0.9$ として計算を行っている。

$\Delta\tau$ で 1 回時間積分すると、残りの積分すべき時間は $\Delta t' = \Delta t - \Delta\tau$ となる。 $\Delta t'$ についても短い積分時間間隔を診断し、そのうえで時間積分する。残りの時間がゼロになるまでこれを繰り返す。時間分割されたサブステップの時間積分も RK3 で行う。

質量保存の式、運動量保存の式における「落下速度を持つ水物質の鉛直移流」による変化の項

水物質の式の鉛直移流項について、たとえば $\Delta\tau_1$ と $\Delta\tau_2$ に分割した場合、質量保存の式の「落下速度を持つ水物質の鉛直移流」による質量変化の項 (PRC 項とする) は以下のように評価する。

$$\begin{aligned} \text{PRC} &= - \sum_{\alpha=\text{sed}} \left(\frac{1}{J}\rho q_\alpha (W + W_{t\alpha}) \right)_{k-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \\ &= - \left(\sum_{\alpha=\text{sed}} \text{FLUX}_\alpha \right)_{k-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (2.1.33)$$

$$\begin{aligned} \text{FLUX}_\alpha &\equiv \frac{1}{\Delta t} \left\{ \frac{1}{J}\rho^t q_\alpha^t (W^t + W_{t\alpha}^t) \Delta\tau_1 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{J}\rho^t q_\alpha^{t+\Delta\tau_1} (W^t + W_{t\alpha}^{t+\Delta\tau_1}) \Delta\tau_2 \right\} \end{aligned} \quad (2.1.34)$$

FLUX_α は「落下速度を持つ水物質 α の鉛直移流」によりセル境界を通過する質量フラックスを表す。PRC

項は長い積分時間間隔 Δt の時間変化率として質量保存の式の時間積分に反映される。運動量保存の式 (2.1.10) 式、(2.1.11) 式、(2.1.12) 式の「落下速度を持つ水物質の鉛直移流」による運動量変化の項も、 FLUX_α から求める。

第 60 号からの変更点

質量保存の式、運動量保存の式における「落下速度を持つ水物質の鉛直移流」による変化の項の扱いを変更した。第 2.1.6 項 (2) で説明する。

2.1.5 側面・上部境界条件

asuca は有限体積法で離散化しており、個々のセルではそのセル境界のフラックスを介して物理量が入り出す。計算領域の側面境界においても同様に計算領域境界のフラックスを介して物理量が計算領域の内外に入り出す。この計算領域境界上での入りを移流スキームで評価するため、それより広い領域のモデル (以下、外側モデルと呼ぶ) から境界値を用意する⁹。上部境界からの出入りはないものとしている (上部境界における $W = 0$)。

また、外側モデルの出力値から境界値を用意することを想定すると、側面境界値は外側モデルから空間・時間分解能に応じた内挿処理により求める。これに関連して、計算領域内の質量の時間変化が外側モデルのそれに追従するように側面境界の質量フラックスを調節している。

これらの境界は、外側の情報を反映させるために人為的に設定したものであり、自然界には存在しない。そのため、境界に起因した波の生成・反射をなるべく少なくすることが必要となる。その方法としてレイリーダンピングを用いている。レイリーダンピングは、予報変数 $\rho', \rho u, \rho v, \rho w, (\rho\theta_m)', \rho q_\alpha$ の時間変化率に、以下のように外側モデルの値に近づける効果を加えるものである。

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = -m(x, y, z) (\phi - \phi_{\text{ext}}) \quad (2.1.35)$$

ここで下付き添字の ext をつけたものは、外側モデルから内挿で求めた値である。なお、 $\rho w_{\text{ext}} = 0$ とする。

$m(x, y, z)$ はダンピングの強度を決めるパラメータである。

$$m(x, y, z) = \max(m_x, m_y, m_z) \quad (2.1.36)$$

$$m_x = \begin{cases} \gamma_h \sin^2 \left[\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{d_x}{d_h} \right) \right] & (d_x < d_h) \\ 0 & (d_x \geq d_h) \end{cases} \quad (2.1.37)$$

⁹ MSM は GSM から、LFM は MSM から境界値を用意。

$$m_y = \begin{cases} \gamma_h \sin^2 \left[\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{d_y}{d_h} \right) \right] & (d_y < d_h) \\ 0 & (d_y \geq d_h) \end{cases} \quad (2.1.38)$$

$$m_z = \begin{cases} \gamma_v \sin^2 \left[\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{d_z}{d_v} \right) \right] & (d_z < d_v) \\ 0 & (d_z \geq d_v) \end{cases} \quad (2.1.39)$$

ここで d_x, d_y, d_z は側面・上部境界からの距離を、また d_h, d_v はそれぞれ、側面と上部でダンピングをかける範囲を表す。また γ_h, γ_v は、外部から経験的に与えられるパラメータである。

側面・上部境界の詳細は、以下の変更点の他は河野・荒波 (2014) を参照されたい。

第 60 号からの変更点

レイリーダンピングのかけかたについて、河野・荒波 (2014) では、予報変数ではなく u, v, w, θ_m に対してレイリーダンピングをかけていた点に違いがある。変更の背景は第 2.1.6 項 (5) で述べる。

2.1.6 数値予報課報告・別冊第 60 号以降の変更とその理由

第 2.1.2 項から第 2.1.5 項で、現状の asuca の力学過程の概要を説明し、それぞれの項の最後には「第 60 号からの変更点」を補足してきた。変更点を並べると、

- (a) 気圧傾度力項の扱いの変更 (第 2.1.2 項)
- (b) 質量保存の式、運動量保存の式における「落下速度を持つ水物質の鉛直移流」項の扱いの変更 (第 2.1.2 項と第 2.1.4 項 (4))
- (c) 「鉛直移流の時間分割」の導入 (第 2.1.4 項 (1) と (3))
- (d) 時間積分構造における MSM, LFM の積雲対流パラメタリゼーションの組み込み方 (第 2.1.4 項 (1))
- (e) 時間積分構造における MSM の凝結計算の組み込み方 (第 2.1.4 項 (1))
- (f) レイリーダンピングのかけかたの変更 (第 2.1.5 項) である。

このうち (d) の「LFM の積雲対流パラメタリゼーション」については、対流の立ち上がりの効果を狙って LFM に導入したことを指す (第 2.2.4 項を参照)。この他は、2017 年 2 月の MSM への導入に向けた開発の中での変更である¹⁰。LFM への導入以降の、MSM への導入に向けた asuca の力学過程の開発では、LFM に比べて水平格子間隔が大きくなること、積分時間間隔 Δt が長くなること、鉛直層数増強も同時に計画したことにより鉛直層間隔が小さくなること¹¹、といった点に特徴があり、その中で顕在化した課題に対応し

¹⁰ (a), (b), (c), (f) の変更は、MSM への asuca 導入と同時期に、LFM へも反映されている。

¹¹ LFM の鉛直層数は今後増強する計画。

ている。以下、(a), (b), (c), (e), (f) の順に変更内容と背景を説明する。(d) の必要性は、第 2.2 節を参照されたい。

(1) 気圧傾度力項の扱いの変更

変更の内容

x 方向の運動量保存の式 ((2.1.10) 式) を例に説明する。河野ほか (2014) では、気圧傾度力項 (PGF 項とする) を以下のようにしていた。

$$\begin{aligned} \text{PGF} = & \\ & - \gamma R_d \Pi \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{J} \xi_x (\rho \theta_m)' \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{J} \eta_x (\rho \theta_m)' \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{J} \zeta_x (\rho \theta_m)' \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.1.40)$$

これに対し、(2.1.10) 式では、以下のようにメトリックが空間微分の外に出る。

$$\begin{aligned} \text{PGF} = & \\ & - \gamma R_d \Pi \left\{ \frac{1}{J} \xi_x \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \theta_m)' + \frac{1}{J} \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho \theta_m)' \right. \\ & \left. + \frac{1}{J} \zeta_x \frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho \theta_m)' \right\} \end{aligned} \quad (2.1.41)$$

変更の背景

MSM の格子間隔での離散化誤差の拡大に伴う、高度場予測の系統誤差拡大への対策として変更した。河野ほか (2014) では、運動量保存の式の一般座標系への変換過程において、

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{J} \xi_x \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{J} \eta_x \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{J} \zeta_x \right) = 0 \quad (2.1.42)$$

の恒等式を用いて、(2.1.41) 式から (2.1.40) 式への変形を行っていた¹²。すなわち、離散系で書くと以下のような変形になる。

$$\begin{aligned} \text{PGF} = & \\ & - \gamma R_d \Pi \left\{ \left(\frac{1}{J} \xi_x [(\rho \theta_m)']_{i-\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}} + \frac{1}{J} \eta_x [(\rho \theta_m)']_{j-\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{J} \zeta_x [(\rho \theta_m)']_{k-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) \right. \\ & \left. + \left(\left[\frac{1}{J} \xi_x \right]_{i-\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}} + \left[\frac{1}{J} \eta_x \right]_{j-\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} + \left[\frac{1}{J} \zeta_x \right]_{k-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \right) (\rho \theta_m)' \right\} \end{aligned} \quad (2.1.43)$$

¹² この式変形は、フラックスの発散の形で表される、いわゆるフラックス形式への変形を意識したもの。ただし、(2.1.40) 式においても Π が空間微分の外に出ているので PGF 項全体としてはフラックス形式にはなっていない。

この式の右辺の下線部は(2.1.42)式を離散化したもので、この項をゼロと見做して(2.1.41)式に追加し、(2.1.40)式への変換につなげていた。しかし、MSMへの導入に向けた開発の中で(LFMに比べて)水平格子間隔が大きくなったことで、この項の離散化誤差が顕在化して無視できないものとなり、高度場の予測に大きな系統誤差として現れるようになった。この高度場予測の悪化を防ぐため、(2.1.41)式を変形せずに用いることとした。

(2.1.42)式の離散化誤差自体を小さくすることは課題として残っており、第2.1.7項で触れる。

(2) 質量保存の式、運動量保存の式における「落下速度を持つ水物質の鉛直移流」項の扱いの変更

変更の内容

河野ほか(2014)では、質量保存の式、運動量保存の式における鉛直移流項について、「大気速度による鉛直移流」項と「落下速度による鉛直移流」項に分けて扱っていた。これを、「落下速度を持たない成分の鉛直移流」項と「落下速度を持つ成分の鉛直移流」項に分けて扱うように変更した。すなわち、質量保存の式の鉛直移流項をADVWとして、

$$\text{ADVW} = -\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{J} \rho W \right) - \sum_{\alpha} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{J} \rho q_{\alpha} W_{t\alpha} \right) \quad (2.1.44)$$

から

$$\text{ADVW} = -\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{J} \rho_b W \right) - \sum_{\alpha=\text{sed}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{J} \rho q_{\alpha} (W + W_{t\alpha}) \right) \quad (2.1.45)$$

へと変更している。

変更の背景

計算不安定対策として変更した。第2.1.4項(4)で述べたように、落下速度を持つ水物質は、鉛直方向には大気速度と落下速度を足し合わせた速度で鉛直移流する((2.1.14)式の右辺第3項)ように扱う。「大気速度による鉛直移流」項と「落下速度による鉛直移流」項を別々に評価する場合には計算不安定の要因となりうるためである¹³。水物質の式については、大気速度と落下速度を足し合わせた速度で扱っていたが、質量保存の式、運動量保存の式では、「大気速度による鉛

¹³ 例として、あるセルに雨が存在し、大気速度10m/s、落下速度-10m/sによって静止する場合を考えてみる。足し合わせた速度で考えれば、そのセルの雨は変化しない。別々に評価すると、そのセルから大気速度10m/sで流出する時間変化と落下速度-10m/sで流出する時間変化が加わり、そのセルの雨は計算上は減少してしまう。なお、「大気速度による鉛直移流」項でいったん雨を移流させた後、その分布について「落下速度による鉛直移流」項を評価するような扱い(いったん上昇して、落下して戻る)であれば、この問題は生じない。

直移流」項と「落下速度による鉛直移流」項に分けて評価する形になっていた。MSMへの導入に向けた開発において、LFMに比べて積分時間間隔が長くなり、層間隔が小さくなることから、この問題が顕在化し、上記の問題に起因して計算不安定となる事例が見られた。そのため、水物質の式と同様に、大気速度と落下速度を足し合わせて扱う(2.1.45)式のように変更した。

(3) 鉛直移流の時間分割の導入

変更の内容

第2.1.4項(3)で方法を説明した「鉛直移流の時間分割」を新たに導入した。

変更の背景

計算不安定対策として導入した。asucaでは、 ξ, η, ζ 方向の移流項をそれぞれ独立に評価しており、計算安定条件は(2.1.23)式である。MSM, LFMの運用では、その計算実行前に予め境界値から予報時間内の水平風速の最大を見積もり、必要に応じて水平方向の計算安定条件を満たすように積分時間間隔 Δt を基本設定¹⁴より短くする仕組みがある。上層風のような水平方向のスケールの大きな流れは、境界値から見積もった値とMSM, LFMで予測した値が大きくかけ離れないと期待され、実際にこの仕組みは機能している¹⁵。

一方、数値予報モデルの方程式系や水平格子間隔によって大きく表現が異なりうる、局所的な鉛直流や発達した低気圧に伴う局所的な水平風については予め境界値から見積もることは難しい。MSMへの導入に向けた課題として、下層の水平風速が強いうえに上昇流も強い、台風の壁雲付近で計算不安定となる事例があった。そこで、計算効率の低下を抑えつつ、このような計算不安定を防ぐ方法として鉛直移流の時間分割を導入した。

(4) 時間積分構造におけるMSMの凝結計算の組み込み方

変更の内容

MSMの凝結計算はRK3ループ中で評価するように組み込んだ。LFMの雲物理過程はRK3ループの後に組み込んでおり、この点が異なる(図2.1.1を参照)。

変更の背景

MSMでの物理過程の組み込みに際しての検討の結果、凝結計算についてLFMとは異なる組み込みをした¹⁶。これは、凝結と上昇流の正のフィードバックの関係をより小さな時間間隔で評価することにより、強い上昇流の表現を緩和することを狙っている。MSMへの導入に向けた開発の中で、これにより、小スケールの低気圧を発達させすぎない傾向を緩和した事例があっ

¹⁴ MSMは100/3[s]、LFMは50/3[s]。

¹⁵ 実績としては、LFMにおいて冬季に数日間程度、基本設定より短くなることもある。

¹⁶ 第60号からの変更とは言えないかもしれないが、LFMとは異なるという観点でこの項に述べる。

た。また、LFM では 1 ステップの最後に過飽和状態を解消することも RK3 ループの後に凝結計算を組み込んだ理由の一つであったが、MSM の雲物理過程は LFM のそれとは異なり、格子平均の氷過飽和を許容する（第 2.3 節を参照）点も考慮した。

物理過程の組み込みには、改善の可能性がまだ多く残っていると考えており、第 2.1.7 項で今後の課題として述べる。

(5) レイリーダンピングのかけかたの変更 変更の内容

河野・荒波 (2014) では、予報変数ではなく u, v, w, θ_m に対してレイリーダンピングをかけていたが、予報変数 $\rho', \rho u, \rho v, \rho w, (\rho \theta_m)', \rho q_\alpha$ にかけるように変更した。

変更の背景

河野・荒波 (2014) で、予報変数ではなく u, v, w, θ_m に対してレイリーダンピングをかけていた背景には、密度 ρ にレイリーダンピングをかけない方針があったことによる。しかし、既に河野・荒波 (2014) でも言及していたが、LFM への導入に向けた開発の中で、初期場から発生した音波が側面境界で反射する様子が見られ、この問題への対応として、側面境界で密度 ρ にレイリーダンピングをかけることにより、音波の側面境界での反射を防ぐこととした。そうすると、予報変数そのものにレイリーダンピングをかける方法が、変数変換も不要となって計算効率もよい。なお、上部境界では ρ にレイリーダンピングをかけない。上部の層でのみ外側モデルの質量に近づけようとすると、地上気圧場が外側モデルと離れてしまったためである。

2.1.7 まとめと今後の課題

この節では、第 60 号に述べられた asuca の力学過程の説明に基づき現状の MSM, LFM の設定の概要をまとめるとともに、第 60 号からの変更点を説明した。asuca は、その開発の狙いとした保存性、計算安定性、計算効率の向上等を達成しながら、物理過程の改良も含めて当初開発の主目標であった LFM への導入、MSM への導入がなされた。

一方、直面する課題改善を最優先としたため、短期的な方法と認識しつつ対応した課題もある。また、現業運用の中で明らかになっている課題がある。以下、これらの課題のうち、この節に関連するものを述べる。

(1) 数値予報課報告・別冊第 60 号以降の変更点に関する課題

第 2.1.6 項 (1) の気圧傾度力の扱いの変更により、気圧傾度力に関して (2.1.42) 式の離散化誤差の影響を回避したことを述べた。しかし、移流項にもこの関係が含まれているため、(2.1.42) 式の離散化誤差を小さくする必要性は残っている¹⁷。MSM, LFM では、水平方

¹⁷ たとえば藤井 (1994) に一様流保存の問題として解説がある。

向の座標として地図投影法による直交曲線座標を用いていることを述べた。メトリックの計算も地図投影法を利用して解析的に求めており、(2.1.43) 式の下線部の第 1 項の ξ_x については m_1 に基づいて評価し、第 2 項の η_x は直交性によりゼロとしている。これは、離散化したセルを考えると、セルを挟む両側の ξ 面境界の面積の違いを考慮する一方、 η 面は ξ 面に直交すると見做していることになる。この $\eta_x = 0$ と見做すことをやめるには、メトリックを地図投影法を用いて解析的に求める方法ではなく、離散化格子の座標に基づき数値的に求める方法に変更していくことが方向性と考えられる。今後、計算領域を広げていく場合に問題が顕在化する可能性があるため、引き続き検討を行っていく。

第 2.1.6 項 (3) で「鉛直移流の時間分割」の新たな導入について説明した。現状は、第 2.1.4 項 (3) で方法を述べた「鉛直移流の時間分割」と、第 2.1.4 項 (4) の「落下速度を持つ水物質の鉛直移流の時間分割」が別の仕組みになっている。今後、両者を統一的に扱うことも、特にコードの整理（開発の効率化）の観点で検討が必要と考えている。

第 2.1.6 項 (4) では、MSM の凝結計算を RK3 の中に組み込んだことを説明した。これは、格子スケールの強い上昇流と小低気圧の過発達の緩和を狙ったものであるが、これらの課題は、次に述べるように MSM, LFM の課題として依然として見られているため、引き続き改善に取り組む。また、このような「物理過程の組み込み」の方法の違いによって、予測精度や計算安定性の向上につながる可能性はある。このことについては、この後に「物理過程の組み込みの課題」でも言及する。

(2) MSM, LFM の予測で見られている課題

対流の表現に関する課題の一つとして、格子スケールの強い上昇流と小低気圧の過発達の問題がある。この問題は、JMA-NHM を用いていた MSM, LFM においても計算不安定の要因となり、様々な対処がなされてきた (斉藤・石田 2008; 石田 2008b)。この問題の原因の一つとして積乱雲と周辺大気との水平混合の表現不足が指摘されており、物理過程のパラメタリゼーションとしての水平拡散について第 2.2.5 項で述べられている。また、上昇流と凝結の正のフィードバックについて第 2.3.4 項で述べるように、雲物理過程と力学過程との結合手法について調査する必要がある。

別の課題として、冬季の日本海上などにおいて格子スケールの直線的な雲が、数値予報モデルの x 軸（または y 軸）に沿って表現されることがある。これは以下のように解釈されている。「 x 軸（または y 軸）に平行な風向場」が継続する場合に、ある格子で雲が形成され x 軸（または y 軸）方向に移流していく。asuca の移流スキームは風上差分で構成しており、風速（ク

ラン数)に依存した拡散性が内在している。そのため、 x 軸 (または y 軸) 方向には移流スキームの拡散性により元の形状が引き伸ばされる。一方、他に数値拡散は加えていないため、移流方向以外には形状を保つ。本来の現象を考えると、小さいスケールの雲が形成されて風下に流されていく場合、移流方向以外にも混合が起こるはずである。このような水平方向の混合について、たとえば水平方向の乱流による輸送の効果を加えることなど、何らかの方法で数値予報モデルに取り込んでいく必要がある。また、別のアプローチとしては、asuca の移流の扱いには設定した x 軸 (または y 軸) に応じた方向により表現に依存性があると捉え、この方向依存性を軽減することも選択肢の一つである。小さいスケールの雲の生成と下流への移流は、線状降水帯の形成メカニズムに関わる表現と考えられ、その観点でも調査を進める予定である。

(3) 物理過程の組み込みの課題

この節で「物理過程の組み込み」と言及してきた、どのように物理過程を組み込むかの問題は、「力学過程と物理過程とのカップリング」(数値予報モデル内における計算順序、座標系の異なる過程間でのエネルギーの交換等)として、近年、その重要性の認識が高まり、たとえばカップリング手法によって降水や対流の振る舞いが変わることなどが指摘されるようになった (Gross et al. 2018)。力学過程、各物理過程が精緻でなかった時代は、それぞれの高度化が予測精度向上に寄与してきた。一方、これらの過程が成熟化するにつれて、力学過程と物理過程のカップリング手法が予測精度に与える影響が相対的に高くなっている。

asuca においても、荒波・石田 (2014)、石田ほか (2014) による、数値予報モデル内における各過程の計算順序、力学過程と物理過程で用いる変数の違い、組み込み方法の計算効率、といった点についての説明、第 2.1.6 項 (4) で述べた MSM での凝結計算の組み込みの検討例がある。また、力学過程と物理過程の整合性の向上という観点で、定積を仮定した力学過程と定圧を仮定した物理過程の結合方法について議論がなされており、より整合的な結合方法による試験では、音波の伝播が抑制されること、一方で、結合方法の影響が懸念されていた強い上昇流表現の変化は大きくないことを示唆する結果が得られている (Kawano 2018)。

メソモデルに期待される豪雨予測につながる積雲対流の数値予報モデルでの表現として、力学過程と物理過程の役割分担を検討し、その相互作用を改善していくことは重要な課題と考えている (第 2.2.5 項、第 2.3.4 項も参照)。今後も予測精度、計算安定性、対流の振る舞い等の観点から、力学過程、物理過程の結合方法の見直しを継続していく。

付録 2.1.A 鉛直層設定

asuca の鉛直層配置 (図 2.1.3) と MSM, LFM における設定を説明する。

(1) asuca の鉛直層の配置

標高が 0 m である場合のモデルの鉛直座標を ζ とする。まずモデルトップ ζ_{N_z} を設定し、地表面とモデルトップの間を N_z 層の格子 (セル) に分けることを考える。このセルの境界をハーフレベル¹⁸と呼び、asuca では上下セル間の出入りを決める w を配置する。図 2.1.3 では、このハーフレベルの座標値を $\zeta_{k+1/2} (k = 0, \dots, N_z)$ としている。 $\zeta_{0+1/2}$ は地表面、 $\zeta_{N_z+1/2}$ がモデルトップである。ハーフレベル ($k - 1 + 1/2$) とハーフレベル ($k + 1/2$) を境界を持つ層を第 k 層と数え、その層間隔を $\Delta\zeta_k$ とする。すなわち、

$$\Delta\zeta_k = \zeta_{k+1/2} - \zeta_{k-1/2} \quad (2.1.46)$$

であり、

$$\zeta_{k+1/2} = \sum_{l=1}^k \Delta\zeta_l \quad (2.1.47)$$

である。asuca ではハーフレベルを指定することで層配置を設定する。

また、スカラー量を定義するレベルをフルレベルと呼び、その座標値を $\zeta_k (k = 1, \dots, N_z)$ とする。フルレベルは便宜上、第 k 層の中央に設定する。

$$\zeta_k = \frac{1}{2} (\zeta_{k-1+1/2} + \zeta_{k+1/2}) \quad (2.1.48)$$

フルレベルに定義するスカラー量は、第 k 層のセル内のスカラー量の体積平均である。

(2) MSM の鉛直層設定

MSM では層間隔を以下のように考える。

$$\Delta\zeta_k = a(k-1)^2 + b(k-1) + c \quad (2.1.49)$$

ハーフレベルは以下のようになる。

$$\begin{aligned} \zeta_{k+1/2} &= \sum_{l=1}^k \Delta\zeta_l \\ &= \frac{a}{6} (k-1)k(2k-1) + \frac{b}{2} (k-1)k + ck \end{aligned} \quad (2.1.50)$$

この a, b, c を MSM の層設定に関する以下の考え方 (条件) から決めると、 $a \simeq 0.0521$, $b \simeq 4.4918$, $c = 20.0$ となる。

¹⁸ またはハーフインテジャレベル (half-integer level)。

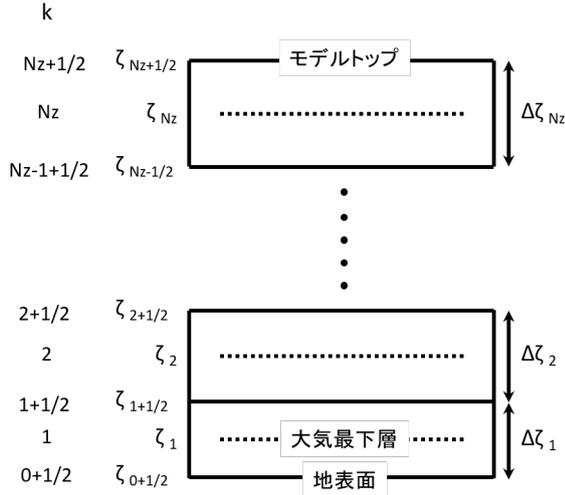


図 2.1.3 asuca の鉛直層配置の模式図。実線でスカラー量のセルを示し、その境界をハーフレベルと呼ぶ。左端に示した層のインデックスが「整数」+1/2であることによる。フルレベル（点線）はハーフレベルの中央に設定する。

- モデルトップ $\zeta_{Nz+1/2}$ は 21801 m、鉛直層数 N_z は 76 層
- 3000 m までに 30 層を配置 ($\zeta_{30+1/2} = 3000$ m)
- 最下層の層間隔 $\Delta\zeta_1$ は 20 m

(3) LFM の鉛直層設定

LFM ではハーフレベルを以下のように与えている。

$$\zeta_{k+1/2} = \frac{b}{2}(k-1)^2 + ck \quad (2.1.51)$$

ここで、 $b = 11$ 、 $c = 40$ である。モデルトップ $\zeta_{Nz+1/2}$ は 20189.5 m、鉛直層数 N_z は 58 層である。

LFM の設定は、LFM への asuca の導入以前に、JMA-NHM で運用されていた LFM のハーフレベルの設定に合わせている。この層の決め方は(原 2008)に解説がある¹⁹。なお、LFM には鉛直層数を 76 層にする計画があり(本田 2018)、その際は MSM の層設定に合わせる予定である。

付録 2.1.B Wicker and Skamarock (2002) による 3 段階ルンゲクッタ法 (RK3) と流束制限関数を用いた場合の計算安定条件

Wicker and Skamarock (2002) が示すように、時間積分スキームに RK3 を、移流スキームに 3 次精度風上差分を用いた場合の移流の計算安定条件はクーラン数 C_1 について $|C_1| \leq 1.88$ である。asuca の移流スキームは 3 次精度風上差分を基本として、単調性を保つために流束制限関数を用いており、分布が滑らかではない場では 1 次精度風上差分に切り替わる。時間積分スキームに RK3 を、移流スキームに 1 次精度風上差分

¹⁹ JMA-NHM では、ハーフレベルをフルレベル間の中央にとり、境界条件のための層が上下に 1 層ずつ配置される、といった点に asuca の層配置との違いがある。

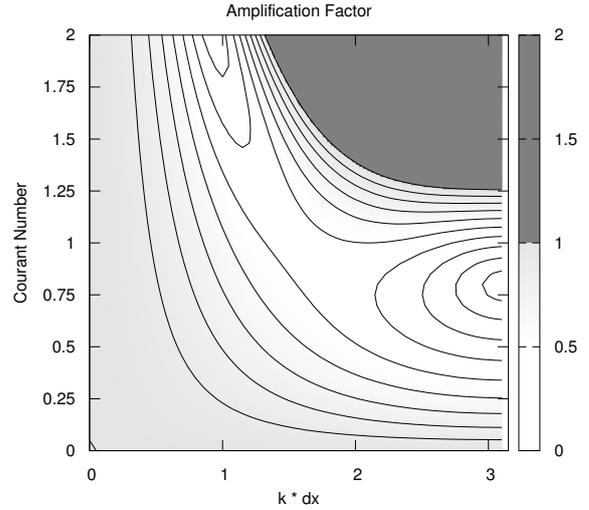


図 2.1.4 時間積分スキームに RK3 を、移流スキームに 1 次精度風上差分を用いた場合の計算安定領域。横軸に $k\Delta x$ 、縦軸にクーラン数を取り、 $|f^{n+1}/f^n|$ をプロット。 $|f^{n+1}/f^n| > 1$ の計算不安定領域を濃い灰色で示す。

を用いた場合の移流の計算安定条件は、以下で示すように $|C_1| \leq 1.25$ となり、これが asuca における移流の計算安定条件となる。

以下の常微分方程式を考える (λ は複素数)。

$$\frac{df}{dt} = \lambda f \quad (2.1.52)$$

この厳密解は $f(t) = f_0 e^{\lambda t}$ である。 $z = \lambda \Delta t$ とすると、タイムレベルを n として、 $f^{n+1} = e^z f^n$ と表される。 $|f^{n+1}/f^n| \leq 1$ を計算安定の条件とすると、 λ の実数部 $\text{Re}(\lambda) \leq 0$ なら安定である。

一方、RK3 を用いた数値解では、 $f^{n+1} = (1 + z + z^2/2 + z^3/6)f^n$ であるので²⁰、その計算安定条件は、

$$|f^{n+1}/f^n| = |1 + z + z^2/2 + z^3/6| \leq 1 \quad (2.1.53)$$

である²¹。

次に以下の 1 次元移流方程式を考える。

$$\frac{\partial \tilde{f}}{\partial t} = -u \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x} \quad (2.1.54)$$

ここで、 u は空間一様の定数で $u > 0$ とする。 $\tilde{f}(x, t) = f(t)e^{ikx}$ の解を仮定し、1 次精度風上差分を適用すると、(2.1.54) 式の右辺の空間微分は、

$$\left. \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x} \right|_j \simeq \frac{\tilde{f}_j - \tilde{f}_{j-1}}{\Delta x} = \frac{1 - e^{i\theta}}{\Delta x} \tilde{f}_j \quad (2.1.55)$$

²⁰ 松林ほか (2014b) の付録 2.2.B を参照されたい。

²¹ z が純虚数の場合は、松林ほか (2014b) の付録 2.2.B で示したように $|z| \leq \sqrt{3}$ が計算安定条件。

と書ける。ここで、 $\theta = -k\Delta x$ とし、 j は離散化された空間での位置を表す。したがって、(2.1.54) 式は以下のように書ける。

$$\frac{df_j}{dt} = \frac{u}{\Delta x}(e^{i\theta} - 1)f_j \quad (2.1.56)$$

ここで、 $C_1 = u\Delta t/\Delta x$ で定義するクーラン数を用いて、 $z = C_1(e^{i\theta} - 1)$ とおく。全ての θ について z が (2.1.53) 式を満たすことが、計算安定条件となる。横軸に $k\Delta x$ 、縦軸にクーラン数をとった計算安定領域 ($|f^{n+1}/f^n| \leq 1$ の領域) を図 2.1.4 に示す。 $k\Delta x = \pi$ 、すなわち波長 $2\Delta x$ の解に対して、 $|f^{n+1}/f^n| \leq 1$ を満たす $|C_1| \leq 1.25$ 程度が計算安定条件となる。

参考文献

- Arakawa, A. and C. S. Konor, 1996: Vertical Differencing of the Primitive Equations Based on the Charney - Phillips Grid in Hybrid σ -p Vertical Coordinates. *Mon. Wea. Rev.*, **124**, 511–528.
- Arakawa, A. and V. R. Lamb, 1977: Computational design of the basic dynamical processes of the UCLA general circulation model. *Methods in Computational Physics*, Academic Press, Vol. 17, 173–265.
- 荒波恒平, 石田純一, 2014: asuca における物理過程の組み込みの考え方. 数値予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 104–105.
- Durrán, R., 2010: *Numerical Methods for Fluid Dynamics*. Springer, 516 pp.
- 藤井孝藏, 1994: 流体力学の数値計算法. 東京大学出版会, 234 pp.
- Gross, M., H. Wan, P. J. Rasch, P. M. Caldwell, D. L. Williamson, D. Klocke, C. Jablonowski, D. R. Thatcher, N. Wood, M. Cullen, B. Beare, M. Willett, F. Lemarié, E. Blayo, S. Malardel, P. Termonia, A. Gassmann, P. H. Lauritzen, H. Johansen, C. M. Zarzycki, K. Sakaguchi, and R. Leung, 2018: Physics–Dynamics Coupling in Weather, Climate, and Earth System Models: Challenges and Recent Progress. *Mon. Wea. Rev.*, **146**, 3505–3544.
- 原旅人, 2008: 現業メソ数値予報モデルの概要. 数値予報課報告・別冊第 54 号, 気象庁予報部, 18–26.
- 本田有機, 2018: NAPS10 における改良計画. 平成 30 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 2–5.
- 石田純一, 2008a: 気象庁非静力学モデルの支配方程式系と地形に沿う鉛直ハイブリッド座標の導入. 数値予報課報告・別冊第 54 号, 気象庁予報部, 27–43.
- 石田純一, 2008b: 数値拡散の強さの変更. 数値予報課報告・別冊第 54 号, 気象庁予報部, 54–54.
- 石田純一, 原旅人, 荒波恒平, 2014: asuca における物理過程の実装の例. 数値予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 106–108.
- 石田純一, 藤田匡, 2014: asuca の開発理念. 数値予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 19–28.
- 河野耕平, 荒波恒平, 2014: 側面・上部境界条件. 数値予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 57–61.
- 河野耕平, 松林健吾, 石田純一, 室井ちあし, 2014: 定式化. 数値予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 29–39.
- Kawano, K., 2018: Coupling isobaric physics with isochoric dynamics. *Extended Abstracts of the 5th International Workshop on Nonhydrostatic Numerical Models*, 64–64.
- 気象庁予報部, 2003: 気象庁非静力学モデル. 数値予報課報告・別冊第 49 号, 気象庁予報部, 194pp.
- 気象庁予報部, 2014: 次世代非静力学モデル asuca. 数値予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 151pp.
- Klemp, J. B., W. C. Skamarock, and J. Dudhia, 2007: Conservative split-explicit time integration methods for the compressible nonhydrostatic equations. *Mon. Wea. Rev.*, **135**, 2897–2913.
- Koren, B., 1993: A Robust Upwind Discretization Method For Advection, Diffusion And Source Terms. *CWI Technical Report NM-R 9308*, 1 – 22, URL <http://oai.cwi.nl/oai/asset/5293/05293D.pdf>.
- Lorenz, E. N., 1960: Energy and Numerical Weather Prediction. *Tellus*, **12**, 364–373.
- 松林健吾, 河野耕平, 石田純一, 室井ちあし, 2014a: 移流スキーム. 数値予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 53–56.
- 松林健吾, 河野耕平, 石田純一, 室井ちあし, 2014b: 空間離散化. 数値予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 40–42.
- 松林健吾, 河野耕平, 石田純一, 室井ちあし, 2014c: 時間離散化. 数値予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 43–52.
- Saito, K., T. Fujita, Y. Yamada, J. Ishida, Y. Kumagai, K. Aranami, S. Ohmori, R. Nagasawa, S. Kumagai, C. Muroi, T. Kato, H. Eito, and Y. Yamazaki, 2006: The operational JMA Nonhydrostatic Mesoscale Model. *Mon. Wea. Rev.*, **134**, 1266–1298.
- 齊藤和夫, 石田純一, 2008: 適応水蒸気拡散の導入. 数値予報課報告・別冊第 54 号, 気象庁予報部, 52–53.
- Skamarock, W. C., J. B. Klemp, J. Dudhia, D. O. Gill, D. M. Barker, M. G. Duda, X. Y. Huang, W. Wang, and J. G. Powers, 2008: *A Description of the Advanced Research WRF Version 3*. NCAR TECHNICAL NOTE, 113 pp.

Tatsumi, Y, 1986: A Spectral Limited-area Model with Time-dependent Lateral Boundary Conditions and Its Application to a Multi-level Primitive Equation Model. *J. Meteor. Soc. Japan*, **64**, 637–664.

巽保夫, 1986: 局地スペクトルモデル. 数値予報課報告・別冊第 32 号, 気象庁予報部, 48-70.

Wicker, L. J. and W. C. Skamarock, 2002: Time-Splitting Methods for Elastic Models Using Forward Time Schemes. *Mon. Wea. Rev.*, **130**, 2088–2097.

2.2 積雲対流パラメタリゼーション¹

2.2.1 はじめに

日本に豪雨や豪雪をもたらす降水システムは、積乱雲（数 km）、積乱雲群（数 10 km）、メソ対流系（数 10 km~100 km）の階層的な構造を持っていることが知られている（瀬古 2010; 吉崎・加藤 2007 など）。メソスケールモデルは水平格子間隔が数 km 程度であり、積乱雲ひとつひとつのスケールと同程度であることから、積乱雲を十分には解像することはできない。そのため、力学過程・雲微物理過程で積雲対流の一部を解像することに加え、積雲対流パラメタリゼーションで対流の表現を補うことが必要となる。積雲対流パラメタリゼーションを用いずに、水平格子間隔数 km 程度のモデルで降水事例をシミュレーションする場合、対流の発生が遅れやすくなること、強い降水の集中が発生しやすいことが経験的に知られている（永戸ほか 2012; Vosper 2015 など）。

積雲対流パラメタリゼーションは、数値予報モデルの格子サイズよりも小さいスケールの積雲対流に伴う水の相変化や熱・水・運動量輸送の統計的な効果を表現する。積雲対流パラメタリゼーションでは、格子内の対流の振る舞いを何らかの仮定を基にモデル化（このモデルを「雲モデル」と呼ぶ）し、雲モデルから格子スケールの物理量の時間変化率を計算する。積雲対流パラメタリゼーションの性能は、雲モデルの精緻さや、雲モデルで用いられる仮定と水平格子間隔等との整合性、他の物理過程との相互作用、経験的に求められたパラメータによって決まる。

気象庁のメソモデル (MSM) において、水平格子間隔 10 km の静力学モデルが採用されていた 2004 年以前は、気象庁領域モデル (RSM) と同様、湿潤対流調節及び Arakawa and Schubert (1974) に基づく積雲対流パラメタリゼーションが大規模凝結過程とともに利用されていた (萬納寺 2000)。メソモデルが気象庁非静力学モデル (JMA-NHM; Saito et al. 2006; Saito et al. 2007) に更新された際は、Kain and Fritsch (1990) に基づく積雲対流パラメタリゼーションが雲微物理過程とともに利用されるようになった (藤田 2004)。その後、MSM の水平格子間隔が 5 km に高解像度化された際は、強い降水の集中の問題を回避するため、積雲対流パラメタリゼーションにおけるいくつかのパラメータが調整された (石田 2005)。この当時の JMA-NHM における積雲対流パラメタリゼーションについては、山田 (2003)、成田 (2008) で解説がなされている。その後、MSM の積雲対流パラメタリゼーションには数度の改良が適用され (荒波・原 2006; 成田・森安 2010)、降水をはじめとした予測精度向上に貢献した。また、JMA-NHM に実装されていた積雲対流パラメタリゼーションは、物理過程を 3次元の大気モデルから独立させ

たライブラリである「物理過程ライブラリ」(原 2012) に移植され、新しい非静力学モデル asuca(気象庁予報部 2014) の物理過程として利用されるようになった。MSM の予報モデルが JMA-NHM から asuca に更新された際には、積雲対流パラメタリゼーションに大規模な変更が加えられた (原 2017)。MSM より高解像度で水平格子間隔が 2 km の局地モデル (LFM) では、対流の一部を直接解像することを狙い、運用開始当初は積雲対流パラメタリゼーションを使用していなかった (永戸ほか 2012)。その後、対流発生遅れの改善等を目的に、対流の立ち上がりの表現としての積雲対流パラメタリゼーションが利用されるようになった (河野・原 2014)。

本節では、本稿執筆時点 (2019 年 12 月) での MSM, LFM における積雲対流パラメタリゼーションについて、その概要及び MSM, LFM それぞれの設定を解説した後、今後の課題について述べる。第 2.2.2 項では、MSM, LFM で用いられているマスフラックス型の積雲対流スキームの一種である Kain and Fritsch (1990) をもとにした積雲対流パラメタリゼーションの定式化について解説する。第 2.2.3 項では、MSM における積雲対流パラメタリゼーションの設定について、MSM の予報モデルの asuca への更新に合わせて変更された部分を中心に解説する。第 2.2.4 項では、LFM における積雲対流パラメタリゼーションの設定について、LFM の予報モデルの asuca への更新にあわせて変更された部分を中心に解説する。第 2.2.5 項では、現在の積雲対流パラメタリゼーションの課題や今後の展望について述べる。

2.2.2 MSM, LFM における積雲対流パラメタリゼーションの概要

物理量 ϕ の格子平均値、格子平均値からの偏差をそれぞれ $\bar{\phi}, \phi'$ とする。サブグリッドスケールの対流による、 $\bar{\phi}$ の時間変化率は以下で表される。

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} \right)_{\text{convection}} = -\frac{\partial \rho \overline{\phi' w'}}{\partial z} + S_{\phi} \quad (2.2.1)$$

ここで、 t, z, ρ, w は時間 [s]、高度 [m]、大気密度 [kg m⁻³]、鉛直速度 [m/s]、 $\overline{\phi' w'}$ と S_{ϕ} はそれぞれサブグリッドスケールの輸送フラックスとソース項を表す。

この輸送フラックスとソース項を表現するため、MSM, LFM では、マスフラックス型の積雲対流パラメタリゼーションの一種である Kain-Fritsch スキーム (Kain and Fritsch 1990; Kain 2004; 以下、KF スキーム) を採用している。マスフラックススキームでは格子内を対流性上昇流、対流性下降流、環境場の 3つの領域に分割し、それぞれの領域での質量の鉛直フラックス (以下、マスフラックス) を計算する。また、それぞれの領域内では、物理量の水平分布は一樣であることを仮定する。

KF スキームでは対流に伴う熱、水の輸送を考慮し、

¹ 氏家 将志

運動量の輸送は考慮せず、 $\bar{\phi}$ としては温位 $\bar{\theta}$ [K] および水蒸気混合比 \bar{q}_v [kg kg⁻¹] を扱う。KF スキーム内では、静力学平衡を仮定し、鉛直座標として気圧座標を用いている。気圧座標の場合、(2.2.1) 式は p , g をそれぞれ気圧 [Pa], 重力加速度 [m s⁻²] として、以下のように書き換えられる。

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} \right)_{\text{convection}} = \rho g \frac{\partial \overline{\rho \phi' w'}}{\partial p} + S_\phi \quad (2.2.2)$$

以下ではKF スキームで用いられる格子内の対流性上昇流、対流性下降流の振る舞いを記述する雲モデル、格子平均場の時間変化率の定式化、対流の強さを決めるクロージャー、積雲対流パラメタリゼーションの発動の有無を決めるトリガーについて解説する。なお、雲モデルの定式化の考え方、格子平均場への時間変化率の式の導出についてはGSMで採用されている積雲対流パラメタリゼーション (Arakawa and Schubert 1974; 隈 1996; 氏家・下河邊 2019) と多くの共通点を含んでいる²。適宜、氏家・下河邊 (2019) の第3.1.3項も参照されたい。

(1) 雲モデル、格子平均場の時間変化率の定式化 対流域の満たす方程式系

KF スキームでは、対流性上昇流域、対流性下降流域の雲モデルとして、対流の側面から対流域への質量の取り込み (エントレインメント)、対流域から環境場への質量の放出 (デトレインメント) を考慮した、鉛直一次元の雲モデルを考える。このモデルでは、対流性上昇流域、対流性下降流域は定常状態にあり、質量の鉛直輸送が側面の質量のエントレインメント、デトレインメントとバランスしていることを仮定する。この場合、対流性上昇流、下降流域の質量保存則は以下のように表される。

$$0 = \rho g \frac{\partial M^u}{\partial p} + E^u - D^u \quad (2.2.3)$$

$$0 = -\rho g \frac{\partial M^d}{\partial p} + E^d - D^d \quad (2.2.4)$$

ここで、 M , E , D はそれぞれサブグリッドの対流のマスフラックス [kg m⁻² s⁻¹]³、対流域の側面からのエ

² GSM の積雲対流パラメタリゼーションでは格子内に異なる雲頂を持つ複数の積雲を考える (スペクトル型) が、KF スキームではさまざまな積雲の振る舞いを1本の積雲で代表させる (バルク型) という違いがある。しかし、格子内を対流性上昇流域・対流性下降流域・環境場に分けること、対流域の面積は環境場のそれに比べて十分小さいこと、1種類ごとの雲モデルの定式化における仮定や、その格子平均場の定式化に関する基本的な考え方はほぼ同じである。

³ Kain and Fritsch (1990) 及び MSM, LFM で使用されているKF スキームのソースコード上では、 Δx [m] を格子間隔として、 M , E , D に格子の面積 Δx^2 を乗じたものをマスフラックス、エントレインメント、デトレインメントとしているが、本節では、他のマスフラックス型スキームの解説と記述を合わせることを目的に、 Δx^2 を乗じない形で表記する。

ントレインメント [kg m⁻³ s⁻¹]、環境場へのデトレインメント [kg m⁻³ s⁻¹] を表す。上付き文字 u , d はそれぞれ、対流性上昇流域、対流性下降流域における値であることを示す。また、 M^u は上向きを、 M^d は下向きを正に取っている。

対流性上昇流域、対流性下降流域の面積の格子内のそれに対する比を、それぞれ σ^u (0-1), σ^d (0-1) とすると、 M^u , M^d は以下のように定義される。

$$M^u = \rho \sigma^u w^u \quad (2.2.5)$$

$$M^d = -\rho \sigma^d w^d \quad (2.2.6)$$

質量と同様に、対流性上昇流域、対流性下降流域の物理量 ϕ の満たす方程式も定常状態にあることを仮定すると、以下のように表される。

$$0 = \rho g \frac{\partial M^u \phi^u}{\partial p} + E^u \bar{\phi} - D^u \phi^u + S_\phi^u \quad (2.2.7)$$

$$0 = -\rho g \frac{\partial M^d \phi^d}{\partial p} + E^d \bar{\phi} - D^d \phi^d + S_\phi^d \quad (2.2.8)$$

ここで、 S_ϕ^u , S_ϕ^d はそれぞれ、対流性上昇流、対流性下降流域での ϕ のソース項で、 $S_\phi = S_\phi^u + S_\phi^d$ とする。具体的には、 S_ϕ^u としては水の相変化やそれに伴う潜熱、雲から降水への変換などが、 S_ϕ^d としては落下する降水の蒸発や融解などが考慮される。

格子平均場の時間変化率の定式化

環境場における上昇流を w^e とすると、輸送フラックスは以下のように表せる。

$$\begin{aligned} \overline{\rho \phi' w'} &= \rho \sigma^u (\phi^u - \bar{\phi}) (w^u - \bar{w}) \\ &\quad + \rho \sigma^d (\phi^d - \bar{\phi}) (w^d - \bar{w}) \\ &\quad + \rho (1 - \sigma^u - \sigma^d) (\phi^e - \bar{\phi}) (w^e - \bar{w}) \end{aligned} \quad (2.2.9)$$

KF スキームでは、多くのマスフラックス型のスキームと同様、格子内の対流性上昇流域、対流性下降流域の面積は格子全体のそれに比べて十分小さいこと ($\sigma^u, \sigma^d \ll 1$) を仮定し、環境場の物理量は格子平均場のそれで近似する ($\phi_e \sim \bar{\phi}$)。また、環境場の鉛直速度が0とみなせる ($w_e \sim \bar{w} \sim 0$) ことを仮定する。これらの仮定のもとでは、 ϕ の輸送フラックス $\overline{\rho \phi' w'}$ は以下のように近似できる。

$$\overline{\rho \phi' w'} = M^u (\phi^u - \bar{\phi}) - M^d (\phi^d - \bar{\phi}) \quad (2.2.10)$$

(2.2.3) 式、(2.2.4) 式 (2.2.7) 式、(2.2.8) 式及び (2.2.10) 式を (2.2.2) 式に代入することで、サブグリッドスケールの対流に伴う $\bar{\phi}$ の時間変化率は、デトレインメントと補償下降流 (格子内の質量保存則から現れる対流性上昇流と対流性下降流を補う下降流) の和の形で以下のように書き換えることができる。

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} \right)_{\text{convection}} = D^u (\phi^u - \bar{\phi}) + D^d (\phi^d - \bar{\phi}) - \rho g (M^u - M^d) \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial p} \quad (2.2.11)$$

ここで、右辺第1, 2項がデトレインメント、第3項が補償下降流による項である。(2.2.11)式を具体的に計算するには、 M^u , D^u , ϕ^u , M^d , D^d , ϕ^d のような、対流性上流域、対流性下降域内の物理量の鉛直プロファイルを得る必要がある。

対流性上昇流域内の物理量のプロファイル

対流性上昇流域内の鉛直プロファイルを得るために、(2.2.3)式や(2.2.7)式を持ち上げ凝結高度(LCL: Lifting Condensation Level)から鉛直積分する。鉛直積分では、エントレインメント、デトレインメントを表す E^u , D^u を対流性上昇流域と環境場の空気の混合を考慮して計算する。KFスキームにおける E^u , D^u の計算方法は、他のマスフラックス型の積雲対流パラメタリゼーションで採用されている手法に比べ複雑であり、最も特徴的な部分である。

MSM, LFMで使用されているKFスキームでは、 E^u , D^u をKain and Fritsch (1990)に準じて計算する。KFスキームでは、対流性上昇流域の周辺で乱流混合が起きているとし、混合が起きている領域の気は多くの微小な気塊から構成されていると考える。環境場の空気から入ってきた気塊の比率(以下、混合率)⁴の頻度分布がガウス分布に従うことを仮定する。

KFスキームにおける E^u , D^u の計算では、まず混合空気における環境場、対流性上昇流域それぞれから取り込まれた質量を計算する。ここで、単位面積・単位時間あたりに、環境場からエントレインされた質量を δm_e [$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$]、混合された対流性上昇流域の質量を δm_u [$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$]、混合されたすべての質量を δm_t [$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$]とする。 x を混合率、 $f(x)$ を x の確率密度分布とすると、 δm_e , δm_u , δm_t の関係は以下のように表される。

$$\delta m_u + \delta m_e = \delta m_t = \delta m_t \int_0^1 f(x) dx \quad (2.2.12)$$

$$\delta m_e = \delta m_t \int_0^1 x f(x) dx \quad (2.2.13)$$

$$\delta m_u = \delta m_t \int_0^1 (1-x) f(x) dx \quad (2.2.14)$$

$f(x)$ は以下のように表される。

$$f(x) = F_0 \left[e^{-\frac{(x-0.5)^2}{2\sigma^2}} - e^{-4.5} \right] \quad (2.2.15)$$

ここで、 $\sigma = 1/6$ 、係数 F_0 は $\int_0^1 f(x) dx = 1$ を満たすように決められる。

⁴ 例えば、比率が0.5の場合、対流性上昇流と環境場の空気の質量が等しく混合されていることを表す。

KFスキームでは、エントレインされた質量 δm_e は対流性上昇流の半径 R の逆数に比例することとし、Simpson (1983)の実験式をもとに、以下のような関係を仮定する。

$$\delta m_e = M_{u0} \frac{a \Delta p}{R} \quad (2.2.16)$$

ここで Δp は気圧座標で見た場合のモデル各層の厚さ[Pa]、 a は経験的に決める定数で、KFスキームでは 0.03 m Pa^{-1} としている。 M_{u0} は雲底におけるマスフラックスの大きさ [$\text{kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$] である。 M_{u0} の大きさは、後述のクロージャーで最終的に決定する。対流性上昇流域の半径 R はエントレインメント、デトレインメントの計算のみに使われる変数であり、雲モデルにおいては前述の通り、対流性上昇流域は格子全体の面積に対して十分小さいことを仮定している。 R の設定には任意性があり、MSM, LFMで異なる。

混合大気が正の浮力を持てば、混合された環境場の空気は対流性上昇流域にエントレインされ、負の浮力を持てば混合された対流性上昇流域の空気は環境場にデトレインされるとみなす。したがって、 x_n を浮力が0になるときの対流性上昇流域と環境場の混合率とすると、環境場からのエントレインメント E^u と環境場へのデトレインメント D^u は δm_t , x , $f(x)$ を用いて以下のように計算される。

$$E^u \delta p = \rho g \delta m_t \int_0^{x_n} x f(x) dx \quad (2.2.17)$$

$$D^u \delta p = \rho g \delta m_t \int_{x_n}^1 (1-x) f(x) dx \quad (2.2.18)$$

δm_t は(2.2.16)式から δm_e を計算したのち(2.2.13)式を用いて計算される。 x_n は、混合空気の仮温度を x の関数 $T_v^{\text{mix}}(x)$ として、混合空気の浮力の大きさに比例する関数 $g(x) = (T_v^{\text{mix}}(x) - \bar{T}_v) / (T_v^u - \bar{T}_v)$ を定義し、 $x = 0, 0.1, 0.95$ における g から、 $g = 0$ になるときの x を線形内挿または外挿から計算する(図2.2.1)。

対流が停止する高度

KFスキームでは、対流性上昇流 w^u [m/s]の大きさが0になるか、マスフラックスが0になった高度を雲頂高度 z_{ctop} としている。 w^u が満たす式は、鉛直方向の運動方程式について、鉛直移流、浮力、環境場との混合により定常状態にあることを仮定して、以下のように表す。

$$0 = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} (w^u)^2 \right) + \frac{g}{1+\gamma} \frac{T_v^u - \bar{T}_v}{\bar{T}_v} - \frac{1}{2} \frac{g}{1+\gamma} (q_c^u + q_i^u) - \frac{E^u}{\rho} (w^u)^2 \quad (2.2.19)$$

ここで q_c^u [kg kg^{-1}]、 q_i^u [kg kg^{-1}]はそれぞれ、対流性上昇流域による雲水量、雲水量である。 γ は気圧の揺

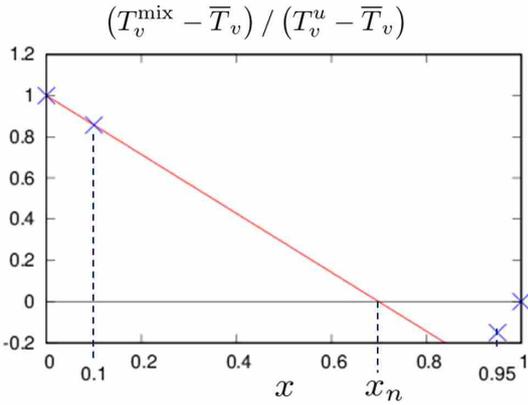


図 2.2.1 浮力が 0 になるときの混合率 x_n の計算方法の模式図。青い印 \times は、KF スキーム内で実際に計算される $x = 0, 0.1, 0.95, 1$ における、 $g(x) = (T_v^{\text{mix}}(x) - \bar{T}_v) / (T_v^u - \bar{T}_v)$ を示している。赤い実線は、 $x = 0, 0.1$ における g から g を線形外挿したものを示す。赤実線が x 軸と交わるときの x が x_n となる。この図では、 x_n の計算は外挿となっているが、 $g(0.1) < 0$ であれば内挿となる。また、実際には $0 \leq x_n \leq 1$ となるように制限しており、 $g(0) < 0$ であれば $x_n = 0$ 、 $|g(1) - g(0.1)| < 10^{-3}$ または $g(0.95) > 0$ であれば $x_n = 1$ としている。

らぎによる効果を表すためのパラメータであり、KF スキームでは $\gamma = 0.5$ としている。右辺第 1 項から第 4 項はそれぞれ鉛直流自身による移流、浮力による加速、水物質の重みによる減速、混合による希釈を表している。(2.2.19) 式を雲底から鉛直積分することで、 $(w^u)^2$ の鉛直プロファイルを得る。

KF スキームでは、LCL と対流の止まる高度の差で定義される積雲の深さによって、浅い対流と深い対流に分けられる。積雲の深さが LCL における気温の関数で定義されたある下限値を下回る場合は浅い対流とみなされ、上回る場合は深い対流とみなされる。後述のように、深い対流と浅い対流ではクロージャーが異なる。

降水の扱い

KF スキームでは雨や雪を予報変数としては扱っていないため、雨や雪に対して、(2.2.7) 式、(2.2.11) 式のような方程式は適用されない。その代わりに、雨や雪を雲水から変換されるものとして取り扱う。雲水量 q_c について、(2.2.7) 式を適用すると以下のように表される。

$$0 = \rho g \frac{\partial M^u q_c^u}{\partial p} + E^u \bar{q}_c - D^u q_c^u + c_c^u - P_c \quad (2.2.20)$$

ここで c_c^u [$\text{kg m}^{-3} \text{s}^{-1}$]、 P_c [$\text{kg m}^{-3} \text{s}^{-1}$] は雲の凝結量または凍結量、降水生成量である。対流性上昇流域の気温が 0°C を超えるかどうかで、凝結と凍結に振り分けている。

MSM, LFM で用いられている KF スキームでは、降水生成量は Kessler (1969) のオートコンバージョンの

形で計算される (成田 2008)。

$$P_c = A \max(q_c^u - q_{c0}, 0) \quad (2.2.21)$$

$$A = \rho g M^u / \Delta p \quad (2.2.22)$$

q_{c0} [kg kg^{-1}] は降水への変換が始まる雲水量の閾値で、MSM, LFM で使用されている KF スキームでは $2.0 \times 10^{-3} \text{ kg kg}^{-1}$ に設定されている。 A [$\text{kg m}^{-3} \text{s}^{-1}$] は降水への変換効率を表したもので、(2.2.21) 式、(2.2.22) 式は、モデルの各鉛直層において、 q_{c0} を超えた分の雲水がただちに降水に変換され、対流性上昇流域から放出されることに相当する。

対流性下降流域内の物理量のプロファイル

対流性下降流域内の鉛直プロファイルは、(2.2.4) 式や (2.2.8) 式を LCL より 150 hPa 上層を開始高度として、上層から下層に向かって鉛直積分することで得られる。対流性下降流は、正の浮力を持つ高度 (仮温度を T_v として、 $T_v^d > \bar{T}_v$ となる高度) で停止する。 $E^d = 0$ とし、 D^d は、対流性下降流開始高度から停止高度まで、層の厚さ Δp に比例して M^d が減少するように決められる。

(2) クロージャー

マスフラックス型の積雲対流パラメタリゼーションでは、対流の強さはマスフラックスの大きさの形で表される。このマスフラックスの大きさを最終的に決めるプロセスをクロージャーと呼ぶ。MSM で使用されている KF スキームでは、深い対流と浅い対流の違いはクロージャーの違いに帰着される。

深い対流

深い対流について、マスフラックスの大きさは、対流により成層が安定化された後の対流有効位置エネルギー (CAPE: Convective Available Potential Energy) の大きさが初期の状態の 15%⁵ 以下になるように決められる。ここでの CAPE [$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$] は、対流性上昇流の仮温度 T_v^u と環境場の仮温度 \bar{T}_v を用いて、以下のように定義する。

$$\text{CAPE} = \int_{z_{\text{LCL}}}^{z_{\text{ctop}}} g \left(\frac{T_v^u - \bar{T}_v}{\bar{T}_v} \right) dz \quad (2.2.23)$$

T_v^u は (2.2.3) 式及び (2.2.7) 式を LCL の高度 z_{LCL} から鉛直積分することで計算する⁶。

CAPE が元の 15% 以下になるようなマスフラックスは繰り返し計算によって求められる。LCL における

⁵ MSM, LFM で使用されている KF スキームのデフォルト値であり、モデルの設定により変更は可能。

⁶ CAPE は通常、乾燥断熱・湿潤断熱減率で持ち上げる気塊に対して定義される (AMS Glossary など)。ここでの CAPE はエントレインメント、デトレインメントにより混合された (希釈された) 気塊を扱うため、“dilute CAPE” とも呼ばれる。

マスフラックス M_{u0} [$\text{kg m}^{-2}\text{s}^{-1}$] の第一推定値は以下の式で与えられる。

$$M_{u0} = 0.01\rho_{u\text{LCL}}w_{\text{one}} \quad (2.2.24)$$

ここで $\rho_{u\text{LCL}}$ は LCL における密度である。 w_{one} は LCL における対流性上昇流の速度で 1 m/s とする。0.01 は対流性上昇流が格子全体の面積の 1% を占めるという仮定に由来する。 M_{u0} と (2.2.3) 式、(2.2.7) 式から、LCL でのマスフラックスが M_{u0} の場合の対流性上昇流域の物理量のプロファイルが計算される。成層が安定化された後の ϕ の格子平均値 $\bar{\phi}_{\text{stabilized}}$ は、時刻 t_0 における ϕ の格子平均値を $\bar{\phi}_{\text{initial}}$ として、(2.2.11) 式を CAPE を消費する時間 τ_{lifetime} [s] の間、時間積分することで求められる。

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{\text{stabilized}} &= \bar{\phi}_{\text{initial}} \\ &+ \int_{t_0}^{t_0 + \tau_{\text{lifetime}}} \frac{1}{\rho} ((2.2.11) \text{ の右辺}) dt \end{aligned} \quad (2.2.25)$$

もし、成層安定化後の CAPE が元の CAPE の 15% を上回っていたら、LCL におけるマスフラックスを増加させ、再度 (2.2.3) 式、(2.2.7) 式の鉛直積分と (2.2.11) 式の時間積分を行う。このような繰り返し計算を経て、最終的な M_{u0} が決まる。KF スキームでは τ_{lifetime} は任意のパラメータであり、 τ_{lifetime} が小さいほどより短時間で CAPE を元の値の 15% まで減少させることになる。つまり、 τ_{lifetime} が小さいほど M_{u0} が大きくなり、積雲対流パラメタリゼーションによる成層安定化の効果が大きくなる。

対流性下降流のクロージャーについて、対流性下降流が開始する高度のマスフラックスの大きさは、対流性上昇流の雲底におけるマスフラックスに係数を掛けたもので計算される。係数は対流性下降流が発生する環境場の相対湿度の鉛直平均の関数で示され、環境場が湿っているほど対流性下降流のマスフラックスは小さくなる。

浅い対流

浅い対流について、LCL におけるマスフラックスは以下のように計算される (Kain 2004)。

$$M_{u0,\text{shallow}} = \frac{\text{TKE}_{\text{max}}}{k_0} \frac{\Delta p_{\text{parcel}}}{g\tau_{\text{lifetime}}} \quad (2.2.26)$$

ここで TKE_{max} 、 k_0 は乱流エネルギーの次元 [$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$] を持つ任意のパラメータである⁷。 Δp_{parcel} [Pa] は LCL から 50 hPa 以内にある、最上のハーフレベルまでの層の厚さである。

⁷ Kain (2004) では、 TKE_{max} は雲底以下の乱流エネルギーの最大値としているが、asuca に実装された KF スキームでは定数としている。

(3) トリガー

トリガー過程では、積雲対流パラメタリゼーションが発動するかどうかの判別を成層の安定度に基づき、各鉛直カラムについて行う。KF スキームでは、トリガー過程は 2 ステップに分けて行われる。

まず、LCL まで持ち上げられた気塊が浮力を持つかどうかを判別する。浮力の判別に使う気塊の気温 T_{diag} は LCL まで持ち上げられた気塊の気温 T_{LCL} に正の摂動 $\Delta T'$ を加えたもので表される。

$$T_{\text{diag}} = T_{\text{LCL}} + \Delta T' \quad (2.2.27)$$

$\Delta T'$ の計算方法は、鉛直流・LCL の関数と相対湿度の関数の和 (成田 2008) で表したものの、地表面の乱流フラックスの関数で表したもの (第 2.2.3 項 (3)) と複数のオプションがあり、LFM が前者、MSM が後者を採用している。気塊の持ち上げを開始する高度は、地表から 300 hPa の層の範囲で探索を行う。まず、モデル最下層から 50 hPa の厚さで混合された大気を LCL まで断熱的に持ち上げ、 T_{LCL} を計算する。 $T_{\text{diag}} > \bar{T}$ を満たさない場合は、さらに上の層に移り、混合大気の持ち上げをやり直す。これらを $T_{\text{diag}} > \bar{T}$ を満たす層が見つかるまで繰り返す。条件を満たす層が見つからない場合は、そのカラムでは積雲対流パラメタリゼーションは発動しないと判別する。

$T_{\text{diag}} > \bar{T}$ が満たされたら次のステップとして、(2.2.3) 式、(2.2.7) 式を LCL から鉛直積分し、対流性上昇流域の物理量を計算し、それらをもとに CAPE を計算する。CAPE が正の値を持てば、そのカラムでは積雲対流パラメタリゼーションが発動すると判別する。

2.2.3 MSM における積雲対流パラメタリゼーションの設定

2017 年 2 月に MSM の予報モデルを asuca に更新した際 (以下、MSM1702) は、物理過程に多くの改良が加えられた。積雲対流パラメタリゼーションについても大規模な変更がなされた。ここでは MSM1702 における変更点を中心に、MSM における積雲対流パラメタリゼーションの設定について解説する。MSM1702 における改善の狙いは降水予測の問題の解決、特に強い降水の予測頻度過剰や海上における対流性の降水が少ない問題の軽減、環境場のバイアス減少などである。MSM1702 における積雲対流パラメタリゼーションの変更の基本的な方針は、積雲対流パラメタリゼーションの効果を大きくし成層の安定化を図ることとした。また、鉛直 1 次元モデルによる基礎実験で判明した不自然な挙動等もあわせて修正した。なお、以下では MSM1702 より 1 世代前の積雲対流パラメタリゼーションの設定 (2010 年 11 月更新) を MSM1011 と呼ぶ。第 2.2.2 項の解説の順に沿い、雲モデル、クロージャー、トリガーにおける設定について述べる。

(1) 雲モデル

エントレインメント率の見直し

エントレインメントが起こると、マスフラックスとしては大きくなるが、対流性上昇流域に対して冷たくて乾燥した空気を取り込むことになるため、対流性上昇流域での浮力は小さくなる。このことからエントレインメントの強さは、対流の深さや強さのプロファイルに大きく影響する。KF スキームでは、エントレインメントの強さは (2.2.16) 式の中にある対流域の半径 R の大小に敏感である。一般には R が大きく (小さく) になると、エントレインメント率は小さく (大きく) なり、その結果対流は深く (浅く) なり、KF スキームによる成層の安定化が働きやすく (働きのく) なることで、降水量が増加する (減少する) 傾向がある。また、 R の計算は、降水予測の上で問題となる振る舞いの軽減のために調整される変数としての側面もあった。

MSM1702 では、衛星観測プロダクトから得られる対流雲の雲頂高度との整合性から R を拘束することや、定式化のシンプル化を図り、 R を 750 m と一定値にする変更を行った (Matsubayashi et al. 2016)。MSM では、暖候期に南西から湿った空気が流れ込む際に地上で KF スキームが過剰に降水を生成してしまうことがある。MSM1702 より前は、この問題の対策として R を LCL の高さや格子スケールの鉛直流に依存させること等によるエントレインメント率のコントロールが行われてきた (成田 2008; 成田・森安 2010)。 R を通じたエントレインメント率のコントロールにより、KF スキームの深い対流による降水が発生しにくくなる一方で、 R の診断式が複雑化され、その物理的な解釈が困難になった。MSM1702 では、陸上での過剰な降水の制御はトリガーの改良で対応したことから R の複雑な定式化を廃止し、定数として扱うこととした。

KF スキームが生成した水物質の扱い

KF スキーム内で生成された水物質は、気温に応じて液相と固相に、凝結物の量に応じてその一部を降水に変換している。MSM1702 より前では、深い対流については、生成された降水はその積分時間間隔で地上に落下するものとし、降水フラックスの生成の形で表していた。MSM1702 では、MSM の物理過程での積分時間間隔 (100/3 s) で降水が全て地上に落下するのは非現実的と考え、KF スキームが生成した降水 (雨、雪、あられ) は生成された層の格子平均値に反映させるように変更された。また、KF スキームが生成した水物質のうち、雲水と雪が共存している場合は、その雪はあられとして格子平均場に反映させるようにした。さらに、雲微物理過程内で雲氷から変換された雪が、移流にともない下流に広がり過ぎることを防ぐため、KF スキームからデトレインされた雲氷は雪として格子平均値に反映させるようにした。

対流性下降流の扱い

KF スキームが生成した降水の扱いの変更に合わせて、対流性下降流の扱いも変更した。オリジナル及び MSM1702 より前の MSM での KF スキームでは、サブグリッドスケールの対流の振る舞いを、1 組の対流性上昇流、対流性下降流で代表させており、降水の再蒸発や融解は対流性下降流で計算している。前述のように、MSM1702 では、KF スキームが生成した降水は格子スケールの値に引き渡されるようになった。このことで、積雲対流パラメタリゼーションが生成した水物質による引きずり下ろしの効果や、降水の再蒸発や融解を雲微物理過程で計算するようになった。これらの計算の重複を避けるため、MSM1702 では対流性下降流を考慮しないように変更された。この変更は KF スキームにおける対流性下降流で計算していたものの一部を力学過程・雲微物理過程に担わせることにあたる。また、対流性下降流を停止すると $M^d = 0$ となるため、(2.2.11) 式における補償下降流の項が大きくなる。結果として、KF スキームの効果を強めることにも相当する。

(2) クロージャー

MSM1011 以前の KF スキームの設定では、CAPE を消費する時間 τ_{lifetime} は気塊が対流圏中層における風で格子を横切る時間で定義するようになっていた。しかし、実際は中緯度では下限値である 900 s を取る場合が多かった。また、積雲対流パラメタリゼーションによる成層不安定の解消が効果的に働くことが期待される低緯度において、風速が弱いことで τ_{lifetime} が中緯度より長くなる。成層不安定な低緯度で KF スキームの効果が弱くなるという、本来対流パラメタリゼーションに期待される挙動とは逆の振る舞いになっていた。MSM1702 では、コードの複雑さの回避と低緯度での振る舞いの改善、降水スコアの改善を意図して、深い対流、浅い対流ともに 600 s と一定値を取るよう修正した。また、浅い対流のクロージャーにおける TKE_{max} を $5 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ から $1 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ に変更した。これは、浅い対流の雲底マスフラックスが大きすぎる問題を修正するもので、この修正により補償下降流による下層の乾燥が軽減される他、深い対流と浅い対流の境目での雲底マスフラックスの不連続が軽減される。

(3) トリガー

気温摂動

MSM1011 以前は、海上での積雲対流パラメタリゼーションの効果が小さく、陸上で効果が大きくなっていた。その原因の一つとして、鉛直流の大きさに依存した気温摂動が挙げられる。Kain (2004) 及び MSM1011 での KF スキームでは、LCL における格子スケールの鉛直流が大きいほど、気温摂動が大きくなる定式化になっている。この定式化は格子スケールの風速場が対流の発生に与える作用が弱いという問題を補うために

KFスキームに導入されたものであるが、暖候期に南西の海上から暖湿流が日本に入り込むときに、鉛直流の小さい海上ではKFスキームが発動しにくく、陸上で地形による強制に伴う上昇流により過剰にKFスキームが発動するという副作用も含まれていた。

MSM1702では(2.2.27)式における気温摂動 $\Delta T'$ を以下に示す地表面の乱流に伴う浮力フラックスの関数で表す。

$$\Delta T' = \max [A_{\text{plume}}, \min [B_{\text{plume}}\sigma_{T_v}, G_{\text{max}}z_h]] \Pi \quad (2.2.28)$$

$$\sigma_{T_v} = 1.93 \overline{w'\theta'_{vs}} / w_m \quad (2.2.29)$$

$$w_m^3 = u_*^3 + 0.25 z_h \overline{w'b'_s} \quad (2.2.30)$$

ここで Π , z_h [m], u_* [m/s], $\overline{w'b'_s}$ [$\text{m}^2 \text{s}^{-3}$] はそれぞれエクスター関数、境界層の高さ、摩擦速度、地表面における浮力フラックスである。 A_{plume} , B_{plume} , G_{max} は経験的なパラメータでそれぞれ $A_{\text{plume}} = 0.2$ [K], $B_{\text{plume}} = 3.26$, $G_{\text{max}} = 10^{-3}$ [K m^{-1}] としている。

これらの変更により、海上で積雲対流パラメタリゼーションの発動頻度が増加するとともに、陸上の沿岸での積雲対流パラメタリゼーションの発動に伴う過剰な降水が軽減される効果を狙う。MSM1702より前では、海上での格子スケールの降水の集中の軽減を目的に、相対湿度に依存した気温摂動が考慮されていたが、浮力フラックスに依存した摂動でも格子スケールの降水の集中の軽減が達成できるため、MSM1702では相対湿度依存の気温摂動は廃止された。

また、MSM1702より前では、積雲対流パラメタリゼーションの計算は5分ごとに行っており、毎ステップにおける積雲対流パラメタリゼーションに伴う熱と水の時間変化率も5分間は一定値を使用していた。MSM1702では、環境場の変化に積雲対流パラメタリゼーションが早く応答することを狙い、これを毎ステップ診断し直すように変更した。

MSM1702における対流パラメタリゼーション変更のインパクト1：前線に伴う降水の例

MSM1702における変更の効果が降水予測や加熱率に表れている事例を図2.2.2に示す。以下では、MSM1702から積雲対流パラメタリゼーションの設定をMSM1011相当のものに戻した場合の予測結果をMSM1011Cuと呼ぶ。この事例では、前線や低気圧に向かって暖かく湿った空気が流入し、西日本を中心に北日本にかけて大雨となった。また、佐賀県、福岡県、長崎県では大雨特別警報が発表された。MSM1011Cuでは、東シナ海から九州北部にかけて、細く伸びる強い降水(100 mm/3hを超える)が予測されており、解析雨量に比べて降水の面積は狭くピークは過大となっている。MSM1702では、降水のピークはMSM1011Cuよりも弱く、また、

1 mm/3h以上の降水が海上にも広がっている。結果として、降水分布がMSM1011Cuよりも平滑化されたような形になる。これは、海上でも積雲対流パラメタリゼーションの効果が大きく働くようになったことに由来する。MSM1702での変更は降水予測だけでなく、大気の熱収支にも大きな影響を与える。図2.2.3は、図2.2.2の事例における、九州の西の海上での各過程による温位の時間変化率のプロファイルを示している⁸。MSM1702では、積雲対流パラメタリゼーションによる加熱率がMSM1011Cuのそれよりも大きく、高度によっては倍以上になっている。これは海上での積雲対流パラメタリゼーションの発動増加や、補償下降流による加熱率が増加したことに起因している。また、積雲対流パラメタリゼーションの特性の変化は、雲微物理過程にも影響を及ぼす。MSM1011Cuでは、雲微物理過程による加熱率が対流圏全体で正だったものが、MSM1702の設定では5000 m付近を境にそれより下層では冷却、上層では加熱となっている。対流圏上層においても雲微物理過程による加熱率はMSM1702の方がMSM1011Cuより小さい。これは、積雲対流パラメタリゼーションから雲微物理過程に降水が渡されるようになったため、雲微物理過程側での蒸発量が増えたことに起因すると考えられる。

MSM1702における対流パラメタリゼーション変更のインパクト2：台風の例

MSM1702での積雲対流パラメタリゼーションの変更の効果は、低緯度でより顕著に表れる。図2.2.4は、上層寒冷渦により大気が不安定化し、沖縄・奄美で猛烈な雨が観測された事例を対象とするMSMの降水予測について、積雲対流パラメタリゼーションの設定による違いを示したものである。MSM1011Cuでは局所的な降水の集中や1 mm/3hの降水のまばらな分布が見られるのに対し、MSM1702では沖縄・奄美や九州の南海上でMSM1011Cuよりも降水分布が平滑化されている様子が顕著である。一方、予測された降水量は解析雨量に対して過小評価となる。九州の南の海上の加熱率のプロファイル(図2.2.5)においても、MSM1702では図2.2.3で見られたような、積雲対流パラメタリゼーションによる加熱率の増加、雲微物理過程による冷却率の増加が顕著である。また、トータルの加熱率としても、MSM1702では下層での加熱が小さく、対流圏上層の加熱が大きくなっており、KFスキームにより成層を安定化させている効果が顕著に表れている。

2.2.4 LFMにおける積雲対流パラメタリゼーションの設定

LFMで採用されている積雲対流パラメタリゼーションは、MSM1011での設定を基に、対流の立ち上がりの

⁸ 観測もなく、パラメタリゼーションの仮定や考え方にも依存するため、どちらのプロファイルが正しいかはここでは議論の対象としない。

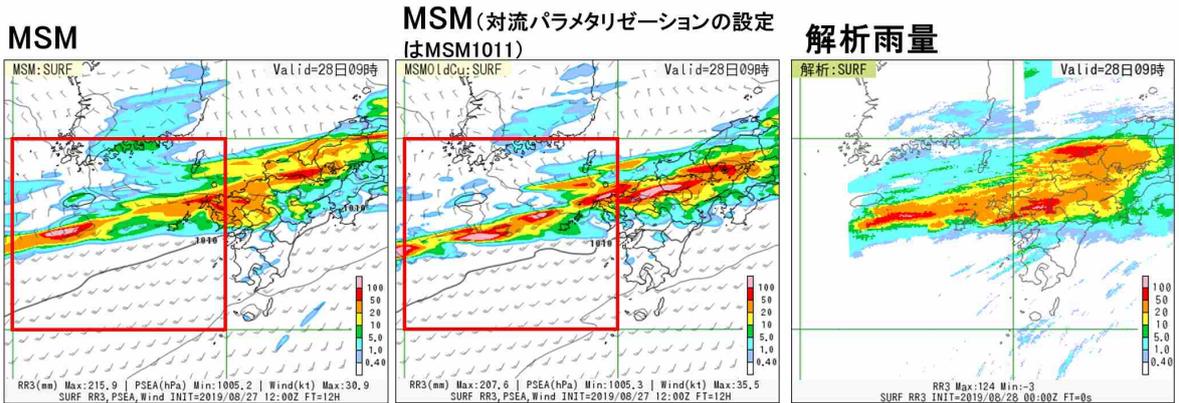


図 2.2.2 2019 年 8 月 28 日 09JST を対象とした前 3 時間雨量 [mm/3h]。(左) MSM、(中) MSM、ただし積雲対流パラメタリゼーションの設定は MSM1011、(右) 解析雨量。MSM の初期値は 2019 年 8 月 27 日 12UTC。図中の赤枠は、図 2.2.3 において、鉛直プロファイルを計算する領域を示す。

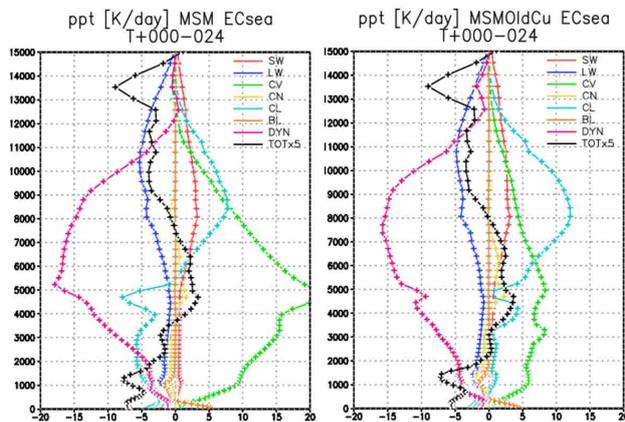


図 2.2.3 2019 年 8 月 27 日 12UTC 初期値 MSM における、図 2.2.2 の赤枠 (30°N - 35°N, 125°E - 130°E) 内で平均した FT=0-24 の積算加熱率のプロファイル [K day⁻¹]。(左) MSM、(右) MSM、ただし積雲対流パラメタリゼーションの設定は MSM1011。赤：短波放射 (SW)、青：長波放射 (LW)、緑：積雲 (CV)、黄：力学過程内の部分雲過程 (CN)、水：雲微物理 (CL)、マゼンタ：力学 (DYN)、茶：境界層 (BL) 及び、黒：トータル (TOT) の加熱率を示す。図の見やすさのため、トータルの加熱率は実際の値を 5 倍して表示している。

パラメタリゼーションとしての効果を狙って、クロージャーとトリガーを以下のように設定している。このことで、積雲対流パラメタリゼーションを用いない場合に比べ、予報初期の降水の表現が向上する。

(1) クロージャー

積雲対流パラメタリゼーションによる加熱により、その後の格子スケールの鉛直流を発生させることで、降水を生成させる。ただし、積雲対流スキームの効果が過度に発動し、早期に成層が安定化されるのを防ぐため、CAPE を消費する時間を浅い対流、深い対流とも

に 3600 s と、MSM のそれよりも 6 倍長く設定する。これにより、パラメタリゼーションによる時間変化率を小さくし、その効果を弱く作用させる。

(2) トリガー

環境場の変化に積雲対流パラメタリゼーションが早く応答することを狙い、MSM1702 同様、積雲対流パラメタリゼーション発動の判別、時間変化率の計算を毎ステップ診断する。

LFM における積雲対流パラメタリゼーションの効果を示す例として、2019 年 8 月 1 日午後の不安定降水の事例を図 2.2.6 に示す。この事例では、実況では四国や近畿地方、中部地方の山沿いを中心に不安定降水が観測されており、LFM は降水の発生と広がりを予報初期 (FT=1) から捉えている。一方、積雲対流パラメタリゼーションを用いない場合は、FT=1 では、四国の山沿いや、愛知県から静岡県にかけての山沿いの弱い降水の広がりが予測されておらず、降水発生が遅れが見られる。FT=2 になると、積雲対流パラメタリゼーションを用いない場合でも降水が予測されるようになるが、降水域の広がりは解析雨量や LFM に比べて狭い。

2.2.5 まとめ及び今後の課題

MSM の予報モデルの JMA-NHM への更新以降、KF スキームを基にした積雲対流パラメタリゼーションが雲微物理過程とあわせて使用されるようになった。MSM の高解像度化や、予報モデルの asuca への更新とともに、積雲対流パラメタリゼーションも継続的に改良が施され、降水をはじめとする予測精度向上に貢献している。MSM よりもさらに高解像度で、対流に伴う現象の一部を解像している LFM においても、対流の立ち上がり効果を狙った積雲対流パラメタリゼーションが利用されている。

MSM、LFM の降水予測精度は継続的に向上してい

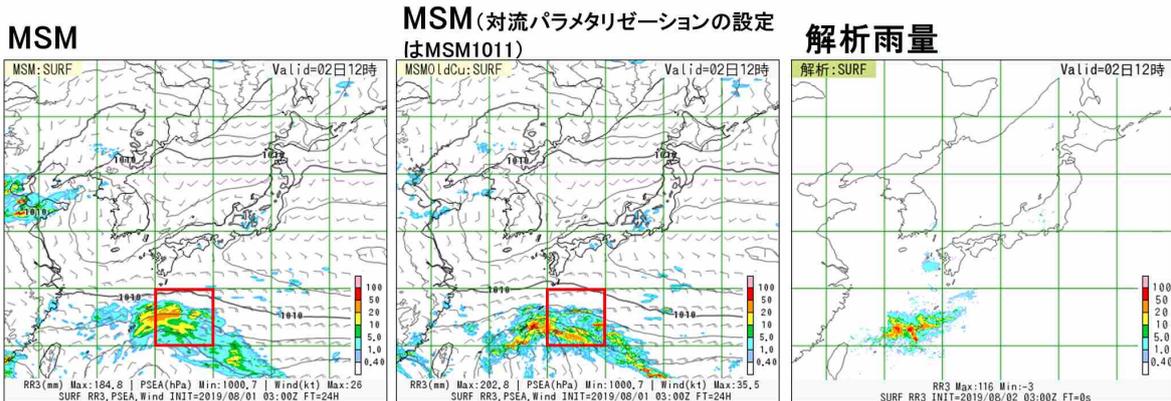


図 2.2.4 図 2.2.2 と同じ。ただし、対象時刻は 2019 年 8 月 2 日 12JST、MSM の初期値は 2019 年 8 月 1 日 03UTC。

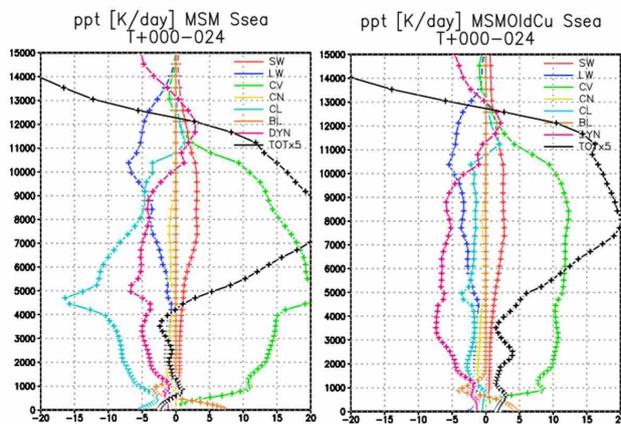


図 2.2.5 図 2.2.3 と同じ。ただし、平均領域は (25°N-30°N, 130°E - 135°E)、MSM の初期値は 2019 年 8 月 1 日 03UTC。

るものの、豪雨等顕著現象について、場所や時刻を精度良く予測することは難しい。また、水平格子間隔が数 km 程度の高解像度の領域モデルにおいても、依然として積雲対流パラメタリゼーションの予測精度への影響は大きい。さらに、水平格子間隔 1 km でも積雲対流は十分には解像できないと言われており (Bryan et al. 2003)、今後も積雲対流パラメタリゼーションの研究開発は必要となる。以下では、主に顕著現象予測の観点での、MSM, LFM、さらに将来の高解像度モデルにおける積雲対流パラメタリゼーションの課題について述べる。

(1) 顕著事例における降水の表現

第 1.2 節でも言及した通り、気象庁における高解像度領域モデルにおいては、線状降水帯等のメソ β スケールのメソ対流系に伴う顕著現象の予測精度向上が重要な課題となっている。MSM では対流セルの風下への移流に伴う線状の降水系の表現が困難である。LFM は

線状の降水がある程度表現されるものの、降水量を過大評価する傾向がある他、強い降水の発生する位置の絞り込み、持続時間の予測は難しい。積雲対流パラメタリゼーション開発の文脈でこの課題について述べると、MSM の場合は積雲対流パラメタリゼーションが成層状態に応じて鉛直一次元的に過剰に応答している可能性を、LFM の場合は格子スケールの対流と対流の立ち上がりのパラメタリゼーションの併用では、対流の発生や発達過程、対流に伴う成層の安定化を十分実現できていない可能性を示しているとも言える。MSM の問題については、顕著事例の表現の観点からの KF スキームの発動のさせ方やその強さの再検討を行う必要があり、現在調査を進めているところである。また、今後、Randall and Pan (1993), Willett and Whiteall (2017), McTaggart-Cowan et al. (2019) のような積雲対流パラメタリゼーションに関連する変数の予報変数化や移流の効果の導入等も検討の余地がある。LFM の問題については、後述の高解像度化に伴う対応と合わせて、解決策を模索する必要がある。

(2) 環境場の系統誤差

水蒸気の分布や成層、循環場といった環境場は対流の発生やその位置、強さに影響を与える。一方で、積雲対流パラメタリゼーションもまた、熱・水の鉛直輸送、雲放射過程との相互作用を通じて環境場の形成に大きな影響を与える (Saunders et al. 2019 など)。エントレインメント・デトレインメントの強さは、格子平均の加熱率・加湿率の鉛直プロファイルを通じ、モデルの成層状態の表現やその系統誤差に大きな影響を与える。また、雲から降水への変換等の積雲対流パラメタリゼーション内の雲微物理過程も加熱率・加湿率の鉛直プロファイルの変化、雲放射過程を通じ環境場の系統誤差に大きな影響を与える (氏家・下河邊 2019)。これらの課題は、積雲対流パラメタリゼーション単体で解決できる問題ではないため、他の過程とのバランスを取りながら系統誤差軽減に向けた開発を進めてい

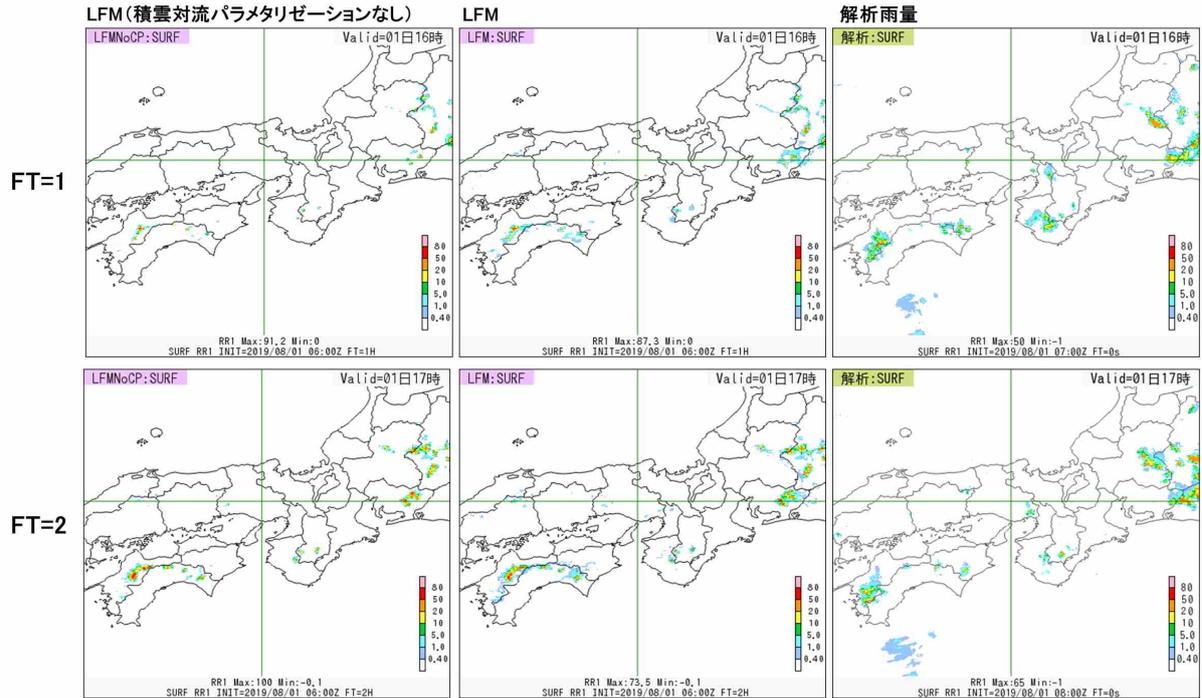


図 2.2.6 2019 年 8 月 1 日 16JST (上段)、17JST (下段) を対象とした前 1 時間雨量 [mm/h]。LFM の初期値は 2019 年 8 月 1 日 06UTC。(左) LFM、ただし積雲対流パラメタリゼーションなし (中) LFM、(右) 解析雨量。

く必要がある。

(3) 高解像度化への対応

対流の一部を解像する高解像度モデルにおける問題として知られている、降水量の過大評価の問題 (強い降水域の集中など) や、対流の発生の遅れの問題への対処としての積雲対流に関わる過程のパラメタリゼーションが必要となる。

KF スキームは中緯度のメソ対流系のシミュレーションを念頭に開発された (山田 2003; 成田 2008) が、スキームの概念や雲モデルは全球モデルで採用されているマスフラックス型の積雲対流パラメタリゼーションと同様、格子内に占める対流域の面積の割合は十分小さいことを仮定している⁹。一方、このような仮定は水平格子間隔 5 km 以下のモデルではすでに成り立たなくなっている。また、この仮定においては、対流性上昇に伴う補償下降流は格子内で閉じるが、実際は格子サイズが小さくなるほど、補償下降流は格子内で閉じなくなる。

このことは対流における「grey zone 問題」とも関連している。grey zone とは、熱・水・運動量の輸送の一部をモデルが直接解像し、パラメタリゼーションでも一

部表現されるような状況を指す。grey zone 問題とは、grey zone において、モデルが解像する輸送とパラメタライズする輸送を水平格子間隔に応じてどのように適切に振り分けるか (「scale-adaptive であるか」とも呼ばれる) という問題を指す。(Tomassini et al. 2017)。grey zone は対流、境界層、地形等の各過程に存在し、水平格子間隔が 1 km ~ 10 km のオーダーは対流における grey zone と言われる (Arakawa and Wu 2013; Lancz et al. 2018 など)。現在の主なマスフラックス型の積雲対流パラメタリゼーションは、grey zone にある水平格子間隔において水平格子間隔の変化に対する振る舞いの変化が小さく、scale-adaptive でないことが指摘されている (Tomassini et al. 2017)。MSM, LFM を含む多くの領域数値予報モデルは対流の grey zone の真ただ中にあり、grey zone に対応した積雲対流パラメタリゼーションのあり方が世界的に見ても大きな課題となっている。

積雲パラメタリゼーションの仮定の高解像度モデルにおける破綻や grey zone 問題への対処として、対流域の面積を考慮する手法 (Arakawa and Wu 2013; Park 2014)、補償下降流を力学過程で扱う形の積雲対流パラメタリゼーションが提案されており、すでに現実大気をシミュレートするような数値予報モデルでのテスト結果も報告されている (Kuell et al. 2007; Malardel and Bechtold 2019)。LFM で見られるような、強い降水の集中の問題の解決策としては未知数だが、将来の選択肢のひとつとして考えられる。

⁹ ECMWF の全球モデル IFS(Tiedtke 1993)、英国気象局の全球領域統一モデル UM(Gregory and Rowntree 1990)、NCAR のコミュニティモデル CAM(Zhang and McFarlane 1995; Neale et al. 2010) 等、主要な全球モデルではこの仮定に基づくマスフラックス型の積雲対流パラメタリゼーションを採用している。

また、別のアプローチとして、エントレインメント・デトレインメントのような水平混合過程をパラメタリゼーションとして扱う方向性もある。乱流に伴うエントレインメント・デトレインメントは対流域と環境場の混合により浮力を減少させることで、上昇流を抑制する役割がある。一方、乱流に伴うエントレインメント・デトレインメントは1 km以下の水平格子間隔であっても解像することはできない。高解像度モデルにおいて、格子スケールの対流を表現するためには、何らかの形で水平混合を表すことが必要であると考えられる。Hanley et al. (2019) は、サブグリッドスケールの混合の考慮により、降水予測の過大評価が軽減されることを報告している。また、JMA-NHM 及び asuca の開発においても水平拡散が降水予測に与える影響が大きいということを経験している(河野ほか 2014)。asuca では、人為的な数値拡散は可能な限り導入しない方針をとっているが、物理過程のパラメタリゼーションとしての水平拡散については検討の価値はある。今後、テスト用に水平拡散スキームを実装し、その影響について調査を進める予定である。

高解像度モデルにおける積雲対流パラメタリゼーションについては、KF スキームを含むこれまでのマスフラックス型の積雲対流パラメタリゼーションとは異なるアプローチを取らなければならない。これらは研究としても最先端であるため、最新の動向¹⁰をフォローすること、有望な手法と思われるものについては早期にテストできるよう、研究開発環境・体制を整えていくことが今後必要となる。

参考文献

Arakawa, A. and W. H. Schubert, 1974: Interaction of a Cumulus Cloud Ensemble with the Large-Scale Environment, Part I. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **31**, 674–701.

Arakawa, A. and C-M. Wu, 2013: A Unified Representation of Deep Moist Convection in Numerical Modeling of the Atmosphere. Part I. *J. Atmos. Sci.*, **70**, 1977–1992.

荒波恒平, 原旅人, 2006: モデルの変更点. 平成 18 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 55–58.

Bryan, G. H., J. C. Wyngaard, and J. M. Fritsch, 2003: Resolution Requirements for the Simulation of Deep Moist Convection. *Mon. Wea. Rev.*, **131**, 2394–2416.

永戸久喜, 藤田匡, 原旅人, 2012: 局地モデルの本運用.

¹⁰ 例えば、Grey Zone Project(<https://www.metoffice.gov.uk/research/approach/collaboration/grey-zone-project>) と呼ばれる grey zone 問題の解決を目的とした特別観測や各種モデル相互比較の国際プロジェクトが進行している。気象庁もモデル相互比較に参加している。

平成 24 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 72–86.

藤田司, 2004: 非静力学メソ数値予報モデルの概要. 平成 16 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 1–9.

Gregory, D. and P. R. Rowntree, 1990: A Mass Flux Convection Scheme with Representation of Cloud Ensemble Characteristics and Stability-Dependent Closure. *Mon. Wea. Rev.*, **118**, 1483–1506.

Hanley, K., M. Whittall, A. Stirling, and P. Clark, 2019: Modifications to the representation of sub-grid mixing in kilometre-scale versions of the Unified Model. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*

原旅人, 2012: 物理過程ライブラリの開発. 数値予報課報告・別冊第 58 号, 気象庁予報部, 205–208.

原旅人, 2017: メソ数値予報システムの改良の概要. 平成 29 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 42–47.

石田純一, 2005: 新モデルの特徴. 平成 17 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 14–17.

Kain, J. S., 2004: The Kain-Fritsch convective parameterization: An update. *J. Appl. Meteor.*, **43**, 170–181.

Kain, J. S. and J. M. Fritsch, 1990: A one-dimensional entraining/detraining plume model and its application in convective parameterization. *J. Atmos. Sci.*, **47**, 2784–2802.

河野耕平, 原旅人, 2014: LFM としての asuca の特性. 平成 26 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 108–117.

河野耕平, 松林健吾, 倉橋永, 2014: 局地モデルとしての現状. 数値予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 113–120.

Kessler, E., 1969: On the Distribution and Continuity of Water Substance in Atmospheric Circulations. *Meteorol. Monogr.*, **10(32)**, 1–84.

気象庁予報部, 2014: 次世代非静力学モデル asuca. 数値予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 151pp.

Kueller, V., A. Gassmann, and A. Bott, 2007: Towards a new hybrid cumulus parametrization scheme for use in non-hydrostatic weather prediction models. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **133**, 479–490.

隈健一, 1996: 積雲対流のパラメタリゼーション. 数値予報課報告・別冊第 42 号, 気象庁予報部, 30–47.

Lancz, Dávid, Balázs Szintai, and Rachel Honnert, 2018: Modification of a Parametrization of Shallow Convection in the Grey Zone Using a Mesoscale Model. *Bound.-Layer Meteor.*, **169**, 483–503.

Malardel, S. and P. Bechtold, 2019: The coupling of deep convection with the resolved flow via the divergence of mass flux in the IFS. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **145**, 1832–1845.

- 萬納寺信崇, 2000: 領域モデル (RSM, MSM, TYM). 平成 12 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 23–27.
- Matsubayashi, K., K. Aranami T. Hara, and K. Kawano, 2016: An update of convection scheme in 5km resolution operational system. *Extended Abstracts of the 4th International Workshop on Non-hydrostatic Numerical Models*, 20–21.
- McTaggart-Cowan, R., P. A. Vaillancourt, A. Zadra, L. Separovic, S. Corvec, and D. Kirshbaum, 2019: A Lagrangian Perspective on Parameterizing Deep Convection. *Mon. Wea. Rev.*, **147**, 4127–4149.
- 成田正巳, 2008: Kain-Fritsch スキームの改良とパラメータの調整. 数値予報課報告・別冊第 54 号, 気象庁予報部, 103–111.
- 成田正巳, 森安聡嗣, 2010: メソモデルの対流スキームの変更. 平成 22 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 53–61.
- Neale, R. B., J. H. Richter, A. J. Conley, S. Park, P. H. Lauritzen, A. Gettelman, D. L. Williamson, P. J. Rasch, S. J. Vavrus, M. A. Taylor, W. D. Collins, M. Zhang, and S-J Lin, 2010: Description of the NCAR Community Atmosphere Model (CAM 4.0). *NCAR Tech. Note 485*, 212pp.
- Park, S., 2014: A Unified Convection Scheme (UNICON). Part I: Formulation. *J. Atmos. Sci.*, **71**, 3902–3930.
- Randall, D. and D.-M. Pan, 1993: Implementation of the Arakawa-Schubert cumulus parameterization with a prognostic closure. *The representation of cumulus convection in numerical models, AMS Meteorological Monograph Series*, **46**, 137–144.
- Saito, K., J. Ishida, K. Aranami, T. Hara, T. Segawa, M. Narita, and Y. Honda, 2007: Nonhydrostatic Atmospheric Models and Operational Development at JMA. *J. Meteor. Soc. Japan*, **85B**, 271–304.
- Saito, K., T. Fujita, Y. Yamada, J. Ishida, Y. Kumagai, K. Aranami, S. Ohmori, R. Nagasawa, S. Kumagai, C. Muroi, T. Kato, H. Eito, and Y. Yamazaki, 2006: The Operational JMA Nonhydrostatic Mesoscale Model. *Mon. Wea. Rev.*, **134**, 1266–1298.
- Saunders, P., Y. Yu, and Z. Pu, 2019: Sensitivity of Numerical Simulations of Hurricane Joaquin (2015) to Cumulus Parameterization Schemes: Implications for Processes Controlling a Hairpin Turn in the Track. *J. Meteor. Soc. Japan*, **97**, 577–595.
- 瀬古弘, 2010: 中緯度のメソ β スケール線状降水系の形態と維持機構に関する研究. 気象庁研究時報, **62**, 1–74.
- Simpson, J., 1983: Cumulus clouds: Interactions between laboratory experiments and observations as foundations for models. *Mesoscale Meteorology*, 399–412.
- Tiedtke, M., 1993: Representation of Clouds in Large-Scale Models. *Mon. Wea. Rev.*, **121**, 3040–3061.
- Tomassini, L., P. R. Field, R. Honnert, S. Malardel, R. McTaggart-Cowan, K. Saitou, A. T. Noda, and A. Seifert, 2017: The “Grey Zone” cold air outbreak global model intercomparison: A cross evaluation using large-eddy simulations. *J. Adv. Model. Earth Syst.*, **9**, 39–64.
- 氏家将志, 下河邊明, 2019: 積雲対流. 数値予報課報告・別冊第 65 号, 気象庁予報部, 39–53.
- Vosper, S., 2015: UK models, resolution and physical parametrizations. *MOSAC paper 20.18*, 1–9.
- Willett, M. R. and M. A. Whiteall, 2017: A Simple Prognostic based Convective Entrainment Rate for the Unified Model: Description and Tests. *Forecasting Research Technical Report*, **617**, 1–52.
- 山田芳則, 2003: Kain-Fritsch 対流パラメタリゼーションの簡単な紹介. 数値予報課報告・別冊第 49 号, 気象庁予報部, 84–89.
- 吉崎正憲, 加藤輝之, 2007: 豪雨・豪雪の気象学. 朝倉書店, 187 pp.
- Zhang, G. J. and N. A. McFarlane, 1995: Sensitivity of climate simulations to the parameterization of cumulus convection in the Canadian Climate Centre general circulation model. *Atmosphere-Ocean*, **33**, 407–446.

2.3 雲過程¹

2.3.1 はじめに

大気中の水はさまざまな相（固相、液相、気相）を取り、さらに、固相及び液相においては粒子の大きさや形状等で特徴付けられるさまざまな形態で存在している。大気中の水が相変化したり、水の粒子の成長や落下、種別の異なる粒子が併合されることによって、大気中の雲の分布や、地上に落下する降水量が決まる。また、水の相変化に伴う潜熱の放出は浮力を発生させ、対流の成長や衰退に大きな影響を与える。

数値予報モデルにおいて、水の各相の格子内の質量や粒子の数の変化を計算する過程は雲微物理過程と呼ばれる。雲微物理過程は対流を伴う顕著現象の予測にとって重要な役割を果たす。メソスケールの現象をシミュレートする数値予報モデルにおける雲微物理過程では、水の形態を雲水、雲氷、雨、雪、あられといったカテゴリーに分割し、格子平均でのそれぞれのカテゴリー間の量（質量や粒子数）の変化を計算する、バルク法と呼ばれる手法が主に使用される。バルク法の雲微物理過程では、粒径（粒子の直径）ごとの雲の粒子数が、カテゴリーごとに異なる分布関数（粒径分布）に従うことを仮定する。また、ある過程による質量等の時間変化率を粒径の関数で定式化し、それを粒径分布関数で重み付けして平均することで、格子平均での時間変化率が計算される。バルク法のうち、特に予報変数として質量（混合比）を予測するものを1モーメント（Lin et al. 1983; Rutledge and Hobbs 1984 など）、質量と数濃度を予測するものを2モーメント（Murakami 1990; Ferrier 1994 など）のスキームと呼ぶ。

また、相変化の表現に加えて、雲の格子内の不均一性を取り扱う必要がある。凝結等の雲水・雲氷の生成過程について、モデルの格子ごとの値は、格子内の平均値であるため、格子平均の水蒸気が飽和していなくても、実際には格子内の一部では凝結が始まっていると考えられる。特に低解像度の数値予報モデルでは、水蒸気が雲水・雲氷に凝結・昇華する過程について、格子内の不均一性を考慮する必要がある。以下、このような過程を部分雲過程と呼ぶ。

以下、本稿では便宜的に「雲微物理過程」と「部分雲過程」をまとめて「雲過程」と呼ぶ。

気象庁のメソモデル (MSM) においては、水平格子間隔 10 km 静力学 MSM では、領域モデル (RSM) と同様、大規模凝結過程が降水過程として使われていた (萬納寺 2000)。MSM の予報モデルが気象庁非静力学モデル (JMA-NHM; Saito et al. 2006; Saito et al. 2007) に更新された際は、雲過程として1モーメントのバルク法に基づく雲微物理過程と、部分雲を考慮しない凝結過程である飽和調節が使われるようになった (藤田

2004)。この当時の気象庁非静力学モデルにおける雲微物理過程は、山田 (2003)、成田 (2008) で詳しい解説がなされている。MSM については、2009 年に雲氷について2モーメント化がなされた (成田 2009)。また、JMA-NHM に実装されていた雲微物理過程は、物理過程を3次元の大気モデルから独立させたライブラリである「物理過程ライブラリ」(原 2012) に移植され、新しい非静力学モデル asuca (気象庁予報部 2014) の物理過程として利用されるようになった。さらに、2017 年2月に MSM の予報モデルが JMA-NHM から asuca に更新された (以下、MSM1702 と呼ぶ) 際には、必要な複雑さの範囲でスキームをシンプル化する観点から再び1モーメントの雲微物理過程が採用された。また、粒径分布や素過程に多数の変更が加えられた他、部分雲過程を考慮するようになった (原 2017)。

本節では、本稿執筆時点 (2019 年 12 月) での MSM、LFM における雲過程のうち、特に MSM1702 で採用されている設定について解説する²。第 2.3.2 項ではバルク法雲微物理過程、第 2.3.3 項では部分雲過程について、それぞれ解説したのち、第 2.3.4 項でまとめと今後の課題について述べる。

2.3.2 バルク法雲微物理過程

(1) 概要

MSM, LFM では、Lin et al. (1983) に基づく1モーメントのバルク法雲微物理過程を採用している。この過程では、水蒸気の混合比と液相、固相の水として雲水、雲氷、雨、雪、あられの混合比を予報変数に持つ。以下では、水の混合比を q_x と表現する。下付き文字の x は水のカテゴリーを表し $x = v, c, r, i, s, g$ はそれぞれ、水蒸気、雲水、雨、雲氷、雪、あられを表す。MSM で採用されている雲微物理過程では図 2.3.1 のように、30 以上の過程 (以下、素過程と呼ぶ) により、カテゴリー間の水の変化や、相変化に伴う非断熱加熱を計算する。図 2.3.1 で使用されている表記のリストについては、表 2.3.1 を参照されたい。

バルク法の雲微物理過程では、一部の素過程 (氷晶核の形成や雲から降水への変換等) は経験的な関数でパラメタライズされているものの、多くの素過程の定式化は、雲の粒径がわかると直接計算できるものとなっている。これらをカテゴリーごとに仮定した粒径の分布関数と合わせることで、各素過程による格子平均の水物質の混合比や数濃度の時間変化率が計算される。

例えば、粒径が D [m] であるカテゴリー x の水の粒子の質量 $m_x(D)$ について、ある素過程による $m_x(D)$ の時間変化率が $\frac{dm_x(D)}{dt}$ で表されるとする。また、粒径の分布関数 $n_x(D)$ [m^{-4}] を設定し、粒径が D から $D+dD$ の

² LFM の雲過程の設定は、2008 年時点での MSM の設定に概ね準拠している。山田 (2003) 及び成田 (2008) に解説があるため、紙面の都合から LFM の雲過程の設定については本節では割愛する。

¹ 氏家 将志

範囲にある単位体積あたりの粒子数が $n_x(D)dD$ で表せるとする。この場合、格子平均での混合比 q_x [kg kg⁻¹] 及びその時間変化率は、それぞれ $m_x(D)$ 及び $\frac{dm_x(D)}{dt}$ に分布関数をかけて積分した量に比例する形で表される。

$$q_x = \frac{1}{\rho_a} \int_0^\infty m_x(D)n_x(D)dD \quad (2.3.1)$$

$$\frac{dq_x}{dt} = \frac{1}{\rho_a} \int_0^\infty \frac{dm_x(D)}{dt} n_x(D) dD \quad (2.3.2)$$

ここで、 ρ_a は、大気密度 [kg m⁻³] である。

また、数濃度 N_x [m⁻³] は、 $n_x(D)$ の積分で定義される。

$$N_x = \int_0^\infty n_x(D) dD \quad (2.3.3)$$

このため、雲微物理過程の精度は、素過程の精緻さに加え、仮定する粒径分布関数の妥当性にも依存する。また、後述するような、各物理量（質量、落下速度等）と粒径の関係の妥当性にも依存する。

MSM1702 における雲微物理過程の変更では、特に以下の点について変更が加えられている。

1. 雨、雪、氷の粒径分布関数
2. 質量-粒径関係
3. 落下速度-粒径関係、落下過程の計算
4. 数値計算手法

1. から 3. は主に雲の表現の向上を狙ったもの、3. の落下過程の計算と 4. は計算安定性向上を狙ったものである。以下では、これらの変更後の概要について解説する。なお、各水物質における粒径分布関数や、質量-粒径、落下速度-粒径関係に関連するパラメータについては、表 2.3.2 にまとめて示す。

(2) 質量-粒径関係

質量-粒径関係はカテゴリ x の粒子の質量 m_x [kg] を粒径 D の関数で表したもので、格子平均の混合比の計算や、質量重み付け平均した格子平均値の計算で用いられる。雲水、雨、あられに対しては、粒子が球であることを仮定する。また、粒子の密度が一定 (ρ_x) であることを仮定すると、これらの粒子に対する質量-粒径関係は以下のように与えられる。

$$m_x(D) = \frac{\pi}{6} \rho_x D^3 \quad (2.3.4)$$

雲水、雪については、粒子が球形であることを仮定せず、質量を粒径のべき乗で表す。

$$m_x(D) = a_x D^{b_x} \quad (2.3.5)$$

ここで a_x , b_x はそれぞれ、雪、氷ともに 0.0185 [kg m^{-1.9}], 1.9 である (Brown and Francis 1995)。

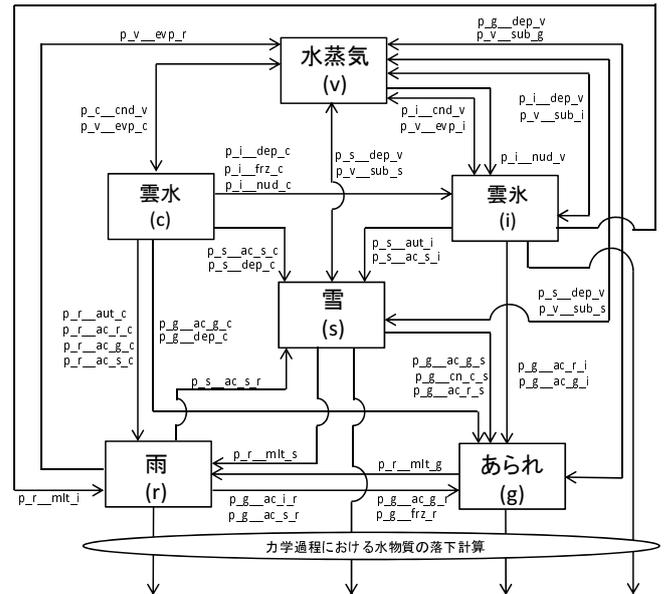


図 2.3.1 MSM1702 の雲微物理過程で考慮している素過程の模式図。図中の表記については表 2.3.1 を参照。

表 2.3.1 図 2.3.1 における各素過程の表記方法

| 表記 | 記述 |
|-------------|---|
| 生成項 | |
| p-a-ppp-b | 過程 ppp によって、カテゴリ a がカテゴリ b に変換される項 |
| p-a-ppp-a-b | 過程 ppp によって、カテゴリ a がカテゴリ b を併合して成長する項 |
| p-a-ppp-b-c | 過程 ppp によって、カテゴリ b がカテゴリ c を併合して、カテゴリ a が生成される項 |
| 水の 카테고리의表記 | |
| v | 水蒸気 |
| c | 雲水 |
| r | 雨 |
| i | 雲水 |
| s | 雪 |
| g | あられ |
| 過程 (ppp) | |
| evp | 蒸発 (Evaporation) |
| cnd | 凝結 (Condensation) |
| aut, cn | 変換 (Conversion) |
| ac | 衝突併合 (Accretion) |
| mlt | 融解 (Melting) |
| nud | 核形成 (Nucleation) |
| dep | 拡散成長 (Deposition) |
| sub | 昇華 (Sublimation) |
| frz | 凍結 (Freezing) |

(3) 粒径分布関数

雲氷, あられ

雲氷, あられに対する粒径分布関数は指数関数を仮定する。

$$n_x(D) = N_{0x} \exp(-\lambda_x D) \quad (2.3.6)$$

ここで N_{0x} [m^{-4}], λ_x [m^{-1}] はそれぞれ切片パラメータ, スロープパラメータと呼ばれるもので, 粒径分布関数を特徴付ける。雲氷とあられの p 次のモーメント $M_x(p)$ ($D^p n_x(D)$ を積分したもの) は, 以下のようにガンマ関数³ Γ を用いて表される。

$$\begin{aligned} M_x(p) &= \int_0^\infty D^p n_x(D) dD \\ &= N_{0x} \frac{\Gamma(1+p)}{\lambda_x^{1+p}} \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

数濃度 N_x は 0 次のモーメントであるため

$$\begin{aligned} N_x &= \int_0^\infty n_x(D) dD \\ &= M_x(0) = \frac{N_{0x}}{\lambda_x} \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

となる。

(2.3.5) 式より, q_i は以下のように表せる。

$$\begin{aligned} q_i &= \frac{1}{\rho_a} \int_0^\infty m_i(D) n_i(D) dD \\ &= \frac{a_i}{\rho_a} M_i(1+b_i) = \frac{a_i}{\rho_a} N_{0i} \frac{\Gamma(1+b_i)}{\lambda_i^{1+b_i}} \end{aligned} \quad (2.3.9)$$

あられについては球形の粒子を仮定しており, q_g は 3 次のモーメントとなるため

$$\begin{aligned} q_g &= \frac{1}{\rho_a} \int_0^\infty m_g(D) n_g(D) dD \\ &= \frac{\rho_g}{\rho_a} \frac{\pi}{6} M_g(3) = \frac{\rho_g}{\rho_a} \frac{\pi}{6} N_{0g} \frac{\Gamma(4)}{\lambda_g^4} \end{aligned} \quad (2.3.10)$$

となる。

切片パラメータは, 雲氷については気温の関数, あられについては定数で与える。

$$N_{0i} = N_{0i,c} e^{-0.12 \max(T-T_0, -40)} \quad (2.3.11)$$

$$N_{0g} = \text{const.} \quad (2.3.12)$$

ここで, $N_{0i,c}$ [m^{-4}] は定数で, 表 2.3.2 に記載された値を取る。また, T_0 は融解点における気温 ($= 273.15$ K) である。

スロープパラメータ λ_i, λ_g は (2.3.9) 式, (2.3.10) 式から混合比を用いて診断される。

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \left(\frac{a_i \Gamma(b_i + 1) N_{0i}}{\rho_a q_i} \right)^{\frac{1}{b_i+1}} \\ \lambda_g &= \left(\frac{\pi \rho_g N_{0g}}{\rho_a q_g} \right)^{\frac{1}{4}} \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

³ 特殊関数のひとつで, $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ で定義される。特に, 正の整数 n に対しては $\Gamma(n) = (n-1)!$ となる。

雪

MSM1702 では, 雪の粒径分布関数は Field et al. (2007) に基づいた手法を採用する。この手法では, 粒径分布関数そのものは直接使用しないが, p 次のモーメントを以下のようにパラメタライズして計算する。

$$\begin{aligned} M_s(p) &= \int_0^\infty D^p n_s(D) dD \\ &= A(p) \exp[B(p)(T-T_0)] M_s^{c(p)}(2) \end{aligned} \quad (2.3.14)$$

$$A(p) = \exp[13.6 - 7.76p + 0.479p^2] \quad (2.3.15)$$

$$B(p) = -0.0361 + 0.0151p + 0.00149p^2 \quad (2.3.16)$$

$$C(p) = 0.807 + 0.00581p + 0.0457p^2 \quad (2.3.17)$$

このパラメタリゼーションでは, 2 次のモーメント $M_s(2)$ をあらかじめ計算する必要がある。 $M_s(2)$ は q_s を用いることで以下のように計算される。

$$M_s(2) = \left[\frac{\rho_a q_s}{a_s} \frac{1}{A(b_s) \exp[B(b_s)(T-T_0)]} \right]^{\frac{1}{c(b_s)}} \quad (2.3.18)$$

$n_s(D_s)$ の 0 次のモーメントである雪の数濃度 N_s [m^{-3}] は以下のように計算される。

$$\begin{aligned} N_s &= M_s(0) \\ &= A(0) \exp[B(0)(T-T_0)] M_s^{c(0)}(2) \end{aligned} \quad (2.3.19)$$

(2.3.5) 式の関係を用いると, 混合比 q_s は以下のように表される。

$$\begin{aligned} q_s &= \frac{1}{\rho_a} \int_0^\infty m_s(D_s) n_s(D_s) dD_s = \frac{1}{\rho_a} a_s M_s(b_s) \\ &= \frac{1}{\rho_a} a_s A(b_s) \exp[B(b_s)(T-T_0)] M_s^{c(b_s)}(2) \end{aligned} \quad (2.3.20)$$

雨

雨の粒径分布関数は Abel and Boutle (2012) に基づく。この手法は基本的には粒径分布関数は指数関数だが, 切片パラメータがスロープパラメータの関数になっている点が特徴である⁴。

$$\begin{aligned} n_r(D) &= N_{0r} \exp(-\lambda_r D) \\ N_{0r} &= N_{00r} \lambda_r^{\beta_r} \end{aligned} \quad (2.3.21)$$

ここで, N_{00r}, β_r は表 2.3.2 に記載された値を用いる。

N_r, q_r, λ_r は以下のように計算される。

$$N_r = \int_0^\infty n_r(D_r) dD_r$$

⁴ 粒径が小さい粒子数が多いという熱帯等での航空機観測結果に基づいている。

$$= M_r(0) = N_{00r} \lambda_r^{\beta_r - 1} \quad (2.3.22)$$

$$q_r = \frac{1}{\rho_a} \int_0^\infty m_r(D_r) n_r(D_r) dD_r$$

$$= \frac{\rho_r}{\rho_a} \frac{\pi}{6} M_r(3) = \frac{\rho_r}{\rho_a} \frac{\pi}{6} N_{00r} \frac{\Gamma(4)}{\lambda_r^{4-\beta_r}} \quad (2.3.23)$$

$$\lambda_r = \left(\frac{\pi \rho_r N_{00r}}{\rho_a q_r} \right)^{\frac{1}{4-\beta_r}} \quad (2.3.24)$$

雲水

雲水については、粒径の分布は単分散を仮定する。この場合、粒径分布関数はデルタ関数を用いて表される。

$$n_c(D_c) = N_c \delta(D_c - \overline{D_c}) \quad (2.3.25)$$

ここで $\delta(x)$ はデルタ関数で、関数 $f(x)$ に対して

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-a) f(x) dx = f(a) \quad (2.3.26)$$

を満たす。また、 $\overline{D_c}$ は単分散を仮定した場合の雲水の平均粒径である。

したがって、 p 次のモーメント $M_c(p)$ は以下のように表される。

$$M_c(p) = N_c \overline{D_c}^p \quad (2.3.27)$$

数濃度 N_c [m^{-3}] は定数を仮定し、MSM では $1.0 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$ としている。

混合比は、

$$q_c = \frac{\rho_c}{\rho_a} \frac{\pi}{6} M_c(3) = \frac{\rho_c}{\rho_a} \frac{\pi}{6} N_c \overline{D_c}^3 \quad (2.3.28)$$

となるため、平均粒径 $\overline{D_c}$ は以下のように診断される。

$$\overline{D_c} = \left(\frac{6 \rho_a q_c}{\pi \rho_c N_c} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.3.29)$$

粒径分布の違いによって、雲や雪の表現が変化する一例を示す。図 2.3.2 は、日本海の筋状雲の事例における、GCOM-W 衛星に搭載されたマイクロ波放射計 AMSR2 で観測された、89 GHz 垂直偏波輝度温度と、モデル予測から Joint-Simulator⁵ で得られた対応する計算輝度温度を示している。MSM1702 より前では、雪の粒径分布として、以下のような指数関数を仮定していた。

$$n_s(D) = N_{0s} \exp(-\lambda_s D) \quad (2.3.30)$$

$$N_{0s} = 1.8 \times 10^6 \text{ m}^{-4} \quad (2.3.31)$$

⁵ Joint-Simulator は、宇宙航空研究開発機構より提供を受けた。

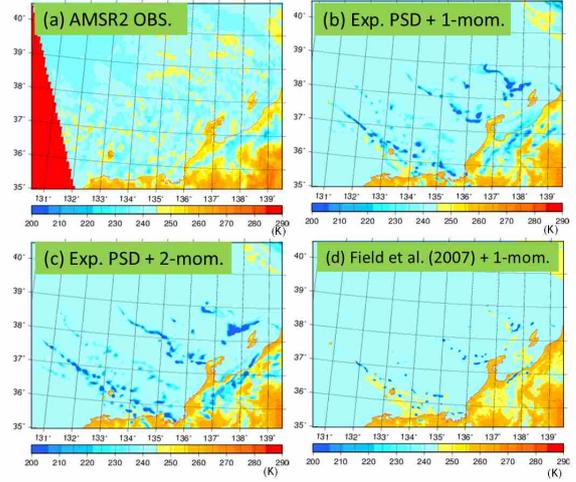


図 2.3.2 (a)GCOM-W 衛星に搭載されたマイクロ波放射計 AMSR2 で観測された、89 GHz 垂直偏波輝度温度 [K] と、モデル予測から Joint-Simulator で得られた対応する計算輝度温度、(b) 指数関数型の雪の粒径分布・1 モーメント、(c) 指数関数型の雪の粒径分布・2 モーメント、(d)Field et al. (2007) による雪の粒径分布・1 モーメント

この指数関数型の粒径分布を用いた場合、シミュレートされた輝度温度は観測に比べ低温になる傾向がある(図 2.3.2(b))。この傾向は 2 モーメントのバルク法雲微物理過程に変更しても同様であった(図 2.3.2(c))。これは、モデルで仮定している指数型の粒径分布では、粒径の大きい雪の頻度が高く、その結果、数濃度が小さく、有効半径が大きいことに起因する。MSM1702 で採用されている Field et al. (2007) による雪の粒径分布は、指数関数型の粒径分布に比べ、粒径の小さい粒子(特に $1000 \mu\text{m}$ より小さい粒子)の頻度が高い(図略)。この結果、有効半径が小さくなり、計算輝度温度は高くなり、観測とより整合するようになる(図 2.3.2(d))。

(4) 落下速度-粒径関係、力学過程に渡す落下速度雲氷、雪、あられ

雲氷、雪、あられの落下速度-粒径関係については、ベキ乗の関係を仮定し粒径 D の粒子の落下速度 $U_x(D)$ [m s^{-1}] は以下のように与えられる。

$$U_x(D) = \alpha_{ux} D^{\beta_{ux}} \left(\frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{\gamma_{ux}} \quad (2.3.32)$$

ここで、 ρ_0 [kg m^{-3}] は参照大気密度⁶で、 α_{ux} , β_{ux} , γ_{ux} は各カテゴリーごとに与える定数である(表 2.3.2)。

雨

雨については Abel and Shipway (2007) に倣い、落下速度-粒径関係は以下のように表す。

$$U_r(D) = \left(\frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{k=1}^2 c_k D^{d_k} e^{-f_k D} \quad (2.3.33)$$

⁶ MSM ではモデル面最下層での大気密度を与える。

ここで、 c_k, d_k, f_k は表 2.3.2 に示した定数を用いる。

asuca では水物質の落下による混合比の移流は力学過程において大気鉛直移流と同時に扱う (第 2.1.4 項 (4))。雲微物理過程では格子平均の水物質の落下速度を計算し、それらを力学過程に渡す。格子平均の落下速度としては、以下で定義される質量平均した落下速度 W_{tx} を用いる。

$$W_{tx} = \frac{\int_0^\infty U_x(D) m_x(D) n_x(D) dD}{\int_0^\infty m_x(D) n_x(D) dD}. \quad (2.3.34)$$

JMA-NHM では、水物質の落下に伴う移流は雲微物理過程で独立した項として取り扱っていた。asuca では、力学過程と同時に扱うことで計算安定性の向上がなされた (第 2.1.6 項 (2))。

(5) 数値計算手法

MSM, LFM の予報モデルである asuca では、物理過程における計算安定性にも注意を払っている (荒波ほか 2014)。MSM1702 の雲微物理過程は、計算安定性向上のため、多くの素過程に時間積分法として、インプリシットスキームを採用している。例えば、水物質の混合比について q_x から q_y に変換される素過程がある場合、その過程はカテゴリ x に対してはシンク、 y に対してはソースとなる。雲微物理過程では、多くの素過程はシンクに対する減衰方程式

$$\frac{\partial q_x}{\partial t} = -\frac{1}{\tau} q_x \quad (2.3.35)$$

の形に帰着される。ここで τ は減衰の時定数を表す。減衰方程式を時間方向に前方差分、エクспリシットスキームで解く場合、安定な数値積分のための積分時間間隔 Δt には上限がある。具体的には、 $\Delta t > \tau$ で振動が始まり、 $\Delta t > 2\tau$ で計算不安定を起こす。一方、インプリシットスキームを用いる、すなわち、右辺の q_x を未来値から計算することで大きな Δt で安定な数値積分が可能になる (荒波ほか 2012)⁷。

雲氷の拡散成長は、水蒸気のシンクとみなした場合、減衰方程式で定式化される素過程の一例である。拡散成長による粒径 D の粒子の質量の時間変化率 $\frac{dm_{\text{dep}}}{dt}$ は以下のように定式化される。

$$\frac{dm_{\text{dep}}}{dt} = 4\pi C \left(\frac{q_v}{q_{s,i}} - 1 \right) f(D) G(T, p) \quad (2.3.36)$$

ここで、 $q_{s,i}$ [kg kg^{-1}] は水に対する飽和混合比、 C [m] はキャパシタンスと呼ばれるもので、粒子の形状に依

⁷ q_x の現在値、未来値をそれぞれ q_x^n, q_x^{n+1} とすると $q_x^{n+1} = \frac{q_x^n}{1 + \frac{\Delta t}{\tau}}$ となる。時間変化率の形で表すと、 $\frac{q_x^{n+1} - q_x^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\tau} \frac{q_x^n}{1 + \frac{\Delta t}{\tau}}$ となり、時間変化率の大きさがエクспリシットスキームのその $\frac{1}{1 + \frac{\Delta t}{\tau}}$ 倍となることがわかる。

存する係数である⁸。 $f(D)$ は通風係数で、雲微物理過程では粒径の関数に帰着する。 G [$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$] は気温と気圧の関数で、以下の式で表される。

$$G(T, p) = \left[\frac{L_s^2}{KR_v T^2} + \frac{1}{\rho_a \Psi q_{s,i}} \right]^{-1} \quad (2.3.37)$$

ここで R_v は水蒸気の気体定数 [$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]、 K は大気の熱伝導率 [$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$]、 Ψ は水蒸気の拡散係数 [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]、 L_s [J kg^{-1}] は昇華熱である。 $\frac{dm_{\text{dep}}}{dt}$ を粒径分布関数で重み付けして積分すると、 q_v の時間変化率 ($= -q_i$ の時間変化率) が以下のように得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_v}{\partial t} &= -\frac{\partial q_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_a} \int \frac{dm_{\text{dep}}}{dt} n_i(D) dD \\ &= -\frac{4\pi}{\rho_a} G(T, p) \frac{(q_v - q_{s,i})}{q_{s,i}} \int C f(D) D n_i(D) dD \end{aligned} \quad (2.3.38)$$

(2.3.38) 式で示されるように、拡散成長による q_v の時間変化率は、 q_v に対する減衰方程式 ($q_{s,i}$ に緩和する方程式) となる。右辺の q_v について、未来値を用いて時間離散化することで、計算安定性が向上する。

以下では、雲微物理過程のインプリシットスキーム化による計算安定性向上の例を示す。図 2.3.3 は MSM1702 の開発時に見られた数値振動の事例である。日本の南海上の対流に伴う降水が発生している箇所の上空で、 q_i, q_v の積分時間間隔 Δt [s] ごとの変化を見ると、周期 $2\Delta t$ の振動が見られる (図 2.3.3 の白、緑実線)。これは、主に拡散成長による雲氷量の変化の計算時に発生した数値的な振動である。拡散成長に伴う計算をインプリシットスキームにすることで、振動が小さくなる (図 2.3.3 の赤、黄色実線)。さらに、雲微物理過程全体で、減衰項のインプリシットスキーム化を行うことで振動はほぼなくなる (図 2.3.3 の紫、マゼンタ実線)。

また、各素過程の時間変化率の足しこみ方も計算安定性の高い手法を採用している。各素過程からの時間変化率を独立に計算し最後に足し合わせる (パラレルプリッティング) よりも、各素過程の時間変化率を足しこんだ結果を次の素過程計算に用いる (シーケンシャルプリッティング) ことで、計算安定性を向上させる (例えば Beljaars et al. 2018 など) とともに、雲水量等の非負の物理量が数値計算上、負の値になりにくいようになっている。素過程の計算順序には任意性があるが、雲氷や固体降水の形成等、上層で主に起こる過程から、雲水や雨に関わる過程等、下層で主に起こる過程の順に計算している。

⁸ C は雲氷を球形と仮定すると $C = \frac{D}{2}$ となる。MSM1702 では、気温が -30°C 以下では $C = \frac{D}{2}$ 、 -15°C 以上では $C = 0.3D$ として、その間の C は気温の 1 次関数で表される。

表 2.3.2 各水物質のカテゴリにおける、粒径分布、質量、落下速度の計算に用いられるパラメータ

| 変数 | 雨 q_r [kg kg ⁻¹] | 雪 q_s [kg kg ⁻¹] | あられ q_g [kg kg ⁻¹] | 雲氷 q_i [kg kg ⁻¹] | 雲水 q_c [kg kg ⁻¹] |
|----------------------------------|--|---|--|---|---|
| 質量 [kg] -粒径 [m] | $m_r = \frac{\pi}{6} \rho_r D_r^3$ | $m_s = 0.0185 D_s^{1.9}$ | $m_g = \frac{\pi}{6} \rho_g D_g^3$ | $m_i = 0.0185 D_i^{1.9}$ | $m_c = \frac{\pi}{6} \rho_c D_c^3$ |
| 関係 | | | | | |
| 密度 [kg m ⁻³] | $\rho_r = 1.0 \times 10^3$ | 直接使用しない | $\rho_g = 3.0 \times 10^2$ | 直接使用しない | $\rho_c = 1.0 \times 10^3$ |
| 粒径分布 [m ⁻⁴] | $n_r(D_r) = N_{00r} \lambda_r^{\beta_r} \exp(-\lambda_r D_r)$ $N_{00r} = 0.22$ $\beta_r = 2.2$ | 直接使用しない | $n_g(D_g) = N_{0g} \exp(-\lambda_g D_g)$ $N_{0g} = 1.1 \times 10^6$ | $n_i(D_i) = N_{0i} \exp(-\lambda_i D_i)$ $N_{0i} = N_{0i,c} f(T)$ $f(T) = e^{-0.12 \max(T-T_0, -40)}$ $N_{0i,c} = 4.0 \times 10^7$ | 単分散, $\overline{D_c} = \left[\frac{6q_c \rho_a}{\pi N_c \rho_c} \right]^{\frac{1}{3}}$ $N_c = 1.0 \times 10^8$ |
| 落下 速度 [m s ⁻¹] | $U_r(D_r) = \left(\frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{k=1}^2 c_k D_r^{d_k} e^{-f_k D_r}$ $c_1 = 4854.1$ $d_1 = 1.0$ $f_1 = 195.0$ $c_2 = -446.009$ $d_2 = 0.782127$ $f_2 = 4085.35$ | $\alpha_{us} = 17$ $\beta_{us} = 0.5$ $\gamma_{us} = 0.5$ | $\alpha_{ug} = 124$ $\beta_{ug} = 0.64$ $\gamma_{ug} = 0.5$ | $\alpha_{ui} = 124$ $\beta_{ui} = 0.6635$ $\gamma_{ui} = 0.5$ | 考慮しない |

2.3.3 部分雲過程

(1) 概要

部分雲過程では、格子内の雲の分布の非均一性を考慮して、雲水量、雲氷量、雲量の計算を行う。MSMの雲過程ではSmith (1990) に基づく部分雲スキームを採用している。この過程では、格子内の水蒸気と雲水量の状態変化は、ある確率密度関数に従う平衡状態にあると仮定して、格子平均の雲水量・雲量を診断する。

雲水量を q_c [kg kg⁻¹] とすると、 q_c は全水量（水蒸気混合比と雲水量の和） q_t [kg kg⁻¹]、飽和混合比 q_s [kg kg⁻¹] を用いて

$$q_c = q_t - q_s(T, p) \quad (2.3.39)$$

と表される。また、液水温度 $T_l = T - \frac{L_v}{C_p} q_c$ (L_v [J kg⁻¹], C_p [J kg⁻¹ K⁻¹] はそれぞれ水の潜熱、大気定圧比熱) とすると、 q_c を q_s の1次の項までテイラー展開することで

$$q_c \sim a_L (q_t - q_s(T_l, p)) \quad (2.3.40)$$

$$a_L = \left(1 + \frac{L_v}{C_p} \frac{\partial q_s}{\partial T} \right)^{-1} \quad (2.3.41)$$

と近似できる。さらに、変数 a について、格子平均値と格子平均値からの偏差をそれぞれ \bar{a} , a' で表した場合、 q_c は格子平均値の寄与と偏差の寄与に分割でき、

それぞれ Q_c , s とすると、

$$q_c = Q_c + s \quad (2.3.42)$$

$$Q_c = a_L (\bar{q}_t - q_s(\bar{T}_l, \bar{p})) \quad (2.3.43)$$

$$s = a_L \left(q'_t - \frac{L_v}{C_p} \frac{\partial q_s}{\partial T} T'_l - \frac{\partial q_s}{\partial p} p' \right) \quad (2.3.44)$$

となる。ただし、部分雲過程では p' の効果は無視している。

格子内の s が確率密度関数 $G(s)$ に従うと仮定すると、格子平均の q_c 、雲量 C_c は以下のように表される。

$$\bar{q}_c = \int_{-Q_c}^{\infty} (Q_c + s) G(s) ds \quad (2.3.45)$$

$$C_c = \int_{-Q_c}^{\infty} G(s) ds, \quad (2.3.46)$$

MSMの雲過程では次の項で示すように、 s の確率密度関数としてSmith (1990) に基づく $G(s)$ を用いるが、放射過程・境界層過程における雲量診断においては雲過程とは異なる $G(s)$ を用いる。放射過程・境界層過程での雲量診断については、第2.4節で解説する。

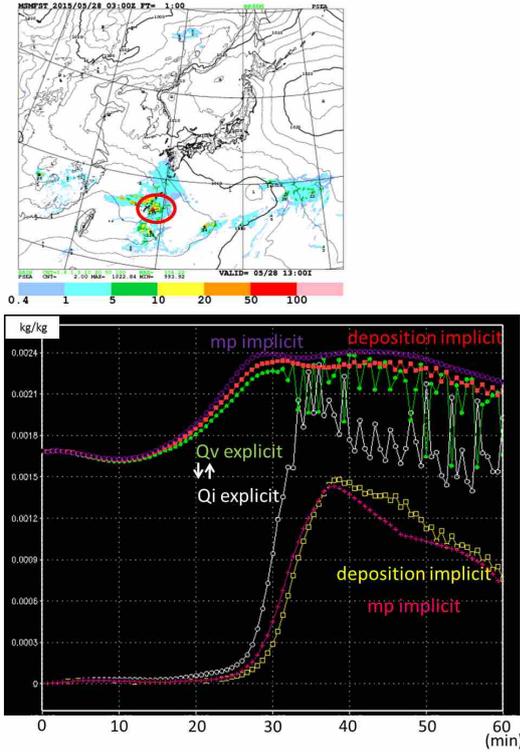


図 2.3.3 (上) 2015 年 5 月 28 日 03 UTC 初期値の MSM (MSM1702 の開発段階のもの) FT=1 における海面更正気圧 (等値線) [hPa] と 1 時間降水量 [mm] (カラー)。(下) (上) の赤丸で示された点の高度約 9000 m における q_v と q_i の FT=0-1 までの 1 ステップごとの時系列。白: q_i 、エクスプリシットスキームの雲微物理過程、緑: q_v 、エクスプリシットスキームの雲微物理過程、黄: q_i 、拡散成長をインプリシットスキーム化、赤: q_v 、拡散成長をインプリシットスキーム化、マゼンタ: q_i 、減衰項の素過程をインプリシットスキーム化、紫: q_v 、減衰項の素過程をインプリシットスキーム化。

(2) 水雲の計算

MSM の雲過程では、Smith (1990) に倣い、 $G(s)$ として $s = 0$ に頂点を持つ二等辺三角形の分布を与える。

$$G(s) = \begin{cases} 0 & s < -b_s \\ \frac{b_s + s}{b_s^2} & -b_s \leq s < 0 \\ \frac{b_s - s}{b_s^2} & 0 \leq s \leq b_s \\ 0 & s > b_s \end{cases} \quad (2.3.47)$$

ここで、 b_s は分布の幅を表す量で、 $\int_{-b_s}^{b_s} G(s) ds = 1$ を満たすように決められる。(2.3.47) 式を用いると、 \bar{q}_c 、 C_c は以下のように表される。

$$\bar{q}_c = \begin{cases} 0 & Q_N < -1 \\ \frac{b_s}{6} (1 + Q_N)^3 & -1 \leq Q_N < 0 \\ Q_N + \frac{b_s}{6} (1 - Q_N)^3 & 0 \leq Q_N \leq 1 \\ Q_N & Q_N > 1 \end{cases} \quad (2.3.48)$$

$$C_c = \begin{cases} 0 & Q_N < -1 \\ \frac{1}{2} (1 + Q_N)^2 & -1 \leq Q_N < 0 \\ 1 - \frac{1}{2} (1 - Q_N)^2 & 0 \leq Q_N \leq 1 \\ 1 & Q_N > 1 \end{cases} \quad (2.3.49)$$

ここで、 Q_N は以下のように表される。

$$Q_N = \frac{Q_c}{b_s} = \frac{a_L (\bar{q}_t - q_s(\bar{T}_l, \bar{p}))}{a_L (1 - \text{RH}_{\text{crit}}) q_s(\bar{T}_l, \bar{p})} \quad (2.3.50)$$

RH_{crit} は凝結が始まる相対湿度であり、「臨界相対湿度」とも呼ばれる。MSM では、 RH_{crit} として鉛直一次元のプロファイルを与える。地上では 0.99 とし、850 hPa まで 2 次関数的に減少させ、850 hPa より上層では 0.95 としている。また、境界層過程に由来する揺らぎを考慮した臨界相対湿度である $\text{RH}_{\text{crit}, \text{pbl}}$ も計算し、 RH_{crit} と比較し、小さい方の値を実際の雲水量、雲量の計算に使用する。

また、(2.3.48) 式、(2.3.49) 式から Q_N を消去することで、 C_c を以下のように \bar{q}_c の関数で表すこともできる (Wilson and Ballard 1999)。

$$C_c = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(6 \frac{\bar{q}_c}{b_s} \right)^{\frac{2}{3}} & 0 \leq \frac{\bar{q}_c}{b_s} \leq \frac{1}{6} \\ 1 - 4 \cos^2 \phi & \frac{1}{6} \leq \frac{\bar{q}_c}{b_s} \leq 1 \\ 1 & \frac{\bar{q}_c}{b_s} > 1 \end{cases} \quad (2.3.51)$$

$$\phi = \frac{1}{3} \left\{ \cos^{-1} \left[\frac{3}{2\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\bar{q}_c}{b_s} \right) \right] + 4\pi \right\} \quad (2.3.52)$$

(3) 氷雲の計算

気温が -36°C 以下の条件では、氷に対する過飽和を許容しつつ以下の式で雲氷を形成させる。

$$\bar{q}_i = \bar{q}_v - \text{RH}_{\text{th}} q_{si} \quad (2.3.53)$$

$$\text{RH}_{\text{th}} = \text{RH}_{\text{crit}} \min(\text{RH}_{\text{homo}}, q_s/q_{si}) \quad (2.3.54)$$

$$\text{RH}_{\text{homo}} = 2.583 - \frac{T}{207.8} \quad (2.3.55)$$

ここで、 q_{si} は氷に対する飽和混合比である。氷に対する相対湿度が RH_{th} を超えた分が雲氷として形成される。 RH_{th} の計算方法は ECMWF (2018) を基にしている。 RH_{homo} は Kärcher and Lohmann (2002) に基づき、気温の関数となっており、気温が低いほど RH_{homo} が大きくなる。

雲氷の雲量 C_i については、格子平均の雪量を \bar{q}_s として、(2.3.51) 式について、 \bar{q}_c を $\bar{q}_i + \bar{q}_s$ に置き換えた式で計算する。

C_i と C_c が共存する場合、マキシマム・オーバーラップを仮定する。この場合、全雲量 C_t は

$$C_t = C_c + C_i - \min(C_c, C_i) \quad (2.3.56)$$

となる。

水過飽和を許容することによる効果をいくつかの図で示す。図 2.3.4 は冬における気温（横軸）、氷に対する相対湿度（縦軸）で分けた頻度分布図を示している。ラジオゾンデ観測では、特に 240 K 以下で氷に対する相対湿度が 120% を超える場合も見られるが、MSM1702 より前の雲微物理過程では高い水過飽和は表現されない。一方、MSM1702 では、観測で見られるような過飽和の大気が再現されるようになっている。

また、水過飽和の許容は、対流圏上層の雲氷の収支における各素過程の寄与に変化をもたらす。図 2.3.5 は、鉛直 1 次元モデルによる雲微物理過程の評価パッケージである KiD (Shipway and Hill 2012) を用いた理想実験による雲氷生成の収支を表している。水過飽和を許容しない場合は主に部分雲過程で対流圏上層の雲氷が形成されているが、水過飽和を許容することで拡散成長による氷晶の成長が対流圏上層の雲氷の主なソースとなる。

2.3.4 まとめと今後の課題

MSM の非静力学モデル化以降、降水予測精度向上等を目的に、大規模凝結に代わり、多数の素過程を考慮する雲微物理過程が飽和調節（または部分雲過程）とともに用いられるようになった。また、MSM1702 では、雲微物理過程の変更や部分雲過程の導入に加え、計算安定性の向上もなされた。

第 1.2 節でも解説したように、豪雨等顕著現象の予測精度向上のためには、今後も雲微物理過程、部分雲過程の継続的な改良は欠かせない。また、顕著現象をもたらす対流の発生・維持、その正確な位置の予測には、他過程との相互作用の改善も重要となる。以下では、これらの観点から雲過程に関する今後の課題について述べる。

(1) 雲微物理過程

粒径分布

第 2.3.2 項 (3) で示したように、雲や降水粒子の粒径分布は予測特性に大きな影響を与えるため、今後も継続的な見直し・改良が必要である。また、粒径分布については、そのパラメタリゼーションの基となる観測結果の対象や地域依存性など、シミュレーション対象との整合性に注意して導入を検討する必要がある。例えば、Abel and Boutle (2012) による雨の粒径分布は、東部太平洋やイギリスでの層積雲の航空機観測で得られた結果を基にしており、当時の英国気象局の全球モデル (Walters et al. 2011) において、太平洋東部の霧雨や弱い雨の頻度過大の解消に貢献した。一方で、アジア域の梅雨や台風の高解像度シミュレーションには必ずしも適していないことを示唆する報告もある (Johnson et al. 2018)。このような点に注意しながら、粒径分布に限らず、粒径に関連する量の定式化（質量-粒径関係、落下速度-粒径関係等）の見直しを、事

例・統計検証や、衛星シミュレーションとの比較等から継続して進めているところである。

雲・降水粒子間の変換過程

asuca に実装されている雲微物理過程では、雲水から雨、雲氷から雪への変換過程はバルク法に基づいておらず、簡素なオートコンバージョン⁹で定式化されている。この手法は簡便であるものの、予測特性の定式化やパラメータ（変換の始まる雲水・雲氷量の閾値）への感度が高く、予測される雲水量のオーダーが、雨への変換の始まる雲水量の閾値に大きく影響される。MSM, LFM においては、降水の予測頻度や、環境場のバイアス調整のため、これらの閾値が調整されてきた¹⁰。一方で、一時的なパラメータ調整の繰り返しはその後の compensation errors¹¹ のリスクを高めることになる。MSM1702 では、雨への変換が始まる雲水量の閾値が $10^{-3} \text{ kg kg}^{-1}$ から $10^{-5} \text{ kg kg}^{-1}$ に変更された結果、大気下層の雲水量の予測値も、この閾値のオーダー近くまで減少した。MSM1702 での閾値は粒径としては 6–7 μm 程度に相当し、雲粒としてはかなり小さい。雲水量が現在より物理的に妥当と思われる範囲のオーダーになるよう、閾値を見直しているところである。また、この小さい閾値は、夏季の北日本における下層雲の減少や地表面下向き短波放射の正バイアスに影響しているものの、場所によっては気温のバイアスを補償している形にもなっている。このため、他の過程の修正と合わせながら見直しを進めているところである。さらに、Kessler (1969) 以外の定式化の検討（例えば Manton and Cotton (1977) や、数濃度も考慮して定式化する Kogan (2013) など）も視野に入れる必要がある。

(2) 他過程との相互作用

雲量を通じた、放射過程との整合性

第 2.3.3 項及び図 2.3.4 で示したように、MSM1702 では部分雲を考慮し、水過飽和を許容するようになった。この結果、対流圏上層の RH_i の頻度分布が観測と整合するようになった。一方で、雲量の面では、放射過程¹²、境界層過程で計算される雲量との不整合が生じるようになった。放射過程、境界層過程側では水過飽和を許容していないため、部分雲過程側で水過飽和を許容した場を放射過程や境界層過程に入力すると、上

⁹ 雲水から雨への変換は Kessler (1969) を、雲氷から雪への変換は、Lin et al. (1983) と雲氷・雪の割合を混合比の関数で表現する手法を併用している。

¹⁰ 例えば、雲水から雨へのオートコンバージョンの始まる q_c の閾値は、MSM のバージョンによって、 $10^{-3} \text{ kg kg}^{-1}$ 、 $10^{-4} \text{ kg kg}^{-1}$ 、 $10^{-5} \text{ kg kg}^{-1}$ とオーダーの異なる値を取っている。

¹¹ ある過程に起因する誤差が、別の過程の誤差によって打ち消される現象 (Martin et al. 2010; Weverberg et al. 2018 など)。compensation errors が積み重なると、誤差の解きほぐしが困難になる。

¹² 放射過程で計算される雲量はプロダクトとしての雲量にも使用される。

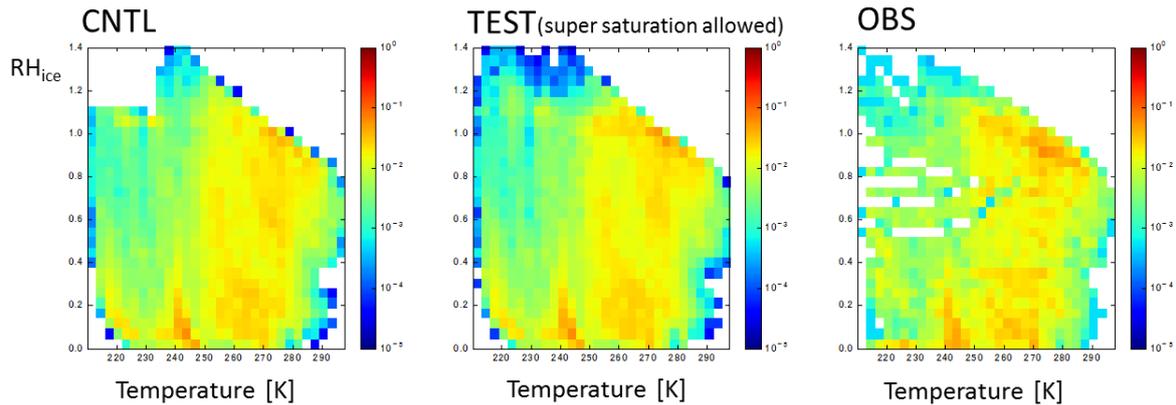


図 2.3.4 横軸に気温 [K]、縦軸に氷飽和に対する相対湿度を取った頻度分布。(左) 氷過飽和を許容しない場合、(中) 氷過飽和を許容する場合、(右) ラジオゾンデ観測。

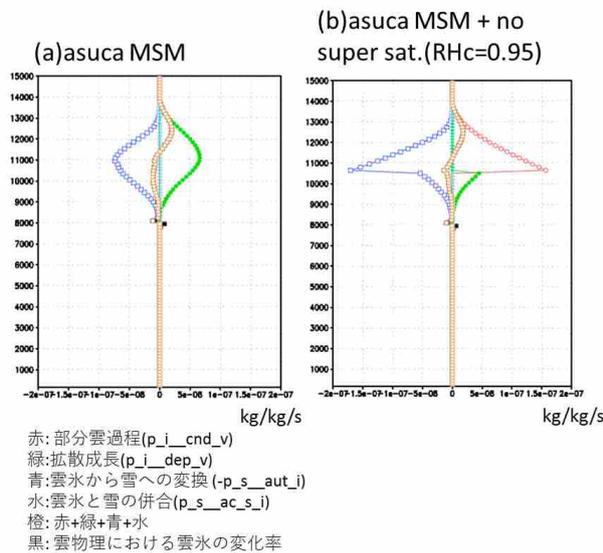


図 2.3.5 KiD の deep case1 (氷を伴う深い対流のケース) の最初の 100 ステップ平均での雲水の素過程の時間変化率 $[\text{kg kg}^{-1} \text{s}^{-1}]$ 。(左) 氷過飽和を許容する場合、(右) 氷過飽和を許容しない ($\text{RH}_{\text{crit}} = 0.95$) 場合。色は各素過程による雲水の時間変化率、赤：部分雲過程、緑：拡散成長、青：雲氷から雪へのオートコンバージョン、水：雲氷と雪の併合、橙：赤+緑+青+水、黒：雲微物理過程における雲水の変化率。橙と黒の線はほぼ重なっている。

層雲を過大評価する。これらは、雲のオーバーラップや放射フラックスの変化を通じて、地表面の熱収支や大気の成層状態に悪影響を及ぼし、降水予測にも影響している¹³。この問題は、雲過程で閉じる問題ではなく、過程間の整合性や相互作用の向上を通じて解決できるよう、開発を進めているところである。

雲量の問題については、第 2.4 節で再度議論する。

¹³ 実際、これらの不整合を緩和させると熱雷等の不安定降水の表現が改善される事例を確認している。

小低気圧の過発達への対処

MSM では、現実には見られない、小スケールで気圧傾度の大きい低気圧が予測される場合があることが知られている (原 2015)。MSM1702 では、力学過程における人為的な数値拡散がなくなったことで小低気圧の発達により顕著に現れる場合がある (原 2017)。また、この特性は予報時間を問わず現れることが知られている (荒巻・氏家 2018)。MSM における小スケールの低気圧の発達には、上昇流と凝結の正のフィードバック (上昇流によって水蒸気の凝結が発生し、その潜熱の放出によって上昇流を生み出す浮力が強化される) が強く働いていることが指摘されているものの、フィードバックが起こる根本的な原因の特定やその解決方法は確立されていない。凝結過程や、雲水と降水粒子の併合に伴う潜熱解放による浮力生成の影響について調査する他、雲過程と力学過程との結合手法等さまざまな観点から原因を調べていく必要がある。また、積雲対流パラメタリゼーションの特性や成層の安定化の強さ、雲過程との変数のやり取りが格子スケールの降水の発達の有無に大きく影響することが経験的に知られている (成田 2008; 氏家・下河邊 2019 など)。このことから、積雲対流パラメタリゼーションの特性や雲過程と相互作用の関連からもこの問題を調査する必要がある。

このように、顕著現象の予測精度向上に向けて、雲過程において対処していくべき課題が複数ある。今後は雲過程における重要なプロセスの高度化、及び他過程との整合性の向上を両輪として開発を進める方針である。

参考文献

Abel, S. J. and I. A. Boutle, 2012: An improved representation of the raindrop size distribution for single-moment microphysics schemes. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **138**, 2151–2162.

- Abel, S. J. and B. J. Shipway, 2007: A comparison of cloud-resolving model simulations of trade wind cumulus with aircraft observations taken during RICO. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **133**, 781–794.
- 荒巻健智, 氏家将志, 2018: メソ・局地モデルの予報時間延長. 平成 30 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 7–8.
- 荒波恒平, 氏家将志, 原旅人, 2012: 物理過程の数値計算. 数値予報課報告・別冊第 58 号, 気象庁予報部, 111–119.
- 荒波恒平, 石田純一, 原旅人, 河野耕平, 2014: 物理過程の実装. 数値予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 104–112.
- Beljaars, A., G. Balsamo, P. Bechtold, A. Bozzo, R. Forbes, R. J. Hogan, M. Köhler, J.-J. Morcrette, A. M. Tompkins, P. Viterbo, and N. Wedi, 2018: The Numerics of Physical Parametrization in the ECMWF Model. *Frontiers in Earth Science*, **6**.
- Brown, P. R. and P. N. Francis, 1995: Improved Measurements of the Ice Water Content in Cirrus Using a Total-Water Probe. *J. Atmos. and Oceanic Technol.*, **12**, 410–414.
- ECMWF, 2018: Part IV: Physical Processes, Chapter 7 Clouds and large-scale precipitation. *IFS Documentation—Cy45r1*, 97–125.
- Ferrier, B. S., 1994: A Double-Moment Multiple-Phase Four-Class Bulk Ice Scheme. Part I: Description. *J. Atmos. Sci.*, **51**, 249–280.
- Field, P. R., A. J. Heymsfield, and A. Bansemmer, 2007: Snow Size Distribution Parameterization for Midlatitude and Tropical Ice Clouds. *J. Atmos. Sci.*, **64**, 4346–4365.
- 藤田司, 2004: 非静力学メソ数値予報モデルの概要. 平成 16 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 1–9.
- 原旅人, 2012: 物理過程ライブラリの開発. 数値予報課報告・別冊第 58 号, 気象庁予報部, 205–208.
- 原旅人, 2015: 事例検討. 平成 27 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 82–99.
- 原旅人, 2017: メソ数値予報システムの改良の概要. 平成 29 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 42–47.
- Johnson, M., Y. Jung, D. Dawson, T. Supinie, M. Xue, J. Park, and Y.-H. Lee, 2018: Evaluation of Unified Model Microphysics in High-resolution NWP Simulations Using Polarimetric Radar Observations. *Advances in Atmospheric Sciences*, **35**, 771–784.
- Kärcher, B. and U. Lohmann, 2002: A parameterization of cirrus cloud formation: Homogeneous freezing of supercooled aerosols. *J. Geophys. Res.*, **107**, AAC 4–1 – AAC 4–10.
- Kessler, E., 1969: On the Distribution and Continuity of Water Substance in Atmospheric Circulations. *Meteorol. Monogr.*, **10(32)**, 1–84.
- 気象庁予報部, 2014: 次世代非静力学モデル asuca. 数値予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 151pp.
- Kogan, Y., 2013: A Cumulus Cloud Microphysics Parameterization for Cloud-Resolving Models. *J. Atmos. Sci.*, **70**, 1423–1436.
- Lin, Y.-L., R. D. Farley, and H. D. Orville, 1983: Bulk Parameterization of the Snow Field in a Cloud Model. *J. Climate Appl. Meteor.*, **22**, 1065–1092.
- 萬納寺信崇, 2000: 領域モデル (RSM, MSM, TYM). 平成 12 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 23–27.
- Manton, M. J. and W. R. Cotton, 1977: Formulation of approximate equations for modeling moist deep convection on the mesoscale. *Dept. Atmos. Sci., Colorado State Univ., Atmos. Sci. Paper No. 266*, 62pp.
- Martin, G. M., S. F. Milton, C. A. Senior, M. E. Brooks, S. Ineson, T. Reichler, and J. Kim, 2010: Analysis and Reduction of Systematic Errors through a Seamless Approach to Modeling Weather and Climate. *J. Climate.*, **23**, 5933–5957.
- Murakami, M., 1990: Numerical Modeling of Dynamical and Microphysical Evolution of an Isolated Convective Cloud. *J. Meteor. Soc. Japan*, **68**, 107–128.
- 成田正巳, 2008: 現業メソ数値予報モデルの湿潤過程の改良. 数値予報課報告・別冊第 54 号, 気象庁予報部, 75–80.
- 成田正巳, 2009: メソ数値予報モデルの湿潤過程の改良. 平成 21 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 72–76.
- Rutledge, S. A. and P. V. Hobbs, 1984: The Mesoscale and Microscale Structure and Organization of Clouds and Precipitation in Midlatitude Cyclones. XII: A Diagnostic Modeling Study of Precipitation Development in Narrow Cold-Frontal Rainbands. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 2949–2972.
- Saito, K., J. Ishida, K. Aranami, T. Hara, T. Segawa, M. Narita, and Y. Honda, 2007: Nonhydrostatic Atmospheric Models and Operational Development at JMA. *J. Meteor. Soc. Japan*, **85B**, 271–304.
- Saito, K., T. Fujita, Y. Yamada, J. Ishida, Y. Kumagai, K. Aranami, S. Ohmori, R. Nagasawa, S. Kumagai, C. Muroi, T. Kato, H. Eito, and Y. Yamazaki, 2006: The Operational JMA Nonhydrostatic Mesoscale Model. *Mon. Wea. Rev.*, **134**,

1266–1298.

- Shipway, B. J. and A. A. Hill, 2012: Diagnosis of systematic differences between multiple parametrizations of warm rain microphysics using a kinematic framework. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **138**, 2196–2211.
- Smith, R. N. B., 1990: A scheme for predicting layer clouds and their water content in a general circulation model. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **116**, 435–460.
- 氏家将志, 下河邊明, 2019: 積雲対流. 数值予報課報告・別冊第 65 号, 気象庁予報部, 39–53.
- Walters, D. N., M. J. Best, A. C. Bushell, D. Copsey, J. M. Edwards, P. D. Falloon, C. M. Harris, A. P. Lock, J. C. Manners, C. J. Morcrette, M. J. Roberts, R. A. Stratton, S. Webster, J. M. Wilkinson, M. R. Willett, I. A. Boutle, P. D. Earnshaw, P. G. Hill, C. MacLachlan, G. M. Martin, W. Moufouma-Okia, M. D. Palmer, J. C. Petch, G. G. Rooney, A. A. Scaife, and K. D. Williams, 2011: The Met Office Unified Model Global Atmosphere 3.0/3.1 and JULES Global Land 3.0/3.1 configurations. *Geosci. Model Dev.*, **4**, 919–941.
- Weverberg, K. V., C. J. Morcrette, J. Petch, S. A. Klein, H.-Y. Ma, C. Zhang, S. Xie, Q. Tang, W. I. Gustafson Jr, Y. Qian, L. K. Berg, Y. Liu, M. Huang, M. Ahlgrimm, R. Forbes, E. Bazile, R. Roehrig, J. Cole, W. Merryfield, W.-S. Lee, F. Cheruy, L. Mellul, Y.-C. Wang, K. Johnson, and M. M. Thieman, 2018: CAUSES: Attribution of Surface Radiation Biases in NWP and Climate Models near the U.S. Southern Great Plains. *J. Geophys. Res.: Atmospheres*, **123**, 3612–3644.
- Wilson, D. R. and S. P. Ballard, 1999: A microphysically based precipitation scheme for the UK meteorological office unified model. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **125**, 1607–1636.
- 山田芳則, 2003: 雲の微物理過程. 数值予報課報告・別冊第 49 号, 気象庁予報部, 52–76.

2.4 雲量¹

2.4.1 はじめに

この節で言う「雲量」は、モデル各格子内をどれだけ雲が覆っているかを割合で表したものである。現実大気には常にゆらぎが存在しているため、数百 m 程度かそれ以上の格子間隔のモデルを扱う場合は、格子平均では水蒸気が飽和していなくても、局所的（部分的）には飽和していて雲が存在する可能性があることを考慮しなければならない（Morcrette 2013 など）。一方で、格子内の雲量を求めるためには、格子スケールの情報から格子スケール以下の情報を見積もる、いわゆるパラメタリゼーションを行う必要があり、その手法は一意的でなく、必然的に不確実性を伴う。雲量は雲微物理過程（第 2.3 節）や放射過程（第 2.5 節）など、複数の物理過程に必要な情報であり、放射計算や水物質の相変化などによる大気加熱・冷却に大きなインパクトを与えうる。そのため、適切な雲量の推定が数値予報モデルに求められる。

MSM・LFM の基盤モデルである asuca では、放射過程、境界層過程、雲微物理過程²で雲量を使った計算を行っている。ただし、雲量診断計算は共通化しておらず、放射、境界層、雲微物理それぞれの過程で独自に計算を行っているのが実情である。放射・境界層過程の診断方法と雲微物理過程のそれは大きく異なっており、中でも、氷過飽和の扱い方の違いが放射フラックスの誤差の一因であることがわかってきた。

本節では、まず、放射・境界層過程で用いる雲量の診断方法について概要を説明し、その後で、現在 asuca が抱えている雲量診断に関する課題と今後の開発方針を述べる。なお、本節では便宜的に、放射・境界層過程で用いる雲量を「放射・境界層雲量」、雲微物理過程で用いるそれを「雲微物理雲量」と呼ぶことにする（雲微物理雲量の診断方法は第 2.3.3 項を参照）。

2.4.2 放射・境界層過程の雲量診断

(1) 雲量診断方法の概要

まずは簡単のため、凍結は考慮せず、水雲の雲量について説明する。氷雲診断への拡張は (2) で説明する。格子内において、水蒸気量のゆらぎによって飽和水蒸気量を上回った（下回った）場合は、過飽和を考慮しなければ水蒸気圧を飽和水蒸気圧と等しくするように水蒸気の凝結（雲水の蒸発）が起こる。また格子内における温度のゆらぎによって飽和水蒸気圧が大きく（小さく）なった場合には、水蒸気圧を飽和水蒸気圧と等しくするように雲水の蒸発（水蒸気の凝結）が起こる。

格子内での水蒸気量のゆらぎを表現するために、局所的な雲水量 q_c を格子平均値の寄与 Q_c と偏差の寄与 s

に分けて考える ($q_c = Q_c + s$)。 Q_c , s はそれぞれ以下のとおりである。

$$Q_c = a_L(\bar{q}_t - q_{\text{sat}}(\bar{T}_L)) \quad (2.4.1)$$

$$s = a_L(q'_t - \alpha T'_L) \quad (2.4.2)$$

ここで、 q_t は全水量 (= $q_v + q_c$, q_v は水蒸気混合比)、 T_L は液水温度、 $q_{\text{sat}}(T)$ は温度 T における飽和水蒸気混合比である³。なお、 \bar{X} は X の格子平均値、 X' は X の平均値からの偏差を表す（したがって、 $X = \bar{X} + X'$ ）。(2.4.1) 式および (2.4.2) 式の導出については第 2.3.3 項の (1) を参照していただきたい。 T_L , α および a_L は以下のとおりである。

$$T_L = T - \frac{L_v}{C_p} q_c \quad (2.4.3)$$

$$\alpha = \frac{\partial q_{\text{sat}}}{\partial T} \quad (2.4.4)$$

$$a_L = \left(1 + \alpha \frac{L_v}{C_p}\right)^{-1} \quad (2.4.5)$$

L_v は気化熱、 C_p は定圧比熱である。

水蒸気と温度の格子内のゆらぎに対して適当な確率分布 $G(s)$ を仮定すると、雲量 C_c および格子平均凝結量 \bar{q}_c を以下のように見積もることができる。

$$C_c = \int_{-Q_c}^{\infty} G(s) ds \quad (2.4.6)$$

$$\bar{q}_c = \int_{-Q_c}^{\infty} (Q_c + s) G(s) ds \quad (2.4.7)$$

s の標準偏差 σ_s は

$$\sigma_s^2 = \bar{s}^2 = a_L^2 \bar{q}_t'^2 - 2a_L^2 \alpha \bar{q}_t' T_L' + a_L^2 \alpha^2 \bar{T}_L'^2 \quad (2.4.8)$$

である。MSM・LFM では、乱流統計量に境界層過程（第 2.6 節）の予測値を用いている⁴。

放射・境界層雲量診断は Sommeria and Deardorff (1977) に基づいており、 T'_L , q'_t の分布関数にガウス関数を採用している。Mellor (1977) に従うと、分布関数 $G(s)$ は以下ようになる。

$$G(s_*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_*} \exp\left(-\frac{s_*^2}{2\sigma_*^2}\right) \quad (2.4.9)$$

ここで、 s_* , σ_* はそれぞれ

$$s_* = \frac{s}{2}, \quad \sigma_* = \frac{\sigma_s}{2} \quad (2.4.10)$$

³ ここでは定圧過程を考えており、 q_{sat} は温度のみの関数である。

⁴ 式中の乱流統計量について、境界層過程では T_L ではなく、液水温度 θ_L について解かれるため、実装上は Exner 関数 Π を用いて以下ようになる。

$$\sigma_s^2 = a_L^2 \bar{q}_t'^2 - 2a_L^2 \alpha \Pi \bar{q}_t' \theta_L' + a_L^2 \alpha^2 \Pi^2 \bar{\theta}_L'^2$$

¹ 草開 浩

² MSM のみ。LFM の雲微物理過程では格子内非一様性は考慮せず、格子平均で飽和した場合に凝結が起こる。

である。従って、(2.4.6) 式は、

$$\begin{aligned} C_c &= \int_{-Q_c/2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_*} \exp\left(-\frac{s_*^2}{2\sigma_*^2}\right) ds_* \\ &= \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{Q_N}{\sqrt{2}}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.4.11)$$

となる。また、(2.4.7) 式より、 \bar{q}_c は

$$\begin{aligned} \bar{q}_c &= \int_{-Q_c/2}^{\infty} (Q_c + 2s_*)G(s_*)ds_* \\ &= 2\sigma_* \left[C_c Q_N + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{Q_N^2}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.4.12)$$

となる⁵。ただし、 $Q_N = Q_c/(2\sigma_*)$ である。

(2) 氷雲の扱い

放射過程および境界層過程で利用する雲量について、固相まで含めた診断方法を以下に説明する。 \bar{q}_t を氷相まで含めた以下の式で考える。

$$\bar{q}_t = \bar{q}_v + \bar{q}_c + \bar{q}_i \quad (2.4.13)$$

ここで、 q_i は雲氷混合比である。この \bar{q}_t を用いて (2.4.11) 式を計算する。その際に q_{sat} と潜熱 L を決める必要があるが、これらは水に対する値と氷に対する値で大きく異なるため、雲水・雲氷が混在する雲 (Mixed phase cloud) の場合は両方の値を考慮する必要がある。本スキームでは、水に対するもの ($q_{\text{sat,liq}}, L_v$) と氷に対するもの ($q_{\text{sat,ice}}, L_s$) を全雲量に対する氷雲量の割合 r_{ice} で平均した値を用いる。

$$L_{\text{mix}} = (1 - r_{\text{ice}})L_v + r_{\text{ice}}L_s \quad (2.4.14a)$$

$$q_{\text{sat,mix}} = (1 - r_{\text{ice}})q_{\text{sat,liq}} + r_{\text{ice}}q_{\text{sat,ice}} \quad (2.4.14b)$$

r_{ice} は T_L の関数として以下のように与える。

$$r_{\text{ice}} = \begin{cases} 0 & \bar{T}_L \geq T_{\text{tp}} \\ 1 - \left(\frac{\bar{T}_L - T_{\text{ice}}}{T_{\text{tp}} - T_{\text{ice}}} \right)^2 & T_{\text{tp}} > \bar{T}_L \geq T_{\text{ice}} \\ 1 & \bar{T}_L < T_{\text{ice}} \end{cases} \quad (2.4.15)$$

ここで、 T_{tp} は水の三重点における温度 (273.16 K)、 T_{ice} は凝結した水が全て氷となる温度 (250.15 K) である。つまり、気温が 0°C から -23°C の間は Mixed phase cloud となり、 -23°C より低い気温では全て氷雲となることを意味する。

(3) σ_s の制限

G の標準偏差である σ_s の計算 ((2.4.8) 式) には乱流統計量が必要であり、MSM・LFM では境界層過程の

⁵ ここで診断した \bar{q}_c は放射過程 (第 2.5 節) でのみ用いられ、モデルの予報変数としての \bar{q}_c には影響を与えない。

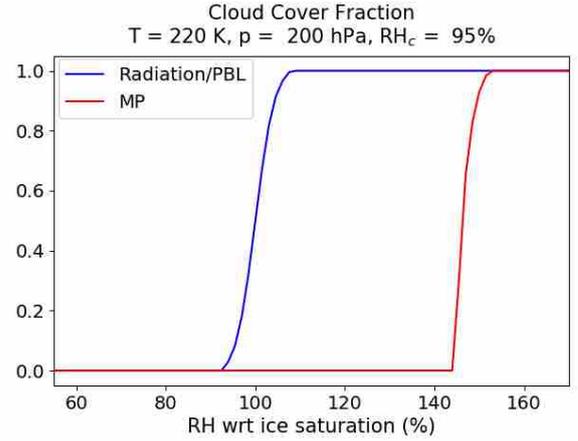


図 2.4.1 氷に対する相対湿度 [%] (横軸) と雲量 (縦軸) の関係。青線は放射・境界層雲量診断結果、赤線は雲微物理雲量診断結果。両手法とも、同じ気象条件 (気温 220 K、気圧 200 hPa、臨界相対湿度が 95%) で計算した。

予測値を用いている (境界層過程の詳細は第 2.6 節を参照)。さらに MSM・LFM では、乱流によるゆらぎ以外の効果 (積雲対流など) によって飽和に達していても雲ができる効果を取り入れるため、以下のように σ_s の取りうる値の範囲を限定している (原・永戸 2008):

$$2c_s f_{\text{min}} a_L q_{\text{sat,mix}}(\bar{T}_L) < \sigma_s < 2c_s f_{\text{max}} a_L q_{\text{sat,mix}}(\bar{T}_L) \quad (2.4.16)$$

ここで、 $f_{\text{max}} = 1.0$ 、 f_{min} は水平格子間隔に依存し、高解像度ではより雲のメリハリがあると考え、MSM では $f_{\text{min}} = 0.09$ 、LFM では $f_{\text{min}} = 0.05$ と設定している (永戸ほか 2012)。 c_s は気圧 p [hPa] を用いて以下のように表される因子である。

$$c_s = \begin{cases} \frac{p_s - p}{p_s - 850} & p > 850 \\ 1 & p \leq 850 \end{cases} \quad (2.4.17)$$

p_s は地上気圧である。つまり、 c_s は 850 hPa 面より上層で 1、地表面では 0 でその中間では気圧の関数として線形に変化する。この因子を導入している理由は、霧が発生するような状況 (ほとんど飽和に近い状態) ではないにも関わらず雲が地表面近くの下層で生成されるのを抑制するためである⁶。

2.4.3 asuca の雲量診断に関する課題と開発方針

(1) 雲量診断方法の物理過程間での不整合

今節と第 2.3.3 項を比べるとわかるように、放射・境界層雲量診断と雲微物理雲量診断とで診断方法が大きく異なっている。ある分布関数 G を仮定した格子内凝

⁶ なお、境界層過程で用いる雲量を診断する際には c_s は導入していない。

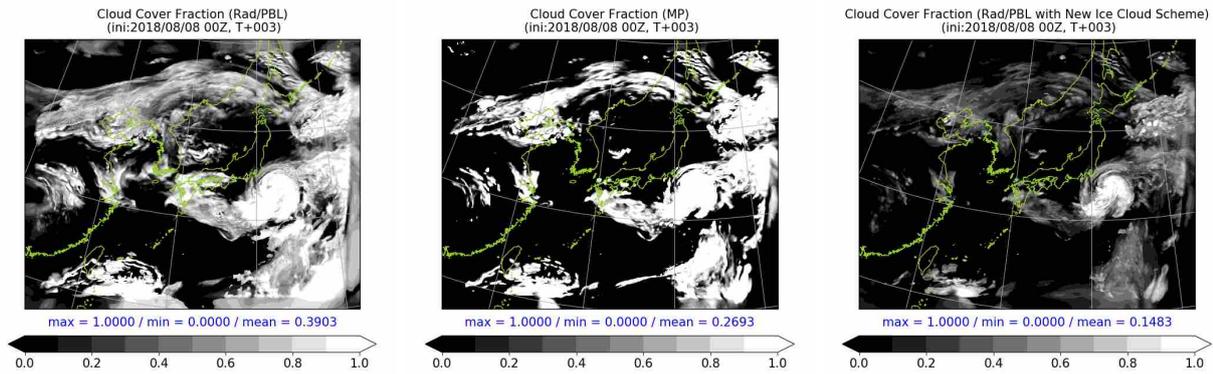


図 2.4.2 2018 年 8 月 8 日 15 時の MSM 上層雲量 (3 時間予報結果)。左図は放射・境界層雲量診断結果、中図は雲微物理雲量診断結果、右図は水雲診断方法を変更した放射・境界層雲量診断結果。

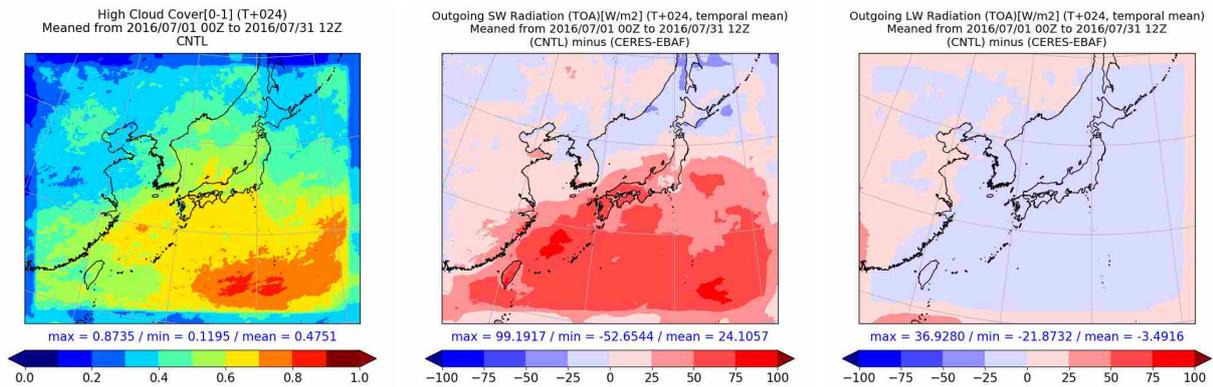


図 2.4.3 CNTL 実験の月平均 (2016 年 7 月) の上層雲量 (左) と、同じく月平均 (2016 年 7 月) の大気上端上向き短波放射 (中) および長波放射 (右) についての対 CERES-EBAF 誤差。

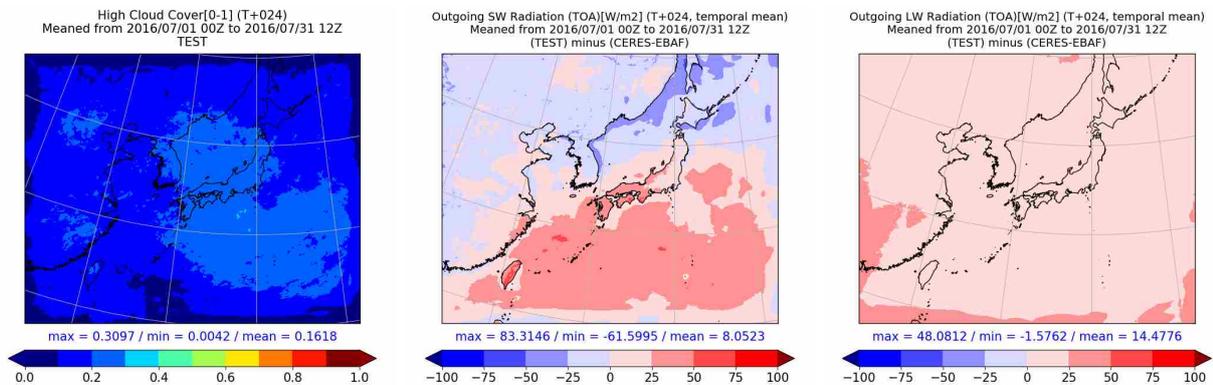


図 2.4.4 図 2.4.3 と同じ。ただし、TEST 実験の結果。

結 (凍結) を診断するという点では、両者は同じ考え方である。分布関数の形状は放射・境界層雲量診断 (ガウス関数) と雲微物理雲量診断 (三角形状) で異なるが、 σ_s (あるいはゆらぎ幅 b_s) と Q_N (格子平均凝結量に相当) が両者で同じ場合は、診断される雲量にほとんど差は生じない。したがって、両者の違いは、 Q_N と σ_s の与え方の違いによるものである。

Q_N の与え方に着目すると、放射・境界層雲量診断では飽和水蒸気量と総水量から直接計算しているため、飽和水蒸気量を超えた水蒸気は凝結 (凝固) して雲と

なる。一方、雲微物理雲量診断では Q_N を入力とせず、 \bar{q}_c (または \bar{q}_i) を入力として雲量を診断している。これらは、過飽和な状態を許容しなければ同じだが、第 2.3.3 項でも述べられているように、MSM の雲微物理過程では水過飽和を許容するため、両雲量診断の結果に大きな違いが生じる。MSM では、対流圏上層で水に対する相対湿度が 140% 近くまで達することがあり、そのような条件下では、放射・境界層雲量診断のほうが雲微物理雲量診断よりも大きな雲量を診断する。図 2.4.1 は、水に対する相対湿度 RH_{ice} を変化させたとき

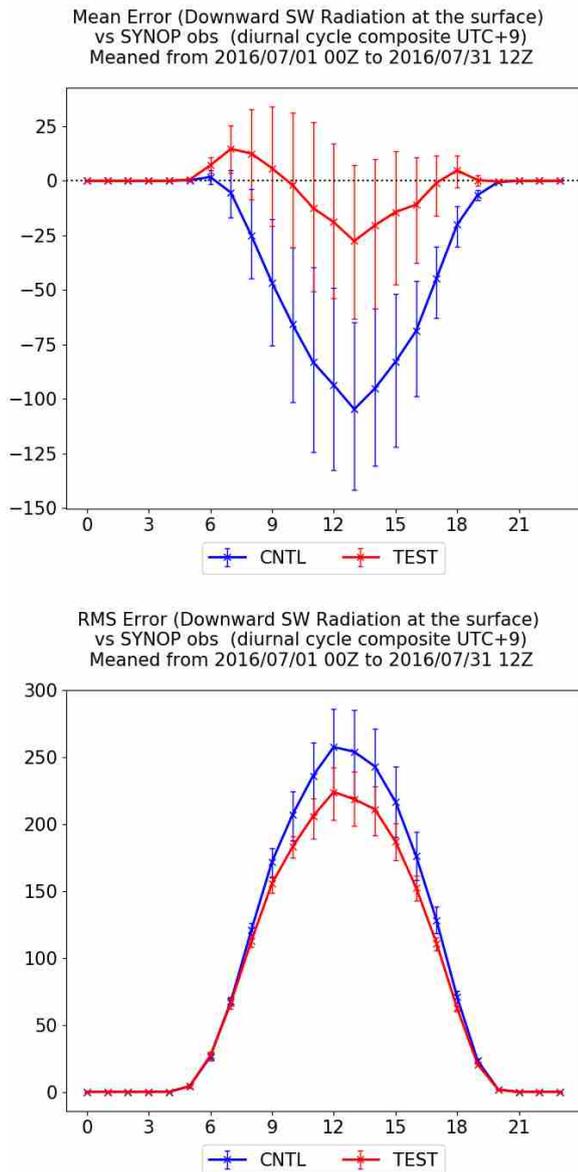


図 2.4.5 地上日射量の対地上観測平均誤差 (2016 年 7 月統計)。上図は平均誤差、下図は二乗平均平方根誤差で、予報対象時刻別 (日本時間、横軸) に示している。青線は CNTL 実験の結果、赤線は TEST 実験の結果。エラーバーは 95%信頼区間を表す。

の雲量を示したものである。ここでは簡単のため、臨界相対湿度 RH_{crit} を 0.95 で固定し、ゆらぎ幅 b_s と σ_s はそこから以下のように計算したものをを用いる。

$$b_s = a_L(1 - RH_{crit})q_{sat}(\bar{T}_L) \quad (2.4.18)$$

分布関数がガウス関数の場合は $b_s = 3\sigma_s$ 、三角形状の場合は $b_s = \sqrt{6}\sigma_s$ であるので、それぞれのスキームに対して σ_s が求められる。放射・境界層雲量診断 (図 2.4.1 の青線) では RH_{ice} が 100% 付近で雲を形成しているのに対し、雲微物理雲量診断 (図 2.4.1 の赤線) では 150% 付近で雲を形成していることがわかる。

診断方法の違いと雲量の差を実事例でも確認する。図 2.4.2 は 2018 年 8 月 8 日 15 時の MSM 上層雲量を

描いたものであり、左図は放射・境界層雲量、中図は雲微物理雲量である。これらを比較すると、放射・境界層雲量は面積が広く雲量が 1 よりも小さい格子が多いのに対し、雲微物理雲量は面積が狭く雲量が 0 か 1 の格子が多いことがわかる。放射・境界層雲量に比べて雲微物理雲量が大きいことについては、 σ_s の制限幅が両者で異なることによる。 σ_s や RH_{crit} の与え方に関する課題については次の (2) で説明する。

ここまでの説明から、放射・境界層雲量診断では水過飽和を許容しておらず、雲氷量と雲量の関係に齟齬が生じていることがわかる。その結果、現状の放射・境界層雲量診断は上層雲を広く見積もる傾向があり、第 2.5.3 項で説明した放射フラックスの誤差傾向を踏まえると、放射・境界層雲量診断による上層雲の面積は過大であると言える。本来、雲量の見積もりはモデル全体で不整合が生じないように同一理論により計算すべきである。一方で、雲氷の生成・消滅過程は複雑であり、雲水のように単純に飽和水蒸気量からの差だけで生成・消滅させる現在の理論は成り立たない。実用的な観点では、雲微物理雲量診断の手法 (Wilson and Ballard 1999) で統一するほうが、水過飽和を許容することができるため望ましいと考える。

そこで、氷雲の診断方法を統一したときのインパクトを調査した。図 2.4.2 の右図に、放射・境界層雲量診断における氷雲診断において Wilson and Ballard (1999) の方法を採用した場合の結果を示す。上層雲の面積は従来の放射・境界層雲量よりも狭くなり、雲微物理雲量と同程度となった。雲量自体は雲微物理雲量よりも小さくなっているが、これは放射・境界層雲量診断のゆらぎ幅が雲微物理雲量診断のそれよりも大きくなりやすい傾向があるためである。

この変更のインパクトを確認するために、2016 年 7 月の 00UTC および 12UTC について変更前実験 (CNTL) 変更後実験 (TEST) を行った。図 2.4.3 と図 2.4.4 に CNTL と TEST の 1 か月平均上層雲量と放射フラックスをそれぞれ示した。放射フラックスは CERES-EBAF (Loeb et al. 2018) プロダクトとの差を示している。CNTL の結果は第 2.5 節の図 2.5.4 と同じ傾向で、本州および太平洋で上層雲量が多く、それと対応して大気上端上向き短波放射が多くなっている。TEST では上層雲量が大幅に減少している。これに伴って短波放射の雲による反射は減少し、対 CERES-EBAF での誤差は縮小している。大気上端上向き長波放射 (OLR) について、対 CERES-EBAF では CNTL は過小、TEST では過大となっている。このことは、CNTL では上層雲量は過大であったが、TEST では過小となっていることを示唆している。図 2.4.5 に地上日射量の対地上気象観測誤差を示した。TEST では上層雲が減少したことにより雲による反射が小さくなり、短波の地上到達量が増えた。これによって、CNTL で見られていた負バイアスは TEST で大幅に縮小した。二乗平均平方

根誤差でも 35 W m^{-2} 程度の減少が確認できることから、本変更は日射量予測の改善に大きく貢献することがわかる。

今後は、この変更に加えて、OLR の誤差縮小のために、雲微物理過程などの他の過程の改良を合わせて行う予定である。

(2) σ_s の制限と臨界相対湿度について

第 2.4.2 項 (3) で説明したとおり、放射・境界層雲量診断では σ_s に上下限値を設けている。この制限値について、(2.4.18) 式および $b_s = 3\sigma_s$ の関係から、臨界相対湿度の上下限値とも見ることができ、以下のようになる。

$$\text{RH}_{\text{crit}} = 1 - \frac{6\sigma_*}{aLq_{\text{sat}}(\bar{T}_L)} \quad (2.4.19)$$

$$(1 - 6c_s f_{\text{max}}) \leq \text{RH}_{\text{crit}} \leq (1 - 6c_s f_{\text{min}}) \quad (2.4.20)$$

ここで、850 hPa より上空の雲量について考えると ($c_s = 1$)、MSM における RH_{crit} の上下限値はそれぞれ 0.46、 -5 となる。これは、格子平均の相対湿度が 46% を超えたら格子内で雲が発生することを意味するが、MSM のような数 km の水平格子間隔のモデルにおいて現実的な値とは考えにくい。例えば、Walters et al. (2019) の Figure 3 には航空機観測から求めた 5 パーセント、95 パーセントおよび平均の RH_{crit} についての水平格子間隔依存性を示している。この図によると、 RH_{crit} の取りうる範囲として、20 km 解像度ではおよそ 0.65 ~ 0.98、5 km 解像度の場合ではおよそ 0.7 ~ 0.99 である。これを踏まえると 0.46 は制限値として低すぎると言える。

雲微物理雲量診断では、第 2.3.3 項にもあるとおり、850 hPa より上空では RH_{crit} の上下限値をそれぞれ 0.95、0.5 とし、乱流統計量の値を用いて計算した臨界相対湿度 $\text{RH}_{\text{crit,PBL}}$ を用いている。図 2.4.2 で見たように、雲微物理雲量は 0 か 1 の値をとることが多いことが経験的にわかっている。 RH_{crit} の上限値を 0.95 より小さくする感度実験を行うと、雲域がわずかに広がるだけでなく、凝結のタイミングが早まり、降水量や対流圏下層気温の予測精度の向上を確認している。一方で、感度実験では凝結による大気加熱が大きくなることによって対流活動が組織化されやすくなり、第 2.3.4 項に説明されている小低気圧の過発達が起こりやすくなる傾向が確認されている。

今後は、 σ_s の適切な与え方を再考するとともに、これについてもモデル内で統一的に扱えるように開発をすすめる方針である。

参考文献

永戸久喜, 藤田匡, 原旅人, 2012: 局地モデルの本運用. 平成 24 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 72–86.

原旅人, 永戸久喜, 2008: 乱流過程. 数値予報課報告・別冊第 54 号, 気象庁予報部, 117–148.

Loeb, N. G., D. R. Doelling, H. Wang, W. Su, C. Nguyen, J. G. Corbett, L. Liang, C. Mitrescu, F. G. Rose, and S. Kato, 2018: Clouds and the Earth's Radiant Energy System (CERES) Energy Balanced and Filled (EBAF) Top-of-Atmosphere (TOA) Edition-4.0 Data Product. *J. Climate*, **31**, 895–918.

Mellor, G. L., 1977: The Gaussian Cloud Model Relations. *J. Atmos. Sci.*, **34**, 356–358.

Morcrette, C. J., 2013: Sub-grid cloud parametrization issues in the Met Office Unified Model: A tale of several grey zones. *ECMWF workshop on parametrization of clouds and precipitation, Reading, UK 5-8 November 2012, ECMWF*, 81–88.

Sommeria, G. and J. W. Deardorff, 1977: Subgrid-Scale Condensation in Models of Nonprecipitating Clouds. *J. Atmos. Sci.*, **34**, 344–355.

Walters, D., A. J. Baran, I. Boutle, M. Brooks, P. Earnshaw, J. Edwards, K. Furtado, P. Hill, A. Lock, J. Manners, C. Morcrette, J. Mulcahy, C. Sanchez, C. Smith, R. Stratton, W. Tennant, L. Tomassini, K. Van Weverberg, S. Vosper, M. Willett, J. Browse, A. Bushell, K. Carslaw, M. Dalvi, R. Essery, N. Gedney, S. Hardiman, B. Johnson, C. Johnson, A. Jones, C. Jones, G. Mann, S. Milton, H. Rumbold, A. Sellar, M. Ujiie, M. Whittall, K. Williams, and M. Zerroukat, 2019: The Met Office Unified Model Global Atmosphere 7.0/7.1 and JULES Global Land 7.0 configurations. *Geosci. Model Dev.*, **12**, 1909–1963.

Wilson, D. R. and S. P. Ballard, 1999: A microphysically based precipitation scheme for the UK meteorological office unified model. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **125**, 1607–1636.

2.5 放射¹

2.5.1 はじめに

放射過程は、太陽や地球から射出される電磁波の伝播と、その大気によるエネルギーの吸収・放出・散乱を表現し、最終的に大気の加熱・冷却による気温変化を見積もるプロセスである(長澤 2012)。

太陽放射(短波放射)は大気や地表面を加熱し、また、大気や地表面自体は地球放射(長波放射)を射出して冷却する。太陽放射は地球外から得られる主要なエネルギー源であり、紫外-可視-近赤外域(波長はおよそ0.2~4 μm)にそのエネルギーのほとんどが含まれる。また、地球放射は、中赤外-遠赤外域(波長はおよそ3~100 μm)にそのエネルギーのほとんどが含まれる。これらの収支が地球の大気や海洋の運動を駆動するエネルギーの重要な源の一つになっている。放射による地表面の加熱や冷却は、境界層の発達に影響を及ぼし、時には対流活動発生の引き金ともなりうる。また、放射による雲や大気の加熱・冷却は、大気の成層安定度や、雲の生成・維持・消散にも影響を与える。したがって、MSMやLFMでの放射過程による大気の加熱率・冷却率の精度向上は、地上気温の日変化や気温鉛直プロファイルの予測精度向上のためだけでなく、大雨などの顕著現象の再現性向上のためにも重要である。

本節では、まずMSM・LFMの放射過程の概要を示し、そのあとで、現在MSM・LFMが抱えている放射過程に関連した課題を挙げ、最後に今後の開発方針を述べる。

2.5.2 MSM・LFMの放射過程

MSM・LFMの放射過程は、GSMの開発成果を利用している。原稿執筆時点(2019年12月)ではGSM1403(米原 2014)までの開発成果を取り入れており、今後も最新の成果を順次取り入れていく予定である。最新のGSM放射過程の詳細は関口ほか(2019)や本田・坂本(2019)を参照していただきたい。以下では、MSM・LFMに実装されている放射過程について概略を説明する。

放射過程では、大気中における放射伝達方程式を解いて放射フラックス(正味のエネルギーフラックス密度) F を求める。気象庁の放射過程では計算コストを抑えるため、放射強度が方位角によらないと仮定して角度積分し、上向き F^+ と下向き F^- の二方向に自由度を落とした二方向近似法を採用している。そして、求めたフラックスの収支をモデルの各格子で計算することにより、気温変化率を以下のように算出する。

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{\text{rad}} = \frac{g}{C_p} \frac{\partial}{\partial p} (F^+ - F^-) \quad (2.5.1)$$

ここで、 T は気温、 g は重力加速度、 C_p は定圧比熱、 p

は気圧である²。短波・長波放射スキームにおける F^\pm は単色(単一波数 ν に対する光線)の放射フラックス F_ν^\pm を短波・長波それぞれの全領域で波数積分することにより求められる。

単色の放射フラックス F_ν^\pm は放射強度 I_ν を天頂角方向について積分することで求まる。

$$F_\nu^\pm = 2\pi \int_0^{\pm 1} I_\nu(\tau_\nu, \mu) \mu d\mu \quad (2.5.2)$$

ここで、 μ は天頂角の余弦を表す。 τ_ν は大気上端から測った単色の光学的厚さで

$$\tau_\nu = \int_z^\infty k_\nu \rho dz \quad (2.5.3)$$

と表す。なお、 k_ν は質量消散係数、 z は高度、 ρ は媒質の密度である。

単色光についての放射伝達方程式は以下のとおりである。

$$-\mu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + J_\nu \quad (2.5.4)$$

右辺第1項は媒質による放射の減衰(吸収・散乱)を表す。右辺第2項は放射源関数と呼ばれ、媒質からの射出や他方向からの散乱による放射の増強を表す。

(1) 長波放射スキーム

長波放射スキームでは、大気および地表面からの赤外放射について吸収・射出を取り扱う。本スキームでは散乱を取り扱わない二方向吸収近似を採用している(Yabu 2013)。この場合、 k_ν は質量吸収係数となる。また、放射源関数はプランク関数 $B_\nu(T)$ で表されるので、(2.5.4)式は以下のようになる。

$$-\mu \frac{dI_\nu^\pm}{d\tau_\nu} = -I_\nu^\pm(\tau_\nu, \mu) + B_\nu(T) \quad (2.5.5)$$

これに $e^{\tau_\nu/\mu}$ を乗じて、両辺をある高度間($\tau_{\nu,1}$ から $\tau_{\nu,2}$ まで)で積分して整理すると、上向き・下向きの放射強度 I_ν^\pm は以下のように表せる。

$$I_\nu^+(\tau_{\nu,2}, \mu) = I_\nu^+(\tau_{\nu,1}, \mu) \mathcal{T}_\nu^i(\tau_{\nu,1}, \tau_{\nu,2}) + B_\nu(T) (1 - \mathcal{T}_\nu^i(\tau_{\nu,1}, \tau_{\nu,2})) \quad (2.5.6)$$

$$I_\nu^-(\tau_{\nu,1}, \mu) = I_\nu^-(\tau_{\nu,2}, \mu) \mathcal{T}_\nu^i(\tau_{\nu,1}, \tau_{\nu,2}) + B_\nu(T) (1 - \mathcal{T}_\nu^i(\tau_{\nu,1}, \tau_{\nu,2})) \quad (2.5.7)$$

² 放射過程計算モジュールはGSMで開発されたものを移植しているため、気圧高度座標系で鉛直差分が計算される。asucaに実装する際、モデル各鉛直層上下端における静力学平衡下での気圧を診断し、その差を Δp として鉛直差分を計算している。

¹ 草開 浩

なお、ここでは $\tau_{\nu,1}$ から $\tau_{\nu,2}$ までの気層は均質層であることを仮定している。 \mathcal{T}_ν^i は光線透過関数で以下のように表す。

$$\mathcal{T}_\nu^i(\tau_{\nu,1}, \tau_{\nu,2}, \mu) = e^{-(\tau_{\nu,1} - \tau_{\nu,2})/\mu} \quad (2.5.8)$$

求めたい長波放射フラックスは、(2.5.6) 式と (2.5.7) 式および (2.5.2) 式により得られる。本スキームではストリーム法 (Li and Fu 2000) を用い、天頂角方向の積分を以下のようにガウス求積法で近似する。

$$F_\nu^\pm = 2\pi \int_0^{\pm 1} I_\nu(\tau_\nu, \mu) \mu d\mu \approx 2\pi \sum_{i=1}^n w_i I_\nu(\tau_\nu, \pm \mu_i) \quad (2.5.9)$$

w_i は第 i 積分点の重みである。二方向近似スキームでは、 $n = 1$, $w_1 = 1/2$ となる。 μ_1 には散光因子 (1.66) を利用している。 \mathcal{T}_ν^i を天頂角方向に積分した \mathcal{T}_ν^f (フラックス透過関数) は以下のように表す。

$$\mathcal{T}_\nu^f(\tau_{\nu,1}, \tau_{\nu,2}) = e^{-(\tau_{\nu,1} - \tau_{\nu,2})/\mu_1} \quad (2.5.10)$$

大気モデルで長波放射計算をする際は、鉛直方向に離散化した各層を均質層とみなしてフラックスを計算する。モデル第 k 層の下部境界における長波放射の上向き・下向きフラックス $F_{\nu,k}^\pm$ は以下のようになる³。

$$F_{\nu,N+1}^- = 0 \quad (2.5.11)$$

$$F_{\nu,k}^- = F_{\nu,k+1}^- \mathcal{T}_\nu^f(\tau_{\nu,k}, \tau_{\nu,k+1}) + B_\nu(T_k) (1 - \mathcal{T}_\nu^f(\tau_{\nu,k}, \tau_{\nu,k+1})) \quad (k = N, \dots, 1) \quad (2.5.12)$$

$$F_{\nu,1}^+ = B_\nu(T_s) \quad (2.5.13)$$

$$F_{\nu,k}^+ = F_{\nu,k-1}^+ \mathcal{T}_\nu^f(\tau_{\nu,k-1}, \tau_{\nu,k}) + B_\nu(T_{k-1}) (1 - \mathcal{T}_\nu^f(\tau_{\nu,k-1}, \tau_{\nu,k})) \quad (k = 2, \dots, N+1) \quad (2.5.14)$$

波数積分について、長波放射スキームでは、長波放射の波長帯を 11 バンドに分割して、それぞれのバンドで波数積分した放射フラックスを求める。各バンドの放射フラックスは、 k -分布法 (Arking and Grossman 1972) を応用して次式により計算する。

$$F = \sum_{i=1}^M F_i \Delta_i \quad (2.5.15)$$

ここで、 M は各バンドのサブバンド数、 F_i , Δ_i はそれぞれ k -分布法による第 i サブバンドの放射フラックス

³ 第 $N+1$ 層は放射フラックス計算のために便宜的に設けるものであり、大気モデルにおいてこの層は予測対象外である。ただし、MSM・LFM のモデル上端は 25 km 未満であり成層圏オゾン層による短波放射の吸収・散乱をモデル大気で陽に取り扱えないため、第 $N+1$ 層にモデル上端より上空のオゾンについて鉛直積算したものを配置し、短波放射の吸収・散乱を計算している。

と積分間隔を表す。このように、各バンドを M 個のサブバンドに分割し、それぞれのサブバンドでの放射を吸収係数 k_i の単色光とみなして放射伝達計算を行い、それらを足し合わせることで長波放射の波長帯での放射フラックスを計算する。

(2) 短波放射スキーム

短波放射スキームでは、太陽光の大気および地表面による吸収・散乱を取り扱う。太陽からの直達光は指向性が強いいため、(2.5.4) 式を直達光と散乱光を分けて考える。直達光の方程式は以下のようになる。

$$\mu_0 \frac{dI_\nu(\tau_\nu, \mu_0)}{d\tau_\nu} = -I_\nu(\tau_\nu, \mu_0) \quad (2.5.16)$$

ここで、 μ_0 は太陽天頂角の余弦である。直達光の放射フラックス $F_{\nu,\text{dir}}$ は (2.5.16) 式を解くことにより以下のようになる。

$$F_{\nu,\text{dir}} = F_0 e^{-\tau_\nu/\mu_0} \quad (2.5.17)$$

F_0 は μ_0 方向から入射する大気上端での太陽放射フラックス ($F_0 = \mu_0 S_0$, S_0 は太陽定数) である。散乱光の方程式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI_\nu(\tau_\nu, \mu)}{d\tau_\nu} &= I_\nu(\tau_\nu, \mu) \\ &- \frac{\omega_0}{2} \int_{-1}^1 P(\mu, \mu') I_\nu(\tau_\nu, \mu') d\mu' \\ &- \frac{\omega_0}{4\pi} P(\mu, \mu_0) F_0 e^{-\tau_\nu/\mu_0} \end{aligned} \quad (2.5.18)$$

ここで、 ω_0 は単一散乱アルベド (入射光の消散に対する散乱の割合)、 $P(\mu, \mu')$ は散乱位相関数 (散乱の強さの散乱角依存性を表す) である。散乱光の放射フラックスは、二方向近似法の一つである δ -Eddington 法 (Joseph et al. 1976) を用いると、 $I(\tau_\nu, \mu)$ を μ の一次関数、 P を低次の球面調和関数展開で近似することができ、(2.5.18) 式を天頂角方向に積分することにより以下のように表すことができる (Meador and Weaver 1980)。

$$\frac{dF_\nu^+}{d\tau} = \gamma_1 F_\nu^+ - \gamma_2 F_\nu^- - \gamma_3 \omega_0 F_0 e^{-\tau_\nu/\mu_0} \quad (2.5.19a)$$

$$\frac{dF_\nu^-}{d\tau} = \gamma_2 F_\nu^+ - \gamma_1 F_\nu^- + (1 - \gamma_3) \omega_0 F_0 e^{-\tau_\nu/\mu_0} \quad (2.5.19b)$$

ここで、 γ_1 , γ_2 および γ_3 は、

$$\gamma_1 = \frac{1}{4} \{7 - \omega_0(4 + 3g)\} \quad (2.5.20a)$$

$$\gamma_2 = -\frac{1}{4} \{1 - \omega_0(4 - 3g)\} \quad (2.5.20b)$$

$$\gamma_3 = \frac{1}{4} (2 - 3g\mu_0) \quad (2.5.20c)$$

で、 g は δ -Eddington 法により導入されたパラメータで、散乱の対称性を表す因子である。連立微分方程式 (2.5.19) を均質層に適用し、適当な境界条件を与えて解くと、均質層の上下境界における上向き・下向き短波放射フラックスが得られる。

実際の大气においては、大气分子によるレイリー散乱、各種気体による吸収、エアロゾルや雲による吸収・ミー散乱が起こるため、これらの効果を同時に考慮する必要がある。本スキームでは、これらの効果を考慮できるように、 τ , ω_0 , g を以下のように計算する。

$$\tau = \tau_R + \tau_g + \tau_a + \tau_c \quad (2.5.21a)$$

$$\omega_0 = \frac{\tau_R + \omega_{0a}\tau_a + \omega_{0c}\tau_c}{\tau_R + \tau_g + \tau_a + \tau_c} \quad (2.5.21b)$$

$$g = \frac{g_a\omega_{0a}\tau_a + g_c\omega_{0c}\tau_c}{\tau_R + \omega_{0a}\tau_a + \omega_{0c}\tau_c} \quad (2.5.21c)$$

ここで、添字 R , g , a , c はそれぞれ、大气分子によるレイリー散乱、気体吸収、エアロゾルと雲によるミー散乱および吸収を表す。

大气モデルに実装する際は、各鉛直層を均質層と見なして、各層の上下境界における放射フラックスを計算する。本スキームでは、(2.5.19) 式から求めた均質層における放射フラックスからモデル各層の直達光および散乱光に対する反射率 \mathcal{R} ・透過率 \mathcal{T} を算出し、それらを用いて鉛直層間の多重反射を考慮した上向き・下向き放射フラックスを計算する。最終的に、モデル鉛直第 k 層の上部境界における上向き・下向きフラックスは以下のように表すことができる。

$$F_\nu^+ = F_0 \left\{ \left(\mathcal{T}_{\text{dn}}(\mu_0) - e^{-\tau_\nu^*/\mu_0} \right) \frac{\overline{\mathcal{R}}_{\text{up}}}{1 - \overline{\mathcal{R}}_{\text{dn}}\overline{\mathcal{R}}_{\text{up}}} + \frac{\mathcal{R}_{\text{up}}(\mu_0)}{1 - \overline{\mathcal{R}}_{\text{dn}}\overline{\mathcal{R}}_{\text{up}}} e^{-\tau_\nu^*/\mu_0} \right\} \quad (2.5.22a)$$

$$F_\nu^- = F_0 \left\{ e^{-\tau_\nu^*/\mu_0} + \frac{\mathcal{T}_{\text{dn}}(\mu_0) - e^{-\tau_\nu^*/\mu_0}}{1 - \overline{\mathcal{R}}_{\text{dn}}\overline{\mathcal{R}}_{\text{up}}} + \frac{\mathcal{R}_{\text{up}}(\mu_0)\overline{\mathcal{R}}_{\text{dn}}}{1 - \overline{\mathcal{R}}_{\text{dn}}\overline{\mathcal{R}}_{\text{up}}} e^{-\tau_\nu^*/\mu_0} \right\} \quad (2.5.22b)$$

ここで、 $\mathcal{R}_{\text{up}}(\mu_0)$ は各鉛直層より下の層の、直達光に対する反射率、 $\mathcal{T}_{\text{dn}}(\mu_0)$ は各鉛直層より上の層の、直達光に対する透過率、 $\overline{\mathcal{R}}_{\text{dn}}$, $\overline{\mathcal{R}}_{\text{up}}$ は各鉛直層より下・上の層の、散乱光に対する反射率、 $e^{-\tau_\nu^*/\mu_0}$ はモデル大气上端から第 k 層までの直達光透過率を表す。 τ_ν^* はモデル各鉛直層の光学的厚さをモデル最上層から第 k 層まで足し合わせたものである。添字 “dn” のつく量はモデル最上層から、添字 “up” のつく量はモデル最下層から順に計算することにより求められる。

波数積分について、短波放射の場合、入射する太陽のスペクトルは変わらないので、あらかじめいくつかの波長帯ごとに積分した τ を計算しておき、それを用いて上記の計算を行う。本スキームでは、Freidenreich and Ramaswamy (1999) に基づき、短波放射の波長帯を 16 バンド (紫外域 10、可視域 5、近赤外域 1 (サブバンド 7 で ESFT 法⁴)) に分割している。このうち、近赤外域の水蒸気吸収帯については Briegleb (1992) に基づく。

(3) 放射吸収気体・エアロゾルの扱い

MSM・LFM の放射過程では、GSM と同様、水蒸気、オゾン、二酸化炭素、酸素、メタン、一酸化二窒素およびフロン類 (CFC-11, CFC-12, HCFC-22) およびエアロゾルによる放射の吸収を考慮する。水蒸気について、対流圏ではモデル予測値を用いている。対流圏より上層の水蒸気については、衛星観測に基づく 2 次元月別気候値 (Randel et al. 1998) を利用している。オゾンについては、気象研究所成層圏化学輸送モデルを用いて作成された 3 次元月別濃度気候値 (村井 2009) を用いている⁵。エアロゾルの単一散乱アルベド ω_{0a} および非対称因子 g_a は WMO (1986) が定義するプロファイルに基づき、CONT-I 型 (平均的大陸型エアロゾル) と MAR-I 型 (清浄な海洋型エアロゾル) の 2 種類を、それぞれ大陸上、海洋上の典型的なプロファイルと仮定し、モデルの海陸分布に従って水平分布を決定して用いている。エアロゾルの光学的厚さ τ_a は、衛星観測 (MODIS⁶ および TOMS⁷) から作成した鉛直積算光学的厚さの月別気候値⁸ を用いて、WMO (1986) が定義するプロファイルを補正している。他の気体 (二酸化炭素、酸素、メタン、一酸化二窒素およびフロン類) は一様な気候値を用いている。

(4) 雲の光学特性

MSM・LFM の放射過程では、雲粒の有効半径から雲の光学特性をパラメタライズする。長波放射においては、水雲の質量吸収係数を Hu and Stamnes (1993)、氷雲のそれを Ebert and Curry (1992) に基づいて計算する。短波放射における雲の光学特性パラメータ (τ_c , ω_{0c} , g_c) は、水雲については Slingo (1989)、氷雲については Ebert and Curry (1992) に従い、雲水量、雲水量、雲粒有効半径 r_e の関数で表す。

r_e [μm] は水雲と氷雲の場合で異なり、氷雲における r_e は Ou and Liou (1995) および McFarquhar et al. (2003) に基づき、気温 (以下の式での単位は °C) の関

⁴ Exponential Sum Fitting of Transmission function 法 (Lacis and Hansen 1974; Wiscombe and Evans 1977)

⁵ GSM1403 で導入された成層圏上部から中間圏にかけてのオゾン濃度気候値分布の改良 (関口 2012) は未導入である。

⁶ MODERate resolution Imaging Spectroradiometer

⁷ Total Ozone Mapping Spectrometer

⁸ 気象庁地球環境・海洋部環境気象管理官により作成されたもの

数で与える。

$$r_e = -1.56 + 0.388D_e + 0.00051D_e^2 \quad (2.5.23a)$$

$$D_e = 326.3 + 12.42T + 0.197T^2 + 0.0012T^3 \quad (2.5.23b)$$

ここで、 D_e [μm] は平均雲粒有効粒径を表す。水雲については $15 \mu\text{m}$ を与えている。

(5) 雲オーバーラップ

MSM・LFMの放射過程では、鉛直層ごとに格子内を覆っている雲の割合（雲量）を診断（詳しくは第2.4節を参照）し、それが鉛直方向にどのように重なっているかをパラメタライズしている（雲オーバーラップの仮定）。

長波放射スキームでは Maximum Random Overlap(MRO; Geleyn and Hollingsworth 1979) と呼ばれる仮定を用いている。これは、鉛直方向に隣接した雲は最大限に重なり (Maximum Overlap; MO)、隣接していない雲層同士は無相関に重なる (Random Overlap; RO) というものである (Hogan and Illingworth 2000 の Fig.1 などを参照)。

短波放射スキームでは、層間の多重反射を扱っているため、より単純に計算できるように格子内を晴天域と曇天域に分割して放射伝達を計算する。曇天域の面積率（格子内全雲量; c_{total} ）は MRO の仮定を用いて決定し、曇天域内では、各鉛直層の雲量 c_k を全雲量で規格化したもの $c_k^*(=c_k/c_{\text{total}})$ を用いて、曇天域の反射率 \mathcal{R}^* と透過率 \mathcal{T}^* を計算する。

$$\mathcal{R}_k^* = c_k^* \mathcal{R}_{k,\text{cloud}} + (1 - c_k^*) \mathcal{R}_{k,\text{clear}} \quad (2.5.24a)$$

$$\mathcal{T}_k^* = c_k^* \mathcal{T}_{k,\text{cloud}} + (1 - c_k^*) \mathcal{T}_{k,\text{clear}} \quad (2.5.24b)$$

ここで X_{clear} は晴天域の、 X_{cloud} は曇天域の $X(=R, \mathcal{T})$ をそれぞれ表す。

(6) 放射計算のタイムステップ

放射過程は計算量が多いため、高速化を目的として時間方向に間引いて計算している。短波放射および長波放射スキームの計算は 15 分に 1 回計算を行っている。放射計算を実行しないタイムステップでは、地表温度や太陽天頂角に応じて放射フラックスや大気加熱率を補正している。なお、GSM では水平方向に計算格子を平滑化（東西格子を 4 格子から 1 格子に平滑化）して計算量削減を図っているのに対し、MSM・LFM ではそのような平滑化を行っていない。

2.5.3 予測精度上の課題と今後の開発

MSM および LFM の放射過程に起因した予測誤差について、地上観測および衛星観測と比較しながら説明する。

図 2.5.1 に 2018 年 7 月および 1 月の 12 時における MSM 対地上日射量誤差を示した。MSM が予測する地上日射量には、夏季に過小、冬季に過大となるような

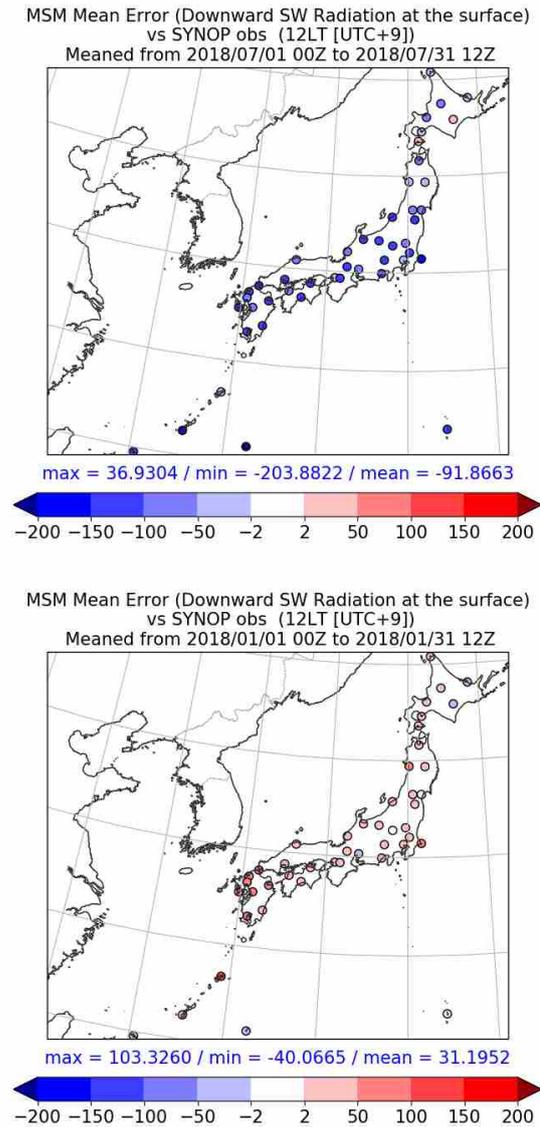


図 2.5.1 地上日射量の対地上観測平均誤差（12時）。上図は 2018 年 7 月、下図は 2018 年 1 月の 00 UTC, 12 UTC 初期値予報についての統計結果。

誤差が確認できる。これは LFM についても同じ傾向である（図省略）。また、北海道南東部を除き、ほぼ日本全域でこれらの誤差特性が確認できる。なお、GSM では夏季の日本付近は日射量が過多であることが示されている (米原 2019)。これらの違いはモデル間で雲の予測特性や雲オーバーラップの方法が異なることによると考えられる⁹。

MSM における地上日射量と雲量の関係を調べるために、放射過程で診断する晴天地上短波放射（雲がないと想定した場合の地上日射量予測値）を用いて予測

⁹ GSM の晴天放射過程には、MSM・LFM のそれにはない改良（エアロゾル直接効果の改良、水蒸気吸収パラメータの更新）が含まれているが、いずれも地上日射量を小さくする方向の変化が期待されるため、晴天放射過程の違いによる影響とは考えにくい。

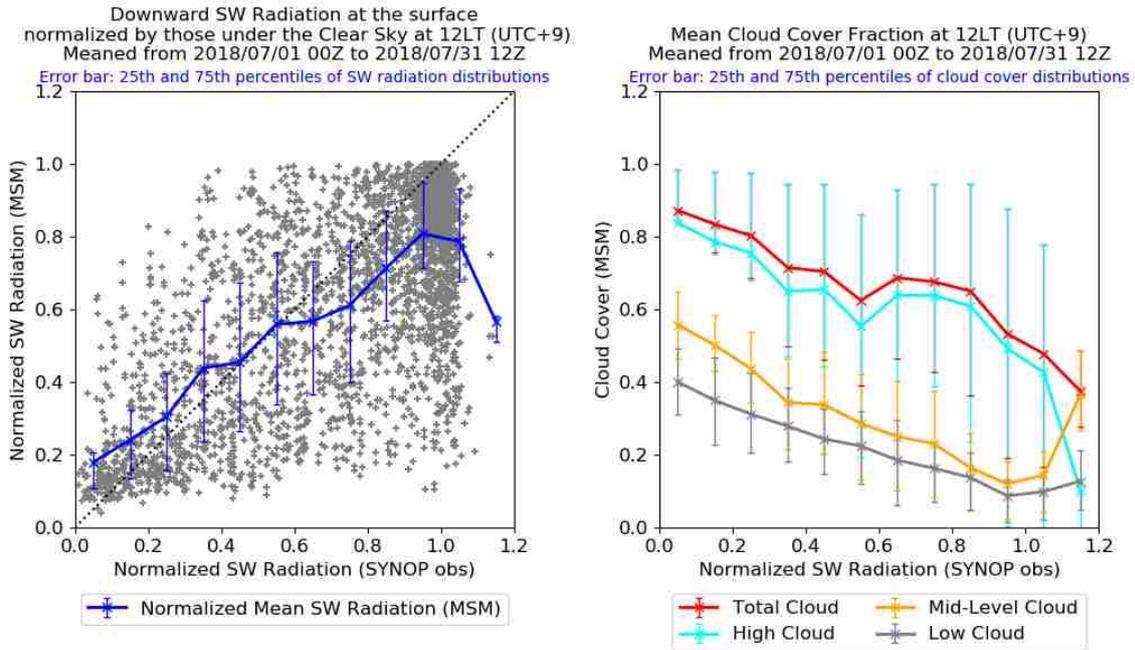


図 2.5.2 左図は、晴天地上短波放射（推定）で規格化したモデル値（縦軸）と観測値（横軸）の散布図（点）と、各ビンにおけるモデル平均短波放射量（折れ線）で、ともに 2018 年 7 月の統計結果。右図は、規格化した地上短波放射量の観測値（横軸）について各ビンにおけるモデル平均雲量（縦軸）。赤線は全雲量、水色線は上層雲量、オレンジ線は中層雲量、灰色線は下層雲量を表す。観測値のピンは 0.1 ごとに区切った。エラーバーの下端、上端はそれぞれ 25, 75 パーセントイル値を表す。統計には 00 UTC, 12 UTC 初期値予報のみ用いた。

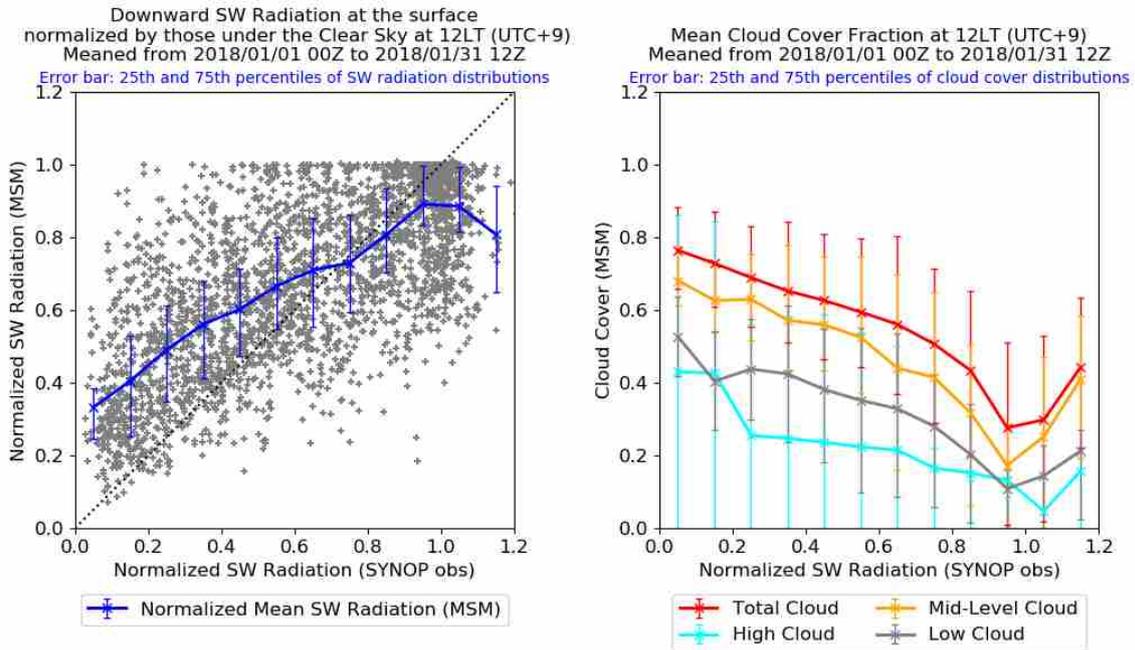


図 2.5.3 図 2.5.2 と同じ。ただし 2018 年 1 月の統計結果。

値と観測値を規格化し、散布図で表した (図 2.5.2 左)。また、上、中、下層雲量¹⁰との対応を見るために、規格

¹⁰ 上層・中層・下層に含まれる鉛直層での雲量を用い、MO を仮定して算出する。下層と中層の境界となる気圧を地上気圧 $\times 0.85$ とし、中層と上層の境界となる気圧を下層と中層の境界の気圧 $\times 0.8$ と 500 hPa の小さい方とする (地上気圧が 1000 hPa の場合、境界はそれぞれ 850 hPa と 500 hPa となる)。

化した観測値を 0.1 単位でビンに分け、各ビンごとで平均したモデル雲量も示した (図 2.5.2 右)。夏季 (2018 年 7 月) について、観測値が 1 に近いとき (実際に晴れているとき) に予測値は過小、逆に観測値が 0 に近いとき (実際に曇っているとき) に予測値は過大な傾向があることがわかる。また、観測値が 1 を超えている (モデルが予想した晴天時日射量よりも観測値が大

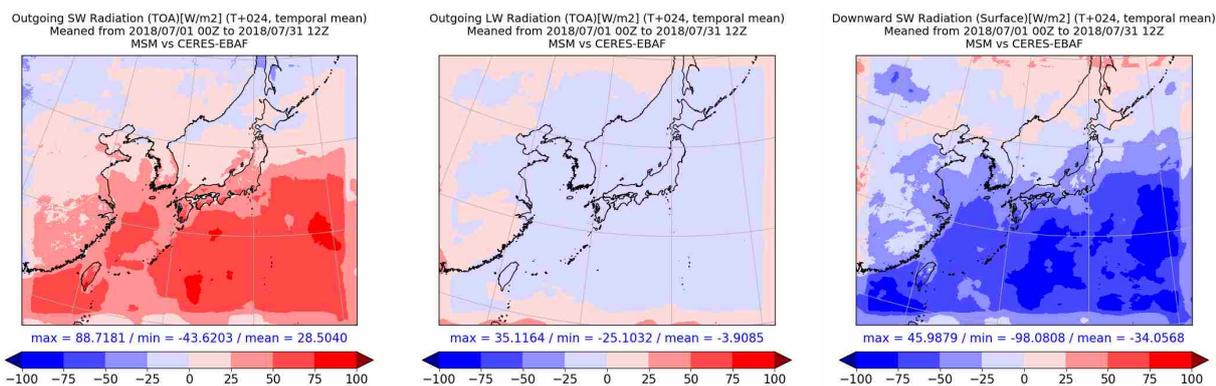


図 2.5.4 大気上端上向き短波放射（左）および長波放射（中）、地上日射量（右）の月平均（2018年7月）についての対 CERES-EBAF 誤差。単位は W/m^2 。MSM の予測値の統計には 00 UTC, 12 UTC 初期値の結果のみ用いた。

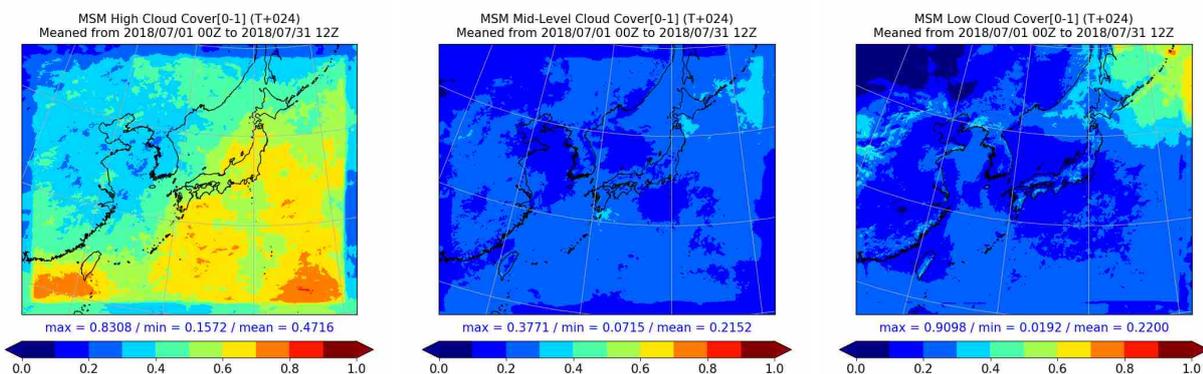


図 2.5.5 MSM による上層雲量（左）・中層雲量（中）・下層雲量（右）予測値の月平均（2018年7月）。MSM の予測値の統計には 00 UTC, 12 UTC 初期値の結果のみ用いた。

きい) 地点が複数ある。このことは、晴天放射の予測精度が不十分な場合があることを示唆している。これと合わせて上・中・下層雲量を見ると、以下のような特徴がある。

- 観測値が 1 に近いときは、中・下層雲は 2 割以下なのに対して、上層雲は 5 割以上ある。
- 観測値が 0 に近いときでも、全雲量は 9 割程度で、特に中層雲は 5 割程度で、下層雲は 5 割に満たない。

特に前者について、巻雲が多いときに日射量誤差が大きくなるという Ohtake et al. (2015) の結果とも合致する。

冬季（2018年1月）について（図 2.5.3）は、観測値が 0 に近いときに予測値は過大となっており、冬季の地上日射量過大は、予測雲量が過小であることが原因と推測する。秋元・土田 (2018) の南岸低事例調査においても、予測雲量の不足を指摘している。観測値が 1 に近いときは、予測値はわずかに過小傾向となっているが、夏季ほどの大きな誤差は確認できない。

放射フラックス誤差と予測雲量の間を面的に確認するため、MSM の月平均放射フラックスを CERES-EBAF(Loeb et al. 2018) プロダクトと比較した(図

2.5.4)。なお、紙面の都合から、夏季（2018年7月）の結果のみ紹介する。本州から太平洋にかけて、大気上端上向き長波放射が過小な領域があり、上層雲量が多い領域(図 2.5.5)と対応している。このことは、MSM が上層雲量を過大に予測していることを意味している。また、その領域では、大気上端上向き短波放射の予測も過大となっており、太陽放射が過剰に散乱されていることを示している。上層雲量が多い領域と地上日射量が過小な領域もよく対応しており、大気による短波放射の反射過多が地上日射量過小の一因と推測できる。

以上から、上層雲量の過大傾向と地上日射量の過小傾向には相関が見られ、上層雲量の表現を改善することが日射量予測精度向上の鍵と考えられる。一般に上層雲は光学的に薄いため、直接的な影響（上層雲による吸収・散乱）は小さいと考えられるが、北川ほか (2005) や Nagasawa (2012) が指摘しているように、上層雲に覆われているときに、下層雲の反射率を過大に評価している可能性がある。

今後は、第 2.4 節で指摘した雲量診断方法に関する不整合の解消や、雲物理過程改良による雲水・雲氷予測の改善などによって、過大な上層雲量の減少と地上日射量誤差の縮小を目指す予定である。また、放射過

程自体のさらなる精緻化に向けて、GSMの放射過程に実装されている最新の改良項目をMSM・LFMの放射過程にも順次取り入れていけるように開発を進める。

参考文献

- 秋元銀河, 土田尚侑, 2018: 事例調査: 南岸低気圧による降雪予測. 平成30年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 54–60.
- Arking, A. and K. Grossman, 1972: The influence of line shape and band structure on temperatures in planetary atmospheres. *J. Atmos. Sci.*, **29**, 937–949.
- Briegleb, B. P., 1992: Delta-Eddington Approximation for Solar Radiation in the NCAR Community Climate Model. *J. Geophys. Res.*, **97**, 7603–7612.
- Ebert, E. E. and J. A. Curry, 1992: A parameterization of ice cloud optical properties for climate models. *J. Geophys. Res.*, **97**, 3831–3836.
- Freidenreich, S. M. and V. Ramaswamy, 1999: A new multiple-band solar radiative parameterization for general circulation models. *J. Geophys. Res.*, **104**, 31389–31409.
- Geleyn, J.-F. and A. Hollingsworth, 1979: An economical analytical method for the computation of the interaction between scattering and line absorption of radiation. *Beitr. Phys. Atmos.*, **52**, 1–16.
- Hogan, R. J. and A. J. Illingworth, 2000: Deriving cloud overlap statistics from radar. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **126**, 2903–2909.
- 本田有機, 坂本雅巳, 2019: 全球モデル(GSM)の概要. 数値予報課報告・別冊第65号, 気象庁予報部, 136–155.
- Hu, Y. X. and K. Stamnes, 1993: An accurate parameterization of the radiative properties of water clouds suitable for use in climate models. *J. Climate*, **6**, 728–742.
- Joseph, J. H., W. J. Wiscombe, and J. A. Weinman, 1976: The delta-eddington approximation for radiative flux transfer. *J. Atmos. Sci.*, **33**, 2452–2459.
- 北川裕人, 藪将吉, 村井臣哉, 2005: 雲-放射過程. 数値予報課報告・別冊第51号, 気象庁予報部, 65–66.
- Lacis, A. A. and J. E. Hansen, 1974: A parameterization for the absorption of solar radiation in the earth's atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, **31**, 118–133.
- Li, J. and Q. Fu, 2000: Absorption approximation with scattering effect for infrared radiation. *J. Atmos. Sci.*, **57**, 2905–2914.
- Loeb, N. G., D. R. Doelling, H. Wang, W. Su, C. Nguyen, J. G. Corbett, L. Liang, C. Mitrescu, F. G. Rose, and S. Kato, 2018: Clouds and the Earth's Radiant Energy System (CERES) Energy Balanced and Filled (EBAF) Top-of-Atmosphere (TOA) Edition-4.0 Data Product. *J. Climate*, **31**, 895–918.
- McFarquhar, G. M., S. Iacobellis, and R. C. J. Somerville, 2003: SCM Simulations of Tropical Ice Clouds Using Observationally Based Parameterizations of Microphysics. *J. Climate*, **16**, 1643–1664.
- Meador, W. E. and W. R. Weaver, 1980: Two-stream approximations to radiative transfer in planetary atmospheres: A unified description of existing methods and a new improvement. *J. Atmos. Sci.*, **37**, 630–643.
- 村井臣哉, 2009: 放射. 数値予報課報告・別冊第55号, 気象庁予報部, 87–90.
- Nagasawa, R., 2012: The problem of cloud overlap in the radiation process of JMA's global NWP model. *CAS/JSC WGNE Res. Activ. Atmos. Oceanic Modell.*, **42**, 0415–0416.
- 長澤亮二, 2012: 放射過程. 数値予報課報告・別冊第58号, 気象庁予報部, 90–99.
- Ohtake, H., da J. G. Silva Fonseca, T. Takashima, T. Oozeki, K. Shimose, and Y. Yamada, 2015: Regional and seasonal characteristics of global horizontal irradiance forecasts obtained from the Japan Meteorological Agency mesoscale model. *Solar Energy*, **116**, 83–99.
- Ou, S. and K.-N. Liou, 1995: Ice microphysics and climatic temperature feedback. *Atmos. Res.*, **35**, 127–138.
- Randel, W. J., F. Wu, J. M. Russell III, A. Roche, and J. W. Waters, 1998: Seasonal cycles and QBO variations in stratospheric CH₄ and H₂O observed in UARS HALOE data. *J. Atmos. Sci.*, **55**, 163–185.
- 関口亮平, 2012: 鉛直1次元モデルによる評価(5)-放射過程における加熱率. 数値予報課報告・別冊第58号, 気象庁予報部, 175–178.
- 関口亮平, 長澤亮二, 中川雅之, 藪将吉, 2019: 放射. 数値予報課報告・別冊第65号, 気象庁予報部, 66–80.
- Slingo, A., 1989: A GCM parameterization for the shortwave radiative properties of water clouds. *J. Atmos. Sci.*, **46**, 1419–1427.
- Wiscombe, W. J. and J. W. Evans, 1977: Exponential-Sum Fitting of Radiative Transmission Functions. *J. Comput. Phys.*, **24**, 416–444.
- WMO, 1986: A preliminary cloudless standard atmosphere for radiation computation. *World Climate Programme, WCP-112, WMO/TD-No.24*, 53pp.

- Yabu, S., 2013: Development of longwave radiation scheme with consideration of scattering by clouds in JMA global model. *CAS/JSC WGNE Res. Activ. Atmos. Oceanic Modell.*, **43**, 4.07–4.08.
- 米原仁, 2014: 変更の概要. 平成 26 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 1–3.
- 米原仁, 2019: 気象庁全球モデルにおける近年の改良. 数値予報課報告・別冊 65 号, 気象庁予報部, 1–11.

2.6 境界層¹

2.6.1 はじめに

大気中には大小さまざまなスケールの渦の運動によって構成される乱流が存在し、運動量、熱、水蒸気等を輸送している。地表面に隣接した大気最下層の領域（大気境界層）において、乱流は地面が受けた日射のエネルギーを自由大気中へと運び、その運動を駆動している。乱流輸送は境界層や自由大気の構造に影響を与えている他、海面を通じた水蒸気の輸送は積雲対流の励起や台風の発達に重要な役割を果たしている。

この渦の集団の運動（乱流）は時空間スケールが小さく、現業運用される数値予報モデルでは直接解像できない。この乱流を何らかの方法でモデル化し、数値予報モデルの持つ格子平均値の情報から乱流輸送を見積もることが境界層過程の役割である。

現在気象庁のメソモデル（MSM）で境界層過程として用いている改良 Mellor-Yamada レベル 3 スキーム（MYNN3; Nakanishi and Niino 2009）は、気象庁非静力学モデル（JMA-NHM; Saito et al. 2006, 2007）が MSM として現業運用されていた 2007 年 5 月に、それまで用いられていた渦拡散モデル（熊谷・斉藤 2004）に代わって導入された（原 2006; Hara 2007a,b）。後に運用を開始した JMA-NHM に基づいた局地モデル（LFM; 永戸ほか 2012）にもこのスキームが導入された。

その後、原（2012a）等の調査により、JMA-NHM に実装されていた MYNN3（旧 MYNN3）はフラックスの振動により過大な乱流輸送を表現しやすいことが判明し、境界層過程の見直しが行われた。

LFM では、数値予報モデルの asuca（気象庁予報部 2014）への更新に伴い、計算安定性向上のための様々な改良を施した境界層過程（計算安定化版 MYNN3）を開発して asuca の物理過程² に実装し、旧 MYNN3 に見られた問題点を改善した（原 2015）。

一方、当時 JMA-NHM に基づくモデルであった MSM ではこの計算安定化版 MYNN3 を導入できず、境界層過程をより簡略化した（その代わりにフラックスの振動が発生しない）スキームであるレベル 2.5 モデル（MYNN2.5）に変更することでこの問題点に対処した（原 2015）。

2017 年 2 月には MSM の数値予報モデルも asuca に更新され、この時、計算安定化版 MYNN3 を用いた方が MYNN2.5³ を用いるよりも降水、気温予測等の精度が改善することが確認されたため、境界層過程を LFM と同じ計算安定化版 MYNN3 に変更した（原 2017）。図 2.6.1 に、現在の MSM において計算安定化版 MYNN3

と MYNN2.5 を用いた場合の冬期間の気温、ジオポテンシャル高度の対ゾンデ RMSE の差を示す。MYNN3 を用いた結果では対流圏下層の気温が平均的に上昇する傾向が見られ、MSM の持つ低温バイアスを打ち消す形で気温の対ゾンデ誤差は小さくなる。また大気の成層状態の変化を通じて上層の高度場にも影響を与え、バイアスを打ち消す形でジオポテンシャル高度の誤差を縮小する⁴。このように MSM において、計算安定化版 MYNN3 を用いた結果では、MYNN2.5 を用いた結果よりも統計的なスコアが改善する。

LES (Large Eddy Simulation)⁵ 等と比較した計算安定化版 MYNN3 の基本的な性能や課題については原（2012a,b,c）で詳しく調べられているためこちらを参照いただきたい。また渦拡散モデルと比較した旧 MYNN3 の性能については原・永戸（2008）を、旧 MYNN3 と比較した計算安定化版 MYNN3 の性能については原（2015）を参照いただきたい。

本節では現在 MSM で境界層過程に用いている計算安定化版 MYNN3 の独自実装について、旧 MYNN3 との違いを示しつつ、その概要を説明する。

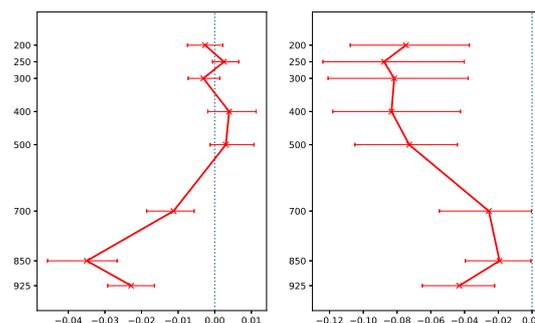


図 2.6.1 冬期間 66 日の 00, 12 UTC 初期値の予報について検証した MSM の FT=12 の対ゾンデ誤差の差 (MYNN3-MYNN2.5)。縦軸は高度 [hPa]。左図、右図はそれぞれ気温 [K]、ジオポテンシャル高度 [m] の RMSE の差を表す。またエラーバーはブートストラップ法で推定した 95% 信頼区間を表す。

2.6.2 乱流フラックス

物理量 ϕ を

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (2.6.1)$$

のように格子平均値 $\bar{\phi}$ と乱流による格子平均値からの変動 ϕ' の和で表した場合、乱流輸送による ϕ の格子平均値の時間変化率は

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \overline{w'\phi'} \quad (2.6.2)$$

⁴ その他に地上気温、地上比湿の誤差等も減少する。また夏期間についても同様である。

⁵ 高解像度で実行する乱流を扱う数値シミュレーション手法の一種。乱流を構成する渦のうち、比較的スケールの大きい渦については格子平均で直接解像し、それよりも小さいスケールの渦はサブグリッド効果としてパラメタライズする。境界層過程のリファレンスとして用いられることが多い。

¹ 西本 秀祐

² 物理過程ライブラリ（原 2012d）のこと。

³ JMA-NHM に実装されていたものと詳細な仕様は異なるが、MYNN2.5 は物理過程ライブラリにも実装されており、asuca でも利用することができる。

のように表すことができる。ただし、 w は鉛直風速である。右辺の $\overline{w'\phi'}$ が乱流による輸送量（乱流フラックス）であり、変動成分の2次のモーメント⁶の形で表される。

MYNN3 は $\overline{w'\phi'}$ のような2次モーメントの時間発展を陽に計算する RANS⁷ モデルの一種である。MYNN3 の予測した2次モーメントを用いて (2.6.2) 式を計算することにより、乱流輸送による格子平均値の時間変化率を計算することができる。

2.6.3 MYNN3 の方程式

MYNN3 は4つの2次モーメント q^2 , $\overline{\theta_1'^2}$, $\overline{q_w'^2}$, $\overline{\theta_1'q_w'}$ の予報方程式と、乱流輸送計算に必要な4つの2次モーメント $\overline{w'\theta_1'}$, $\overline{w'q_w'}$, $\overline{u'w'}$, $\overline{v'w'}$ の診断式から構成される。ただし u, v は水平風速を表す。 q^2 は乱流エネルギーの2倍を表す量で $q^2 = \overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}$ と表される。また θ_1, q_w は熱、水蒸気の乱流輸送を計算するために扱っている液水温位、総水混合比と呼ばれる変数でそれぞれ次の式で表される。

$$\theta_1 = \theta - \frac{L_v}{C_p T} \theta_c - \frac{L_s}{C_p T} q_i \quad (2.6.3)$$

$$q_w = q_v + q_c + q_i = q_v + q_l \quad (q_l = q_c + q_i) \quad (2.6.4)$$

ただし、 L_v, L_s は蒸発、昇華に伴う潜熱、 C_p は定圧比熱、 T は絶対温度、 q_v, q_c, q_i は水蒸気、雲水、雲氷の混合比である。

乱流フラックス $\overline{w'\theta_1'}$, $\overline{w'q_w'}$, $\overline{u'w'}$, $\overline{v'w'}$ は $\overline{u}, \overline{v}, \overline{\theta_1}, \overline{q_w}$ 等の1次モーメント（以後、平均量と呼ぶ）と MYNN3 の予報変数である q^2 , $\overline{\theta_1'^2}$, $\overline{q_w'^2}$, $\overline{\theta_1'q_w'}$ から診断される。従って MYNN3 では予報方程式を積分して q^2 , $\overline{\theta_1'^2}$, $\overline{q_w'^2}$, $\overline{\theta_1'q_w'}$ の時間発展を計算しつつ、診断式から最終的な出力である乱流フラックスを計算している。

(1) 2次モーメントの予報方程式

q^2 , $\overline{\theta_1'^2}$, $\overline{q_w'^2}$, $\overline{\theta_1'q_w'}$ の予報方程式はそれぞれ次のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial q^2}{\partial t} = & \underbrace{-\overline{u} \frac{\partial q^2}{\partial x} - \overline{v} \frac{\partial q^2}{\partial y} - \overline{w} \frac{\partial q^2}{\partial z}}_{\text{I}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \left(K_q \frac{\partial q^2}{\partial z} \right)}_{\text{II}} \\ & - \underbrace{\frac{2q}{B_1 \ell} q^2}_{\text{III}} - 2 \underbrace{\left(\overline{u'w'} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} + \overline{v'w'} \frac{\partial \overline{v}}{\partial z} \right)}_{\text{IV}} + 2 \underbrace{\frac{g}{\Theta_0} \overline{w'q_w'}}_{\text{IV}} \end{aligned} \quad (2.6.5)$$

⁶ 変動量の n 個の積の期待値（相関）を n 次のモーメントと呼ぶ。ただし、1次のモーメントは平均量のことを指すものとする。

⁷ 乱流を定量的に取り扱うための手法の一種。Navier-Stokes 方程式から $\overline{\phi}, \overline{w'\phi'}$ 等のモーメントの時間発展を記述する方程式を導出し、その方程式を解くことによりモーメントの時間発展を予測する。導出した方程式系には必ず未知の項が現れて方程式は閉じないため、クロージャー関係を仮定してパラメタライズする必要がある。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\theta_1'^2}}{\partial t} = & \underbrace{-\overline{u} \frac{\partial \overline{\theta_1'^2}}{\partial x} - \overline{v} \frac{\partial \overline{\theta_1'^2}}{\partial y} - \overline{w} \frac{\partial \overline{\theta_1'^2}}{\partial z}}_{\text{I}} \\ & + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \left(K_{\theta_1} \frac{\partial \overline{\theta_1'^2}}{\partial z} \right)}_{\text{II}} - \underbrace{\frac{2q}{B_2 \ell} \overline{\theta_1'^2}}_{\text{III}} - \underbrace{2\overline{w'\theta_1'}}_{\text{IV}} \frac{\partial \overline{\theta_1}}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.6.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{q_w'^2}}{\partial t} = & \underbrace{-\overline{u} \frac{\partial \overline{q_w'^2}}{\partial x} - \overline{v} \frac{\partial \overline{q_w'^2}}{\partial y} - \overline{w} \frac{\partial \overline{q_w'^2}}{\partial z}}_{\text{I}} \\ & + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \left(K_{q_w} \frac{\partial \overline{q_w'^2}}{\partial z} \right)}_{\text{II}} - \underbrace{\frac{2q}{B_2 \ell} \overline{q_w'^2}}_{\text{III}} - \underbrace{2\overline{w'q_w'}}_{\text{IV}} \frac{\partial \overline{q_w}}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.6.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\theta_1'q_w'}}{\partial t} = & \underbrace{-\overline{u} \frac{\partial \overline{\theta_1'q_w'}}{\partial x} - \overline{v} \frac{\partial \overline{\theta_1'q_w'}}{\partial y} - \overline{w} \frac{\partial \overline{\theta_1'q_w'}}{\partial z}}_{\text{I}} \\ & + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \left(K_{\theta q} \frac{\partial \overline{\theta_1'q_w'}}{\partial z} \right)}_{\text{II}} - \underbrace{\frac{2q}{B_2 \ell} \overline{\theta_1'q_w'}}_{\text{III}} - \underbrace{\left(\overline{w'\theta_1'} \frac{\partial \overline{q_w}}{\partial z} + \overline{w'q_w'} \frac{\partial \overline{\theta_1}}{\partial z} \right)}_{\text{IV}} \end{aligned} \quad (2.6.8)$$

ただし、 g は重力加速度、 Θ_0 は温位の参照値、 q は予報変数 q^2 の平方根である。また B_1, B_2 はクロージャー定数と呼ばれる定数である。 ℓ は乱流中の渦の代表的な長さスケールを表す Master Length と呼ばれる量で、高度や q の分布、地表面、大気の安定度等から診断的に計算している。 $K_q, K_{\theta_1}, K_{q_w}, K_{\theta q}$ は、後述する運動量についての安定度関数 $S_{M2.5}$ を用いて

$$K_q = 3q\ell S_{M2.5}, \quad K_{\theta_1} = K_{q_w} = K_{\theta q} = q\ell S_{M2.5} \quad (2.6.9)$$

のように与えている。(2.6.5) 式に現れる $\overline{w'\theta_1'}$ は、鉛直速度と仮温位の相関を表す2次モーメントである。 θ_v を含んだ2次モーメントの計算では、Mellor and Yamada (1982) に基づき、液水温位、総水混合比のゆらぎ (θ_1', q_w') によって、格子内で部分的に凝結が起こる効果（第2.4.2項参照）を考慮している。 $\overline{w'\theta_1'}$ は次の式で表される。

$$\overline{w'\theta_1'} = \beta_\theta \overline{w'\theta_1} + \beta_q \overline{w'q_w'} \quad (2.6.10)$$

β_θ, β_q は $\overline{\theta_1}, \overline{q_w}$ や $\overline{q_l}$ （格子内の部分的な凝結を考慮した雲水、雲氷の混合比）等の関数である。

(2.6.5)~(2.6.8) 式に下線で示したように、各予報方程式の右辺は

- I 移流項（平均流による3次元移流を表す項）
- II 拡散項（鉛直方向の拡散を表す項）
- III 散逸項（シンクの役割を果たす項）
- IV 生成項（ソースまたはシンクの役割を果たす項）

と呼ばれる項から構成される。これら4つの予報方程式を時間積分することによって q^2 , $\overline{\theta_1'^2}$, $\overline{q_w'^2}$, $\overline{\theta_1'q_w'}$ の時間発展を計算している。

(2) 乱流フラックスの診断式

乱流フラックス $\overline{u'w'}$, $\overline{v'w'}$, $\overline{w'\theta'_1}$, $\overline{w'q'_w}$ は次のように診断的に計算される。

$$\overline{u'w'} = \frac{-q\ell S_{M2.5} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}}{(A)} - \frac{q\ell \Gamma_u}{(B)} \quad (2.6.11)$$

$$\overline{v'w'} = \frac{-q\ell S_{M2.5} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}}{(A)} - \frac{q\ell \Gamma_v}{(B)} \quad (2.6.12)$$

$$\overline{w'\theta'_1} = \frac{-q\ell S_{H2.5} \frac{\partial \bar{\theta}_1}{\partial z}}{(A)} - \frac{q\ell \Gamma_\theta}{(B)} \quad (2.6.13)$$

$$\overline{w'q'_w} = \frac{-q\ell S_{H2.5} \frac{\partial \bar{q}_w}{\partial z}}{(A)} - \frac{q\ell \Gamma_q}{(B)} \quad (2.6.14)$$

式中で (A) と記した項は MYNN2.5 において求まるフラックスを表し、(B) と記した項は MYNN2.5 から MYNN3 に変わった際に加わるフラックスの補正を表す。 $S_{M2.5}$, $S_{H2.5}$ は平均量と q^2 の関数であり安定度関数と呼ばれる。

$S_{M2.5}$, $S_{H2.5}$ は常に正の値を取り (Helfand and Labraga 1988)、 q , ℓ も正の値を取る変数である。そのため (A) 項の符号は平均量の勾配と常に逆符号になり、平均量を、その値が大きい高度から小さい高度に向かって輸送するフラックス (勾配輸送) を表現する。この項は勾配項と呼ばれる。勾配項による平均量の時間変化率を表す式は

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(q\ell S_{M2.5} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \quad (2.6.15)$$

のように平均量についての拡散方程式の形で表される。

(B) 項において $\Gamma_u, \Gamma_v, \Gamma_\theta, \Gamma_q$ はそれぞれ

$$\Gamma_u = -E_M \left(\frac{\ell}{q^2} \frac{g}{\Theta_0} \right)^2 \left(\overline{\theta_v'^2} - \overline{\theta_{v2.5}'^2} \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (2.6.16)$$

$$\Gamma_v = -E_M \left(\frac{\ell}{q^2} \frac{g}{\Theta_0} \right)^2 \left(\overline{\theta_v'^2} - \overline{\theta_{v2.5}'^2} \right) \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \quad (2.6.17)$$

$$\Gamma_\theta = -E_H \frac{1}{q^2} \frac{g}{\Theta_0} \left(\overline{\theta'_v} - \overline{\theta'_{v2.5}} \right) \quad (2.6.18)$$

$$\Gamma_q = -E_H \frac{1}{q^2} \frac{g}{\Theta_0} \left(\overline{q'_w} - \overline{q'_{w2.5}} \right) \quad (2.6.19)$$

のように表される。 E_M, E_H は $S_{M2.5}, S_{H2.5}$ と同様、平均量と q^2 の関数であり、これらも常に正の値を取る⁸。

⁸ Nakanishi and Niino (2009) の (47), (48) 式において、 D' は正の値を取ることが保証されている (Helfand and Labraga 1988)。これより $E_M > 0$ は簡単に示すことができる。また G_H の定義式 (40) に現れる q^2 には Helfand and Labraga (1988) によって下限値が定められており G_H には上限値が存在する。このことを考慮することにより $E_H > 0$ も示すことができる。なおこの証明は気象研究所の北村祐二氏よりご教授頂いた。

$\overline{\theta_v'^2}, \overline{\theta'_v}, \overline{q'_w}$ はそれぞれ

$$\overline{\theta_v'^2} = \beta_\theta^2 \overline{\theta_1'^2} + 2\beta_\theta \beta_q \overline{\theta_1' q'_w} + \beta_q^2 \overline{q_w'^2} \quad (2.6.20)$$

$$\overline{\theta'_v} = \beta_\theta \overline{\theta_1'} + \beta_q \overline{\theta_1' q'_w} \quad (2.6.21)$$

$$\overline{q'_w} = \beta_\theta \overline{\theta_1' q'_w} + \beta_q \overline{q_w'^2} \quad (2.6.22)$$

と表される。

$\overline{\theta_{v2.5}'^2}, \overline{\theta'_{v2.5}}, \overline{q'_{w2.5}}$ は MYNN2.5 において求まる $\overline{\theta_v'^2}, \overline{\theta'_v}, \overline{q'_w}$ の値を表す。MYNN2.5 では $\overline{\theta_1'^2}, \overline{q_w'^2}, \overline{\theta_1' q'_w}$ の値 ($\overline{\theta_1'^2}_{2.5}, \overline{q_w'^2}_{2.5}, \overline{\theta_1' q'_w}_{2.5}$) は平均量と q^2 から診断的に計算される。 $\overline{\theta_{v2.5}'^2}, \overline{\theta'_{v2.5}}, \overline{q'_{w2.5}}$ は $\overline{\theta_1'^2}_{2.5}, \overline{q_w'^2}_{2.5}, \overline{\theta_1' q'_w}_{2.5}$ を用いて (2.6.20)~(2.6.22) 式と同様の計算を行うことにより求めることができる。

$\Gamma_u, \Gamma_v, \Gamma_\theta, \Gamma_q$ の符号は $\left(\overline{\theta_v'^2} - \overline{\theta_{v2.5}'^2} \right)$ 等の符号、つまり MYNN3 で予報した 2 次モーメントと MYNN2.5 で診断した 2 次モーメントの大小関係に依存している。従って、(A) 項とは異なり、(B) 項は勾配輸送を表現する場合もあれば、その逆向きの輸送を表現する場合もある。この項は逆勾配項と呼ばれる。

2.6.4 計算安定化版 MYNN3 の独自実装

(1) 予報方程式の時間離散化

この項では 2 次モーメントの予報方程式 (2.6.5)~(2.6.8) を、MSM 内で実際にどのように計算しているのかを説明する。

移流項とそれ以外の項の分離

2 次モーメントの予報方程式には平均流による 3 次元の移流を計算する項 (移流項) が存在する。しかし境界層過程を含めた MSM の物理過程は全て鉛直 1 次元で実装されており (原 2012d)、水平方向に隣り合う格子の情報が必要となる水平移流は、仕様の都合上、境界層過程内で計算することはできない。そのため移流項以外による 2 次モーメントの時間変化率は境界層過程内で計算し、移流項による時間変化率は力学過程で計算するという方法を取っている。MSM の時間積分のループ内において、境界層過程の計算は力学過程の計算よりも前に行われる (原 2014)。そのため 2 次モーメントの最終的な時間変化は、境界層過程で移流項以外による時間変化率 (仮の時間変化率) を計算し、力学過程でこの時間変化率を加えながら移流を計算することによって求めている。

$\overline{\theta_1'^2}, \overline{q_w'^2}, \overline{\theta_1' q'_w}$ の時間発展の計算

移流項を除いた項による時間発展の計算では、積分を安定に行うためインプリシットに時間離散化を行っており、(2.6.5)~(2.6.8) 式の右辺に現れる予報変数には未来値を用いている。

各予報方程式において、拡散項、散逸項は予報変数に比例する。また生成項においても、フラックス $\overline{w'\theta'_1}, \overline{w'q'_w}$ が

$$\begin{aligned}\overline{w'\theta'_1} &= -q\ell S_{M2.5} \frac{\partial \overline{\theta}_1}{\partial z} - q\ell \Gamma_\theta \\ \left(\Gamma_\theta &= -E_H \frac{1}{q^2} \frac{g}{\Theta_0} \left\{ \beta_\theta \left(\overline{\theta_1'^2} - \overline{\theta_1'^2}_{2.5} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \beta_q \left(\overline{\theta_1'q'_w} - \overline{\theta_1'q'_{w2.5}} \right) \right\} \right) \\ \overline{w'q'_w} &= -q\ell S_{M2.5} \frac{\partial \overline{\theta}_1}{\partial z} - q\ell \Gamma_q \\ \left(\Gamma_q &= -E_H \frac{1}{q^2} \frac{g}{\Theta_0} \left\{ \beta_\theta \left(\overline{\theta_1'q'_w} - \overline{\theta_1'q'_{w2.5}} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \beta_q \left(\overline{q'^2} - \overline{q'^2}_{2.5} \right) \right\} \right)\end{aligned}$$

と表されることから、予報変数 $\overline{\theta_1'^2}, \overline{q'^2}, \overline{\theta_1'q'_w}$ に比例する項が存在する。従って (2.6.6)~(2.6.8) 式は次の形で書き表すことができる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \overline{\theta_1'^2} \\ \overline{q'^2} \\ \overline{\theta_1'q'_w} \end{pmatrix} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial}{\partial z} \right) \begin{pmatrix} \overline{\theta_1'^2} \\ \overline{q'^2} \\ \overline{\theta_1'q'_w} \end{pmatrix} - \frac{2q}{B_2\ell} \begin{pmatrix} \overline{\theta_1'^2} \\ \overline{q'^2} \\ \overline{\theta_1'q'_w} \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} T_\theta & 0 & p^{tc} \\ 0 & Q_q & p^{qc} \\ p^{ct} & p^{cq} & C_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{\theta_1'^2} \\ \overline{q'^2} \\ \overline{\theta_1'q'_w} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_\theta \\ R_q \\ R_c \end{pmatrix} \quad (2.6.23)\end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned}K &= K_{\theta_1} = K_{q_w} = K_{\theta_q} = q\ell S_{M2.5} \\ T_\theta &= -E_H \frac{2\ell}{q} \frac{g}{\Theta_0} \beta_\theta \frac{\partial \overline{\theta}_1}{\partial z} \\ Q_q &= -E_H \frac{2\ell}{q} \frac{g}{\Theta_0} \beta_q \frac{\partial \overline{q_w}}{\partial z} \\ C_c &= -E_H \frac{2\ell}{q} \frac{g}{\Theta_0} \left(\beta_\theta \frac{\partial \overline{\theta}_1}{\partial z} + \beta_q \frac{\partial \overline{q_w}}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} (T_\theta + Q_q) \\ p^{tc} &= -E_H \frac{2\ell}{q} \frac{g}{\Theta_0} \beta_q \frac{\partial \overline{\theta}_1}{\partial z} \\ p^{qc} &= -E_H \frac{2\ell}{q} \frac{g}{\Theta_0} \beta_\theta \frac{\partial \overline{q_w}}{\partial z} \\ p^{ct} &= \frac{1}{2} p^{qc} \\ p^{cq} &= \frac{1}{2} p^{tc} \\ R_\theta &= 2q\ell S_{H2.5} \left(\frac{\partial \overline{\theta}_1}{\partial z} \right)^2 + E_H \frac{2\ell}{q} \frac{g}{\Theta_0} \frac{\partial \overline{\theta}_1}{\partial z} \overline{\theta_1'\theta'_{v2.5}} \\ R_q &= 2q\ell S_{H2.5} \left(\frac{\partial \overline{q_w}}{\partial z} \right)^2 + E_H \frac{2\ell}{q} \frac{g}{\Theta_0} \frac{\partial \overline{q_w}}{\partial z} \overline{q'_w\theta'_{v2.5}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R_c &= 2q\ell S_{H2.5} \frac{\partial \overline{\theta}_1}{\partial z} \frac{\partial \overline{q_w}}{\partial z} \\ &+ E_H \frac{\ell}{q} \frac{g}{\Theta_0} \left(\frac{\partial \overline{q_w}}{\partial z} \overline{\theta_1'\theta'_{v2.5}} + \frac{\partial \overline{\theta}_1}{\partial z} \overline{q'_w\theta'_{v2.5}} \right)\end{aligned}$$

である。各予報方程式には、自分自身に比例する項に加えて、逆勾配項を通じて自分以外の予報変数に比例する項が存在する（例えば $\overline{\theta_1'^2}$ の予報方程式の右辺には $\overline{\theta_1'q'_w}$ に比例する項が存在する）。 $p^{tc}, p^{qc}, p^{ct}, p^{cq}$ はこのような異なる予報変数同士の相関を表している。

旧 MYNN3 では、(2.6.23) 式は右辺第1項、第2項の $\overline{\theta_1'^2}, \overline{q'^2}, \overline{\theta_1'q'_w}$ として未来値を用いてインプリシットに時間離散化し、相関項を含む右辺第3項は現在値を用いてエクスプリシットに離散化していた。このような離散化のもとでは、 $\overline{\theta_1'^2}, \overline{q'^2}, \overline{\theta_1'q'_w}$ の時間変化率を求める方程式はそれぞれ3重対角行列によって表される連立方程式になり、前進消去、後退代入による簡単な行列計算によって時間変化率を計算することができる。

一方で、この時間離散化方法では2次モーメントの振動が発生して安定に計算を行えない場合があった(原2012a)。そのため計算安定化版 MYNN3 ではより計算安定性を重視し

$$\begin{aligned}\frac{1}{\Delta t} \begin{pmatrix} \overline{\theta_1'^2}^* - \overline{\theta_1'^2} \\ \overline{q'^2}^* - \overline{q'^2} \\ \overline{\theta_1'q'_w}^* - \overline{\theta_1'q'_w} \end{pmatrix} \\ = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial}{\partial z} \right) \begin{pmatrix} \overline{\theta_1'^2}^* \\ \overline{q'^2}^* \\ \overline{\theta_1'q'_w}^* \end{pmatrix} - \frac{2q}{B_2\ell} \begin{pmatrix} \overline{\theta_1'^2}^* \\ \overline{q'^2}^* \\ \overline{\theta_1'q'_w}^* \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} T_\theta & 0 & p^{tc} \\ 0 & Q_q & p^{qc} \\ p^{ct} & p^{cq} & C_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{\theta_1'^2}^* \\ \overline{q'^2}^* \\ \overline{\theta_1'q'_w}^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_\theta \\ R_q \\ R_c \end{pmatrix} \quad (2.6.24)\end{aligned}$$

のように (2.6.23) 式の右辺第3項についてもインプリシットに時間離散化を行っている。ただし、上付き添字*の付いた量は未来値を表している。

(2.6.24) 式の右辺には q^{2*} に比例する項は存在しないため、 q^{2*} についての方程式と $\overline{\theta_1'^2}^*, \overline{q'^2}^*, \overline{\theta_1'q'_w}^*$ についての方程式は独立に解くことができる。一方で、相関項をインプリシットに扱ったため、 $\overline{\theta_1'^2}^*, \overline{q'^2}^*, \overline{\theta_1'q'_w}^*$ についての方程式はそれぞれ独立に解くことができず、3つの2次モーメントの方程式を連立して解く必要がある。(2.6.24) 式において拡散項を空間離散化することにより、 $\overline{\theta_1'^2}^*, \overline{q'^2}^*, \overline{\theta_1'q'_w}^*$ を求める方程式は最終的に次のようになる。

$$\begin{pmatrix}
\begin{array}{ccc|cc}
b_1^t & c_1^t & & & \\
a_2^t & b_2^t & c_2^t & & \\
& a_3^t & b_3^t & c_3^t & \\
& & \ddots & & \\
& & & a_n^t & b_n^t
\end{array} & & p_1^{tc} & & \\
& & & p_2^{tc} & \\
& & & & \ddots \\
& & & & & p_n^{tc} \\
\hline
& & b_1^q & c_1^q & & p_1^{qc} \\
& & a_2^q & b_2^q & c_2^q & p_2^{qc} \\
& & & a_3^q & b_3^q & c_3^q \\
& & & & \ddots & \\
& & & & & a_n^q & b_n^q & p_n^{qc} \\
\hline
p_1^{ct} & & & & & b_1^c & c_1^c & \\
& p_2^{ct} & & & & a_2^c & b_2^c & c_2^c \\
& & \ddots & & & & a_3^c & b_3^c & c_3^c \\
& & & \ddots & & & & \ddots & \\
& & & & p_n^{ct} & & & a_n^c & b_n^c
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
\frac{\overline{\theta_1^2}^*}{\overline{\theta_1^2}^*} \\
\frac{\overline{\theta_1^2}^*}{\overline{\theta_1^2}^*} \\
\vdots \\
\vdots \\
\frac{\overline{\theta_1^2}^*}{\overline{\theta_1^2}^*} \\
\frac{q_{w1}^2}{q_{w1}^2} \\
\frac{q_{w2}^2}{q_{w2}^2} \\
\vdots \\
\vdots \\
\frac{q_{wn}^2}{q_{wn}^2} \\
\frac{\theta_1' q_{w1}'}{\theta_1' q_{w1}'} \\
\frac{\theta_1' q_{w2}'}{\theta_1' q_{w2}'} \\
\vdots \\
\vdots \\
\frac{\theta_1' q_{wn}'}{\theta_1' q_{wn}'}
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
q_1^t \\
q_2^t \\
\vdots \\
\vdots \\
q_n^t \\
q_1^q \\
q_2^q \\
\vdots \\
\vdots \\
q_n^q \\
q_1^c \\
q_2^c \\
\vdots \\
\vdots \\
q_n^c
\end{pmatrix}
\tag{2.6.25}$$

ただし、下付き添字 $(1, 2, \dots, n)$ は鉛直層番号を表す (n は鉛直層数)。また

$$a_k^t = a_k^q = a_k^c = -\frac{K_{k-\frac{1}{2}}}{\Delta z_k \Delta z_{k-\frac{1}{2}}} \Delta t$$

$$c_k^t = c_k^q = c_k^c = -\frac{K_{k+\frac{1}{2}}}{\Delta z_k \Delta z_{k+\frac{1}{2}}} \Delta t$$

$$b_k^t = 1 - a_k^t - c_k^t + \left(\frac{2q}{B_2 \ell} - T_\theta \right) \Delta t$$

$$b_k^q = 1 - a_k^q - c_k^q + \left(\frac{2q}{B_2 \ell} - Q_q \right) \Delta t$$

$$b_k^c = 1 - a_k^c - c_k^c + \left(\frac{2q}{B_2 \ell} - C_c \right) \Delta t$$

$$q^t = \overline{\theta_1^2} + R_\theta \Delta t$$

$$q^q = \overline{q_w^2} + R_q \Delta t$$

$$q^c = \overline{\theta_1' q_w'} + R_c \Delta t$$

であり、 Δz は鉛直層間隔を表す。(2.6.25) 式を解く際に現れる行列は $3n \times 3n$ の巨大な帯状行列であり、相関項が存在するため 3 重対角行列にはならない。直接法による計算では計算量が $O(n^3)$ に比例し、非常に計算コストが大きいため、反復法によって解を計算している⁹。反復法には様々な手法を試して最も計算効率の良かった、前処理に 2 階の ILU 分解を用いた双共役傾斜安定化法 (Bi-CGSTAB 法)¹⁰ を採用している。ま

⁹ また非対称行列であるため、非対称行列も含めて計算可能な方法を用いる必要がある。

¹⁰ Saad (2003) 等を参照。

た Bi-CGSTAB 法で指定の反復回数内に解が十分に収束しなかった場合には直接法である LU 分解法によって解を計算している。

(2.6.24) 式のような時間離散化を採用することによって 2 次モーメントの計算安定性は大幅に向上した。その効果については原 (2012a) の図 3.3.4、図 3.3.5 を参照いただきたい。

q^2 の時間発展の計算

q^2 の予報方程式においても、(2.6.5) 式の右辺に現れる予報変数には未来値を用いている。生成項において、フラックス $\overline{u'w'}$, $\overline{v'w'}$, $\overline{w'\theta_v'}$ には $\overline{\theta_1^2}$, $\overline{q_w^2}$, $\overline{\theta_1' q_w'}$ に比例する項が存在するため、これらの計算には $\overline{\theta_1^2}$, $\overline{q_w^2}$, $\overline{\theta_1' q_w'}$ の未来値を用いる。前述の通り (2.6.24) 式は q^2 の予報方程式とは独立に解くことができるため、先に (2.6.24) 式を解いて未来値 $\overline{\theta_1^2}^*$, $\overline{q_w^2}^*$, $\overline{\theta_1' q_w'}^*$ を計算しておけば、この未来値を用いて q^2 の予報方程式を解くことができる。時間離散化を行った q^2 の予報方程式は

$$\frac{q^{2*} - q^2}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_q \frac{\partial q^{2*}}{\partial z} \right) - \frac{2q}{B_1 \ell} q^{2*} + P_k \tag{2.6.26}$$

のように表される。ただし、

$$\begin{aligned}
P_k &= 2q^2 \frac{q}{\ell} (S_{M2.5} G_M + S_{H2.5} G_H) \\
&\quad + \frac{2\ell}{q} \left(\frac{g}{\Theta_0} \right)^2 (E_M G_M + E_H) \left(\overline{\theta_v^2}^* - \overline{\theta_v^2}_{2.5} \right) \\
G_M &= \frac{\ell^2}{q^2} \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)^2 \right\}
\end{aligned}$$

$$G_H = -\frac{\ell^2}{q^2} \frac{g}{\Theta_0} \left\{ \beta_\theta \frac{\partial \bar{\theta}_1}{\partial z} + \beta_q \frac{\partial \bar{q}_w}{\partial z} \right\}$$

$$\bar{\theta}_v^{*2} = \beta_\theta^2 \bar{\theta}_1^{*2} + 2\beta_\theta \beta_q \bar{\theta}_1 \bar{q}'_w + \beta_q^2 \bar{q}_w^{*2}$$

である。この方程式の拡散項を空間離散化して q^2_k ($k = 1, 2, \dots, n$) についての方程式を導くと、式中に現れる行列は $n \times n$ の 3 重対角行列となる。従って前進消去、後退代入によって解を求めることができる。

(2) 逆勾配項の補正による計算安定性の確保

前述のように、2 次モーメント予報方程式では右辺の予報変数に比例する項を全てインプリシットに時間離散化しており、2 次モーメントの計算安定性を確保している。しかし特定の条件下では、生成項中の逆勾配項に起因する項によって $\bar{\theta}_1^{*2}, \bar{q}_w^{*2}, \bar{\theta}_1 \bar{q}'_w$ が指数関数的な成長を起し、時間離散化の方法に関わらず計算が不安定になる場合がある。そこで、指数関数的な成長が予想される場合には、1 より小さいファクターを逆勾配項にかけることによって逆勾配項による急激な 2 次モーメントの成長を抑えている。

(2.6.24) 式において R_θ, R_q, R_c および相関項を除いた項による $\bar{\theta}_1^{*2}, \bar{q}_w^{*2}, \bar{\theta}_1 \bar{q}'_w$ の時間変化を考える。 $R_\theta, R_q, R_c, p^{tc}, p^{qc}, p^{ct}, p^{cq}$ を 0 とし、簡単のため拡散係数、散逸項の比例係数が定数であると仮定して (2.6.24) 式を z 方向にフーリエ変換すると $\bar{\theta}_1^{*2}, \bar{q}_w^{*2}, \bar{\theta}_1 \bar{q}'_w$ についての方程式は

$$\widetilde{\theta}_1^{*2} = \left\{ 1 + \left(Km^2 + \frac{2q}{B_2 \ell} - T_\theta \right) \Delta t \right\}^{-1} \widetilde{\theta}_1^{*2} \quad (2.6.27)$$

$$\widetilde{q}_w^{*2} = \left\{ 1 + \left(Km^2 + \frac{2q}{B_2 \ell} - Q_q \right) \Delta t \right\}^{-1} \widetilde{q}_w^{*2} \quad (2.6.28)$$

$$\widetilde{\theta}_1 \bar{q}'_w = \left\{ 1 + \left(Km^2 + \frac{2q}{B_2 \ell} - C_c \right) \Delta t \right\}^{-1} \widetilde{\theta}_1 \bar{q}'_w \quad (2.6.29)$$

のようになる。ただし $\widetilde{\theta}_1^{*2}, \widetilde{q}_w^{*2}, \widetilde{\theta}_1 \bar{q}'_w$ は $\bar{\theta}_1^{*2}, \bar{q}_w^{*2}, \bar{\theta}_1 \bar{q}'_w$ のフーリエ変換であり、 m は鉛直波数を表す。これらの方程式が安定に積分できるためには、

$$Km^2 + \frac{2q}{B_2 \ell} \geq T_\theta \quad (2.6.30)$$

$$Km^2 + \frac{2q}{B_2 \ell} \geq Q_q \quad (2.6.31)$$

$$Km^2 + \frac{2q}{B_2 \ell} \geq C_c \quad (2.6.32)$$

という条件を満たす必要があり、この条件を破る場合¹¹には 2 次モーメントの指数関数的な成長が発生する。

¹¹ T_θ, Q_q, C_c の定義式において E_H は正の値を取る係数であるため、 $\beta_\theta (\partial \bar{\theta}_1 / \partial z), \beta_q (\partial \bar{q}_w / \partial z)$ が大きな負の値になる場合にこの条件を破る。日中の混合層の下部では温位や水蒸気勾配が負になり、この条件を破りやすい。

そこで (2.6.30) 式が満たされない場合には、液水温度フラックスの逆勾配項 (Γ_θ) に対してファクター

$$F_\theta = \frac{Km^2 + \frac{2q}{B_2 \ell}}{T_\theta} \quad (2.6.33)$$

をかけて値を小さくするという補正を行う。この補正により、(2.6.23) 式中の T_θ および Γ_θ に由来する相関項が F_θ 倍になり、(2.6.30) 式を満たすようになる。

同様の操作を F_q についても行う。(2.6.31) 式が満たされない場合には、総水混合比フラックスの逆勾配項 (Γ_q) に対してファクター

$$F_q = \frac{Km^2 + \frac{2q}{B_2 \ell}}{Q_q} \quad (2.6.34)$$

をかけて (2.6.31) 式を満たすように補正する。

C_c には、 Γ_θ に由来する成分と Γ_q に由来する成分の両方が存在する。上記の補正を行った後の Γ_θ, Γ_q が (2.6.32) 式を満たしていない場合には、ファクター

$$F_c = \frac{Km^2 + \frac{2q}{B_2 \ell}}{C_\theta} \quad (2.6.35)$$

を Γ_θ, Γ_q の両方にかけて (2.6.32) 式を満たすように補正している。

補正に用いる波数 m は鉛直層間隔 Δz を用いて

$$m = \frac{2\pi S}{\Delta z} \quad (2.6.36)$$

のようにパラメタライズしている。 S の値は実験から経験的に決めており、安定に計算が行える最大¹² の S であった $S = 0.225$ を採用している。

(3) 最下層の生成項

q^2 の生成項 P_k は

$$P_k = -2 \left(\overline{w'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{v'w'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) + 2 \frac{g}{\Theta_0} \overline{w'\theta'_v} \quad (2.6.37)$$

のように表される。大気最下層における P_k の値には Monin-Obukhov の相似則から導かれる値を用いている。カルマン定数 κ 、Monin-Obukhov の長さ L_{MO} で規格化した高度 ζ 、摩擦速度 u_* を用いて P_k は

$$P_k = \frac{2u_*^3}{\kappa z} [\phi_m(\zeta) - \zeta] \quad (2.6.38)$$

と表される。ただし ϕ_m は第 2.7 節で説明した普遍関数である。また ζ には 2 という上限値を設定している。詳細については原・永戸 (2008) に詳しく書かれているためここでは省略する。

¹² m が大きいほど、逆勾配項の補正は適用されにくくなり、MYNN3 が本来表現するフラックスが計算に用いられるようになるが、同時に計算安定性が悪化する。

(4) 2次モーメントの初期値の与え方

MYNN3の予報変数である $q^2, \overline{\theta_1'^2}, \overline{q_w'^2}, \overline{\theta_1' q_w'}$ の初期値には、平均量の初期値から診断的に求めた値を用いている。

旧MYNN3ではレベル2スキーム(MYNN2)の繰り返し計算によって初期値を計算していた。MYNN2では、 $q^2, \overline{\theta_1'^2}, \overline{q_w'^2}, \overline{\theta_1' q_w'}$ の予報方程式(2.6.5)~(2.6.8)式において、生成項と散逸項が釣り合った平衡状態を仮定し、これらの2次モーメントを平均量から診断的に計算する。例えば q^2 の診断式は(2.6.5)式で定常状態を仮定し、移流項、拡散項による寄与を無視した式であり、次のように表される。

$$0 = -\frac{2q}{B_1 \ell} q^2 + 2q \ell S_{M2} \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)^2 \right\} - 2q \ell \frac{g}{\Theta_0} S_{H2} \left(\beta_\theta \frac{\partial \bar{\theta}_1}{\partial z} + \beta_q \frac{\partial \bar{q}_w}{\partial z} \right) \quad (2.6.39)$$

ただし S_{M2}, S_{H2} はMYNN2における安定度関数であり、平均量のみ関数である。一方で予報方程式から省略した拡散項の寄与が無視できず、(2.6.39)式から非常に大きな(非現実的な大きさの)乱流エネルギーが計算される場合がある。このような大きな乱流エネルギーは予報初期の計算安定性に影響を与えることが懸念される。また原・永戸(2008)に述べられているように、MYNN2で診断した $q^2, \overline{\theta_1'^2}, \overline{q_w'^2}, \overline{\theta_1' q_w'}$ の初期値はMYNN3においてバランスの取れる2次モーメントの値と異なっているため、予報初期で2次モーメントが大きく変動する現象が発生する。

計算安定化版MYNN3では、この問題点を改善しており、2次モーメントの初期値は予報方程式中の生成項、散逸項に加えて拡散項のバランスを考慮した次の診断式から計算している。

$$0 = \frac{\partial}{\partial z} \left(3q \ell S_{M2} \frac{\partial q^2}{\partial z} \right) - \frac{2q}{B_1 \ell} q^2 + 2q \ell S_{M2} \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)^2 \right\} - 2q \ell \frac{g}{\Theta_0} S_{H2} \left(\beta_\theta \frac{\partial \bar{\theta}_1}{\partial z} + \beta_q \frac{\partial \bar{q}_w}{\partial z} \right) \quad (2.6.40)$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial z} \left(q \ell S_{M2} \frac{\partial \overline{\theta_1'^2}}{\partial z} \right) - \frac{2q}{B_2 \ell} \overline{\theta_1'^2} + 2q \ell S_{H2} \left(\frac{\partial \bar{\theta}_1}{\partial z} \right)^2 \quad (2.6.41)$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial z} \left(q \ell S_{M2} \frac{\partial \overline{q_w'^2}}{\partial z} \right) - \frac{2q}{B_2 \ell} \overline{q_w'^2} + 2q \ell S_{H2} \left(\frac{\partial \bar{q}_w}{\partial z} \right)^2 \quad (2.6.42)$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial z} \left(q \ell S_{M2} \frac{\partial \overline{\theta_1' q_w'}}{\partial z} \right) - \frac{2q}{B_2 \ell} \overline{\theta_1' q_w'} + 2q \ell S_{H2} \frac{\partial \bar{\theta}_1}{\partial z} \frac{\partial \bar{q}_w}{\partial z} \quad (2.6.43)$$

(2.6.40)~(2.6.43)式の拡散項を空間離散化して $q_k^2, \overline{\theta_1'^2}, \overline{q_w'^2}, \overline{\theta_1' q_w'}$ ($k=1, 2, \dots, n$)についての方程式を導くと、式中には $n \times n$ の3重対角行列が現れる。従って前進消去、後退代入によって解を求めることができる。一方、診断式中に現れる q, ℓ は q^2 に依存する変数であるため、(2.6.40)式を解いて q^2 の値が更新されるとこれらの値も更新される。そのため q, ℓ の値を更新しながら(2.6.40)~(2.6.43)式を繰り返し計算することによって $q^2, \overline{\theta_1'^2}, \overline{q_w'^2}, \overline{\theta_1' q_w'}$ の初期値を計算している。

(5) 平均量の時間変化率の計算

乱流フラックスによる平均量 $\bar{\phi}$ の時間変化率は

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(q \ell S_{\Phi 2.5} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} (q \ell \Gamma_\phi) \quad (2.6.44)$$

のように勾配項と逆勾配項の和で表される。

逆勾配項の大きさは $\overline{\theta_1'^2}, \overline{q_w'^2}, \overline{\theta_1' q_w'}$ の大きさに依存するため、2次モーメントの時間積分が安定に行えない場合は、逆勾配項が暴走して平均量の計算安定性にも悪影響を与える。

旧MYNN3では、平均量 $\bar{\phi}$ の時間変化率の計算において、逆勾配項の寄与を $S'_\Phi = \Gamma_\phi / (\partial \bar{\phi} / \partial z)$ のように安定度関数で表現し、

$$\frac{\bar{\phi}^* - \bar{\phi}}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(q \ell S_\Phi \frac{\partial \bar{\phi}^*}{\partial z} \right), \quad (S_\Phi = S_{\Phi 2.5} + S'_\Phi) \quad (2.6.45)$$

のように逆勾配項の寄与も含めてインプリシットに時間離散化を行うことで平均量の計算安定性を確保していた。一方で S'_Φ は負の値も取りうる量であり、拡散係数 $S_\Phi (= S_{\Phi 2.5} + S'_\Phi)$ は正になることが保証されていない。そこで計算安定性を保証するため S_Φ が0以上になるように逆勾配項に制限値を設けていた(原・永戸2008)。しかし、平均量の計算を安定に行える一方で、この人為的な制限値によって乱流フラックスの振動が発生し、フラックスの過大評価につながっていた(原2012a)。

この点を踏まえ、計算安定化版MYNN3は2次モーメントの計算安定性により配慮した実装になっており、平均量の時間変化率の計算では

$$\frac{\bar{\phi}^* - \bar{\phi}}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(q \ell S_{\Phi 2.5} \frac{\partial \bar{\phi}^*}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} (q \ell \Gamma_\phi) \quad (2.6.46)$$

のように勾配項はインプリシットに時間離散化し、逆勾配項は外力項のようにエクプリシットに右辺に加えるという時間離散化を行っている¹³。(2.6.46)式のよ

¹³ 実際にこの式を解く際には、(2.6.46)式を空間離散化して得られる $\bar{\phi}_k^*$ ($k=1, 2, \dots, n$)についての n 本の連立方程式を地表面過程でインプリシットに時間離散化した方程式と連立する(インプリシット結合; 草開2012等)。

うな離散化を行うことによって前述の逆勾配項の制限値を廃止し、旧 MYNN3 で見られていた過大なフラックスの問題を解決している。

2.6.5 今後予定しているさらなる計算安定性向上のための改良

計算安定化版 MYNN3 は、第 2.6.4 項で説明した様々な独自実装により、基本的に安定に動作するように作られている。一方稀ではあるが、大きな風や温位の鉛直勾配が長時間維持され、大きな乱流統計量が計算されるような場が MSM で計算された場合には、安定に計算が行えずにフラックスの振動が発生することがあった。

図 2.6.2 は実際に振動が発生した 2017 年 9 月 2 日における MSM の地上予想図である。黒丸で示した地点では、台風第 15 号の北側で南東風と北風が合流し、大きな風、温位の鉛直勾配が維持されていた（図略）。この地点における液水温度フラックス $\overline{w'\theta_1'}$ の鉛直プロファイルを図 2.6.3 に示す。高波数の波状のフラックスの分布が存在することが分かる。このフラックスの分布は逆勾配項の振動によって振幅を増しながら 1 ステップ周期で振動する（図略）。

乱流フラックスによる平均量の時間変化率を計算する式は (2.6.46) 式のように表される。現在の MSM では平均量の時間変化率を計算する際の逆勾配項 (Γ_ϕ) は $\overline{\theta_1'^2}$, $\overline{q_w'^2}$, $\overline{\theta_1'q_w'}$ の現在値からエクスプリシットに計算している。 Γ_ϕ を、 $\overline{\theta_1'^2}$, $\overline{q_w'^2}$, $\overline{\theta_1'q_w'}$ の現在値ではなく (2.6.24) 式を解いて得られる仮未来値¹⁴ $\overline{\theta_1'^2}^*$, $\overline{q_w'^2}^*$, $\overline{\theta_1'q_w'}^*$ から計算することによってこのフラックスの振動はある程度抑えることができる。詳細については西本 (2019) を参照いただきたい。

平均量の時間変化率を計算する際の逆勾配項を $\overline{\theta_1'^2}^*$, $\overline{q_w'^2}^*$, $\overline{\theta_1'q_w'}^*$ から計算するように変更し、図 2.6.3 と同じ事例を計算し直した結果を図 2.6.4 に示す。この変更により、フラックスの振動が消え、安定に計算が行えるようになった。この事例以外の過去に振動が発生した事例でも同様に振動を除去できることを確認している。また変更による精度への影響はほとんどなく、振動が発生していた場所以外では MYNN3 の計算結果にほとんど影響を与えないことを確認している。

2.6.6 まとめと今後の課題

本節では現在 MSM で境界層過程に用いている計算安定化版 MYNN3 について、その実装の概要と今後予定している改良項目を説明した。

計算安定化版 MYNN3 では、反復法による複雑な計算を必要とする代わりに安定に計算できる時間離散化

を採用するなど、2 次モーメントの計算安定性に配慮して旧 MYNN3 から様々な改良がなされている。2 次モーメントの計算安定性が向上したことから、平均量の時間変化率の計算方法を見直し、逆勾配項の人為的な制限値を廃止することで旧 MYNN3 に見られた過大なフラックスの問題を解決している。また計算安定化版 MYNN3 では 2017 年 2 月の更新以前に用いられていたスキームである MYNN2.5 と比較しても統計的なスコアが改善しており、現在の MSM による予測精度の改善に貢献している。

稀に発生する計算不安定に伴うフラックスの振動が計算安定性上の課題として残っているが、原因は既に判明しており、第 2.6.5 項に述べた改良により解決する見込みである。

最後に今後の課題である、計算安定化版 MYNN3 の予測精度上の課題について説明する。

MSM が抱えている予測精度上の課題の 1 つに、冬季の対流圏下層の低温バイアスがある。冬季の 925 hPa 面における、MSM の気温の対ゾンデ平均誤差を図 2.6.5 に示す。中国南部等の一部の地域を除き、ほとんどの地点で低温バイアスが見られる。この低温バイアスは予報時間が進むほど大きくなる。

図 2.6.6 に、中国東北区付近で領域平均した FT=0~24 における各物理過程と力学過程（移流）による温位の時間変化率の鉛直プロファイルを示す。図中の TOT（全ての時間変化率を足し合わせた最終的な時間変化率）を見ると、地上から高度 1300 m 付近にかけて負の値である。これは予報時間が 1 日進むと下層気温が低温側にドリフトする傾向があることを意味しており、予報時間が進むほど対ゾンデの気温バイアスが増加することと整合している。

図 2.6.7 に日中、夜間それぞれにおける各過程の寄与を示す。境界層過程は、日中は地上から高度 500 m 付近において大気を温め、高度 500 m から 1300 m 付近では冷却している。また夜間は地上から高度 1000 m 付近までの大気を冷却している。日中、夜間の両方で境界層過程による寄与は各過程の中で最も大きく、最終的な気温の時間変化率に大きな影響を与えている。

下層気温のドリフトの原因ははっきりと分かっていないが、気温の時間変化率への寄与は日中、夜間どちらも境界層過程による寄与が最も大きいこと、ドリフトが境界層過程の寄与する高度である地上から高度 1300 m 付近にかけて見られることから境界層過程が関係している可能性があり、冬季の特に大陸上において、乱流輸送による冷却が過大評価されていないか、また昇温が過小評価されていないか今後調査する必要があると考えている。

またこの問題とは別に、原 (2012b) や原 (2012c) は、LES と比較した理想実験の結果から計算安定化版 MYNN3 の精度上の課題について指摘している。

境界層過程は、地上気象要素や顕著現象の予測精度

¹⁴ 移流による時間変化が加えられていない未来値のため、ここではそのように呼んでいる。時間積分ループの中で境界層過程の後に力学過程の計算を行っている MSM では、仕様の都合上（移流による時間変化も加えた）本当の未来値を用いて逆勾配項を計算することが困難であったため、仮未来値を用いて計算することにした。

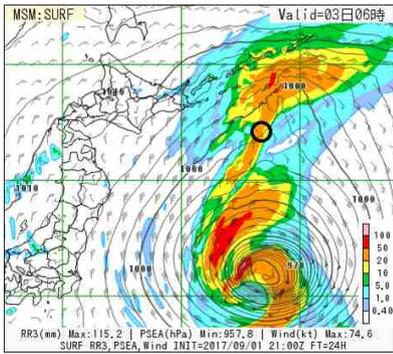


図 2.6.2 2017年9月2日 21 UTC を対象とした MSM の地上予想図。カラー、コンター、矢羽はそれぞれ前 3 時間降水量 [mm/3h]、海面更正気圧 [hPa]、地上風速 [ノット] を表す。

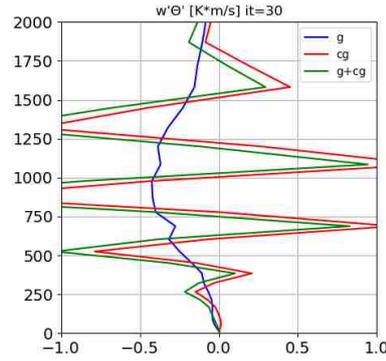


図 2.6.3 $\overline{w'\theta'}$ [$\text{K}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] の鉛直プロファイル (縦軸は高度 [m])。青、赤、緑はそれぞれ勾配項、逆勾配項、勾配項と逆勾配項の和を表す。

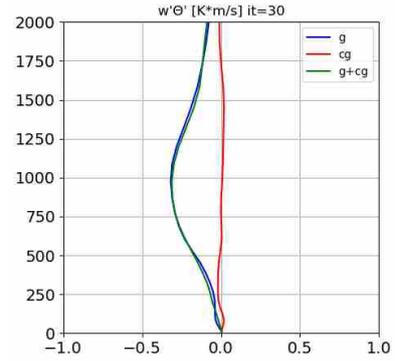


図 2.6.4 図 2.6.3 と同じ。ただし、平均量の時間変化率を計算する際の逆勾配項の計算方法を変更した場合の結果。

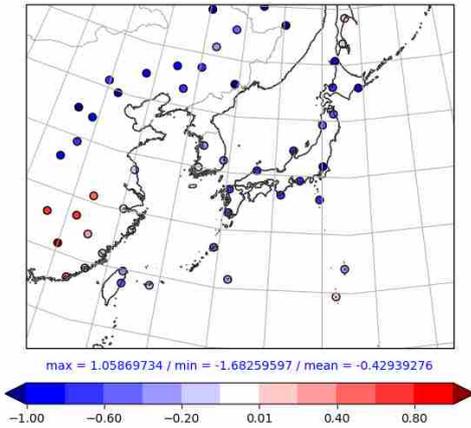


図 2.6.5 冬期間 66 日の 00, 12 UTC 初期値の予報で検証した FT=24, 925 hPa 面における MSM の気温の対ゾンデ平均誤差 [K]。

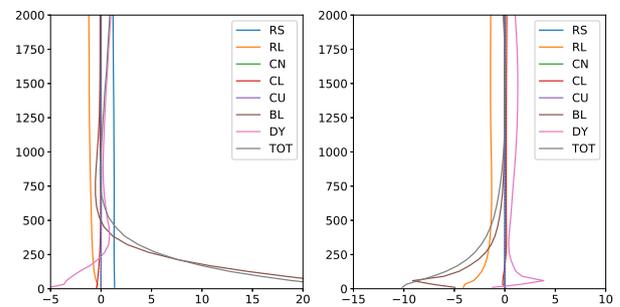


図 2.6.7 図 2.6.6 の右図と同じ。ただし図 2.6.6 の計算を行った初期時刻の内、00 UTC 初期値の予報についてのみ平均している。また左と右の図はそれぞれ FT=0~6, FT=12~18 における平均の時間変化率を表す。従って平均を取った予報対象時刻はそれぞれ 00 UTC~06 UTC (日中)、12 UTC~18 UTC (夜間) となる。

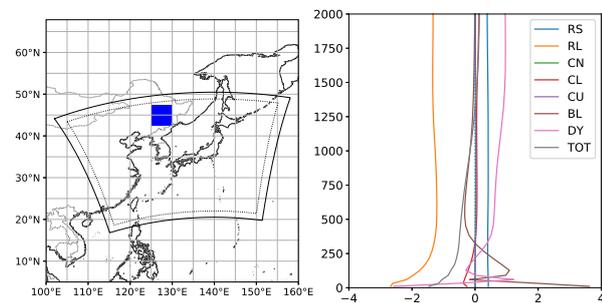


図 2.6.6 左図の青色で塗りつぶした領域について領域平均、図 2.6.5 と同じ初期時刻について期間平均した、各物理過程、力学過程による温位の FT=0~24 における平均の時間変化率 [$\text{K}\cdot\text{day}^{-1}$]。縦軸は高度 [m] である。図中のラベルで RS, RL, CN, CL, CU, BL, DY はそれぞれ短波放射、長波放射、部分凝結、雲微物理、積雲対流、境界層、力学 (移流) を表す。また TOT は全ての時間変化率を足し合わせた最終的な時間変化率を表す。

に大きな影響を与える重要な物理過程である。予測精度向上に向けて今後も継続的に改良を続けていきたい。

参考文献

- 永戸久喜, 藤田匡, 原旅人, 2012: 局地モデルの本運用. 平成 24 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 72-86.
- 原旅人, 2006: 気象庁非静力学モデルへの改良 Mellor-Yamada Level3 スキームと部分凝結スキームの導入について. 第 8 回非静力学モデルに関するワークショップ講演予稿集, 35-36.
- Hara, T., 2007a: Implementation of improved Mellor-Yamada Level 3 scheme and partial condensation scheme to JMANHM and their performance. *CAS/JSC WGNE Res. Activ. Atmos. Oceanic Modell.*, **37**, 4.07-4.08.
- Hara, T., 2007b: Upgrade of the operational JMA mesoscale model and implementation of improved Mellor-Yamada Level 3 scheme. *Extended Ab-*

- stract for 22nd Conference on Weather Analysis and Forecasting/18th Conference on Numerical Weather Prediction, American Meteorological Society, J3.5, URL <http://ams.confex.com/ams/pdfpapers/123915.pdf>.
- 原旅人, 永戸久喜, 2008: 乱流過程. 数値予報課報告・別冊第 54 号, 気象庁予報部, 117–148.
- 原旅人, 2012a: 鉛直 1 次元モデルによる評価 (1) –雲のない陸上の境界層の日変化 (GABLS2). 数値予報課報告・別冊第 58 号, 気象庁予報部, 138–149.
- 原旅人, 2012b: 鉛直 1 次元モデルによる評価 (2) –層積雲を伴う海上の境界層の日変化 (EUROCS Sc). 数値予報課報告・別冊第 58 号, 気象庁予報部, 150–158.
- 原旅人, 2012c: 鉛直 1 次元モデルによる評価 (3) –浅い対流雲を伴う陸上の境界層の日変化 (GCSS-ARM). 数値予報課報告・別冊第 58 号, 気象庁予報部, 159–164.
- 原旅人, 2012d: 物理過程ライブラリの開発. 数値予報課報告・別冊第 58 号, 気象庁予報部, 205–208.
- 原旅人, 2014: 境界層・地表面・放射過程の実装. 数値予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 106–107.
- 原旅人, 2015: 境界層過程・地上物理量診断の改良. 平成 27 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 24–43.
- 原旅人, 2017: メソ数値予報システムの改良の概要. 平成 29 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 42–47.
- Helfand, H. M. and J. C. Labraga, 1988: Design of a Nonsingular Level 2.5 Second-Order Closure Model for the Prediction of Atmospheric Turbulence. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 113–132.
- 気象庁予報部, 2014: 次世代非静力学モデル asuca. 数値予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 151 pp.
- 熊谷幸浩, 齊藤和雄, 2004: 気象庁非静力学モデルの境界層過程の改良. 気象学会春季大会講演予稿集, C104.
- 草開浩, 2012: 地表面過程. 数値予報課報告・別冊第 58 号, 気象庁予報部, 29–41.
- Mellor, G. L. and T. Yamada, 1982: Development of a Turbulence Closure Model for Geophysical Fluid Problems. *Rev. Geophys. Space Phys.*, **20**, 851–875.
- Nakanishi, M. and H. Niino, 2009: Development of an Improved Turbulence Closure Model for the Atmospheric Boundary Layer. *J. Meteor. Soc. Japan*, **87**, 895–912.
- 西本秀祐, 2019: MSM の境界層過程 (MYNN3) の計算安定性向上の改良について. 第 21 回非静力学モデルに関するワークショップ講演予稿集, 12–13.
- Saad, Y., 2003: Iterative Methods for Sparse Linear Systems. *Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia*, 528 pp.
- Saito, K., T. Fujita, Y. Yamada, J. Ishida, Y. Kumagai, K. Aranami, S. Ohmori, R. Nagasawa, S. Kumagai, C. Muroi, T. Kato, H. Eito, and Y. Yamazaki, 2006: The Operational JMA Nonhydrostatic Mesoscale Model. *Mon. Wea. Rev.*, **134**, 1266–1298.
- Saito, K., J. Ishida, K. Aranami, T. Hara, T. Segawa, M. Narita, and Y. Honda, 2007: Nonhydrostatic Atmospheric Models and Operational Development at JMA. *J. Meteor. Soc. Japan*, **85B**, 271–304.

2.7 地表面過程¹

2.7.1 はじめに

地表面は、太陽放射や大気放射、降水などを受け取る。それらによる熱・水は地表面を構成する森林や農作物、ビル、積雪、土壌、湖、海などによって貯蓄される。また、地表面が放出する長波放射や、地表面付近の大気の乱れ（乱流）によって、大気に熱や水が供給される。さらに、地表面の構成物が形作る凹凸は、大気の運動に対する摩擦効果をもたらし、大気の運動エネルギーを散逸させる。地表面によるこれらの効果は、大気混合層の形成や放射冷却など大気に対して直接影響を与える他、それをトリガーとした対流や霧の発生、下層ジェット形成などにも間接的に影響を及ぼす。

数値予報モデルにおいて地表面は大気の偏微分予報方程式を解くための下部境界条件にあたり、地表面との熱・水・運動量交換をフラックスの形で大気モデルに与える。これらのフラックスの大きさは、地表面付近の大気安定度や地表面温度によって大きく左右されるため、それらをモデルで適切に予測する必要がある。また、地表面の状態は多種多様であり、その形状や熱的特性は空間的に非一様であることから、地表面の多様性をいかにモデルで表現するかもフラックスの予測精度を決める重要な要素となる。

MSM および LFM の地表面過程では、地表面熱収支やその多様性を比較的簡便に表現できる平板モデルを採用している。本節では、まず平板モデルの概要を説明し、そのあとで大気の下部境界条件である地表面フラックスと平板モデルにおける熱収支について述べる。最後に、最近の開発状況および今後の開発方針について述べる。モデル化における定式の導出や背景、数値計算上の工夫点などについては原ほか（2008）や草開（2012）も併せて参照していただきたい。

2.7.2 平板モデルの概要

平板モデルは、複雑な形状・構成要素を持つ地表面を単純一様な「平板」として考え、そこでの熱収支を解くモデルのことである。したがって、平板モデルにおいては、ある地表面状態がもたらす物理的効果を、熱収支に関連する様々なパラメータを用いて表現している。また、地表面状態の多様性（非一様性）は、このパラメータにモデル格子ごとに異なる値を与えることによって表現している。

MSM および LFM に導入している平板モデル（以下、SLAB）では、モデル格子内に陸域と海域が混在する場合に、陸面と海面の熱収支特性の違いを表現するため、各格子内の陸域（陸タイル）と海域（海タイル）それぞれについて熱収支およびフラックスを求め

る方法（タイリング法）を用いている²。

モデルに与えるパラメータ（以下、地表面パラメータ）は以下のとおりである。

- 地表面構造物の体積熱容量 c_s
- 地中熱伝達率（熱伝導率と体積熱容量の比） ν_g
- 地表面アルベド α_s
- 粗度（地表面の凹凸の程度を表す長さ） z_{0m}
- 蒸発効率³ β_s

陸タイルの地表面パラメータは、国土数値情報⁴の土地利用区分と USGS が提供する Global Land Cover Characteristics (GLCC; Loveland et al. 2000) の植生区分に基づいて決定している⁵。陸タイルについては積雪のあり・なし、海タイルについては海氷のあり・なしをそれぞれで考慮している。陸タイルに積雪がある場合や海タイルについては、それぞれの物性に基いた地表面パラメータを割り当てている。

2.7.3 地表面フラックス

SLAB における地表面フラックスは、第 2.7.2 項でも述べたとおり、陸タイル、海タイルそれぞれで計算したフラックスをタイル被覆率で平均して各格子の値を算出する。以下、地表面フラックスの定式化、および地上での物理量の診断計算方法について説明する。なお陸、海タイルとも定式化は共通である。

(1) フラックスの定式化

現実大気において、地表面付近には地表面構造物の影響を強く受ける「接地境界層」と呼ばれる層が存在する。この層では、統計的に、乱流フラックスが高度によらず一定であるという観測事実（Constant flux layer）があることから、接地境界層の乱流フラックスと地表面フラックスが同等であるとしてモデリングする。SLAB では、接地境界層内の乱流フラックスはバルク法（接地境界層内のある高度と地表面それぞれにおける物理量の差に比例した形でフラックスを表現）を用いて計算している。モデル大気最下層高度 z_1 の物理量 u_1 （モデル x 方向風速）、 v_1 （モデル y 方向風速）、 θ_1 （温度）、 q_{v1} （比湿）とそれらの地表面における値（ $u_s(=0)$ 、 $v_s(=0)$ 、 θ_s 、 q_{vs} ）を用いると地表面フラックスは以下の

² 各タイルの地表面フラックスは、海陸比で平均化した上で大気モデルに渡す。タイリング法は、2015 年に LFM、2017 年に MSM にそれぞれ導入した。

³ ここで定義した β_s は、(2.7.5) 式を用いて土壌体積含水率に変換し、メソ解析および局地解析の第一推定値を作成する際の土壌水分初期値として用いている。SLAB で直接この値を利用することはない。

⁴ 国土交通省国土政策局により提供。

⁵ 具体的には、まず、各土地利用区分、植生区分に応じて、上記の地表面パラメータを用意する（青柳・清野 2012, 表 12.1 を参照）。そして、各土地利用区分または植生区分別のパラメータを、それら区分の面積率で平均することにより、各モデル格子の地表面パラメータを算出する。

¹ 草開 浩

ようになる。

$$\overline{u'w'} = -C_m U_a (u_1 - u_s) \quad (2.7.1a)$$

$$\overline{v'w'} = -C_m U_a (v_1 - v_s) \quad (2.7.1b)$$

$$\overline{w'\theta'} = -C_h U_a (\theta_1 - \theta_s) \quad (2.7.1c)$$

$$\overline{w'q'_v} = -C_q U_a (q_{v1} - q_{vs}) \quad (2.7.1d)$$

\bar{X} は X の格子平均値、 X' は X の平均値からの偏差を表す（したがって、 $X = \bar{X} + X'$ ）。 C_m, C_h, C_q はそれぞれ運動量、顕熱、潜熱フラックスに対するバルク係数である（計算方法は (2) で示す）。 U_a は、 z_1 における水平風速に接地境界層内の自由対流に伴う風速強化の効果を加味し (Kitamura and Ito 2016)、以下のように考慮している。

$$U_a = \sqrt{u_1^2 + v_1^2 + 2CE_{\text{turb}}}, \quad (2.7.2)$$

ここで E_{turb} はモデル大気最下層の乱流エネルギー、 C は定数 (= 2/3) である。 E_{turb} は境界層過程（第 2.6 節）で予測したものをを用いる。

q_{vs} は β_s と地表面温度 T_s に対する飽和比湿 $q_{\text{sat}}(T_s)$ を用いて以下のようにパラメタライズする。

$$q_{vs} = (1 - \beta_s)q_{v1} + \beta_s q_{\text{sat}}(T_s) \quad (2.7.3)$$

なお、 θ_s と T_s の関係は、

$$\theta_s = T_s \left(\frac{p_0}{p_s} \right)^{R_d/C_p} = T_s \Pi_s^{-1} \quad (2.7.4)$$

である (p_s は地上気圧、 $p_0 = 1000$ hPa、 R_d は乾燥大気の気体定数、 C_p は定圧比熱、 Π_s は地表面付近の Exner 関数)。陸タイルでは、 β_s を土壌水分量に関連付けて以下のように表す。

$$\beta_s = \begin{cases} w_{g1}/0.3 & (w_{g1} \leq 0.3) \\ 1 & (w_{g1} > 0.3) \end{cases} \quad (2.7.5)$$

w_{g1} は地表付近の土壌体積含水率である。陸タイルに積雪がある場合と海タイルでは $\beta_s = 1$ としている。

ここで、モデル大気最下層高度について補足しておく。地表面が平坦な場合、 z_1 は地表面からの高さを意味する。一方、地表面が森林などの立体的な構造物で覆われている場合、それら構造物の平均的な高さより上空の大気についてのみ、Constant flux layer が仮定できる。そこで、モデル大気最下層が Constant flux layer となるように地表面の高さを嵩上げして考える。この高さをゼロ面変位 d_0 と呼ぶ。したがって、モデル大気最下層の格子間隔を Δz_1 とすると、正確には $z_1 = \Delta z_1 + d_0$ と表す必要があるが、SLAB では d_0 の高さを地表面としてモデル化しているため、 $d_0 = 0$ であり、 $z_1 = \Delta z_1$ となる。

(2) バルク係数・安定度関数

バルク係数 (C_m, C_h) は以下のように表す。

$$C_m(z_1) = \frac{\kappa^2}{\left[\ln \frac{z_1}{z_{0m}} - \psi_m \left(\frac{z_1}{L_{\text{MO}}} \right) + \psi_m \left(\frac{z_{0m}}{L_{\text{MO}}} \right) \right]^2} \equiv \frac{\kappa^2}{\Phi_m^2} \quad (2.7.6)$$

$$C_h(z_1) = \frac{\kappa^2}{\Phi_m \left[\ln \frac{z_1}{z_{0h}} - \psi_h \left(\frac{z_1}{L_{\text{MO}}} \right) + \psi_h \left(\frac{z_{0h}}{L_{\text{MO}}} \right) \right]} \equiv \frac{\kappa^2}{\Phi_m \Phi_h} \quad (2.7.7)$$

L_{MO} は Monin-Obukhov の長さ、 z_{0m}, z_{0h} はそれぞれ運動量および熱に対する粗度、 κ はカルマン定数 (= 0.4) である。 ψ_m と ψ_h は Monin と Obukhov により提唱された接地境界層の相似則で用いる普遍勾配関数 ϕ_m, ϕ_h を積分したもので、Beljaars and Holtslag (1991) に従い以下のように与える。

$$\psi_m(\zeta) = \begin{cases} -b \left(\zeta - \frac{c}{d} \right) \exp(-d\zeta) - a\zeta - \frac{bc}{d} & (\zeta \geq 0) \\ \frac{\pi}{2} - 2 \tan^{-1} x + \ln \frac{(1+x)^2(1+x^2)}{8} & (\zeta < 0) \end{cases} \quad (2.7.9)$$

$$\psi_h(\zeta) = \begin{cases} -b \left(\zeta - \frac{c}{d} \right) \exp(-d\zeta) - \left(1 + \frac{2}{3} a\zeta \right)^{\frac{3}{2}} - \frac{bc}{d} + 1 & (\zeta \geq 0) \\ 2 \ln \frac{1+x^2}{2} & (\zeta < 0) \end{cases} \quad (2.7.10)$$

ここで、 $\zeta = z/L_{\text{MO}}$ 、 $a = 1$ 、 $b = 2/3$ 、 $c = 5$ 、 $d = 0.35$ 、 $x = (1 - 16\zeta)^{1/4}$ である。 C_q について、海タイルの場合は (2.7.7) 式の z_{0h} を z_{0q} (水蒸気に対する粗度) で置き換えて計算する。陸タイル (積雪なし) については、植生による蒸散量のコントロールを部分的に考慮している。

$$C_q = \left[U_a \left(r_s + \frac{1}{C_h U_a} \right) \right]^{-1} \quad (2.7.11)$$

⁶ ψ と ϕ は以下の関係にある。

$$\frac{\partial \psi(\zeta)}{\partial \zeta} = \frac{1 - \phi(\zeta)}{\zeta} \quad (2.7.8)$$

ここで、 r_s は気孔抵抗で、以下のように日射量 S に依存した定式化を用いる：

$$r_s = r_{s, \text{day}} + \frac{r_{s, \text{night}}}{1 + \frac{S}{S_0}} \quad (2.7.12)$$

($S_0 = 1 \text{ W m}^{-2}$, $r_{s, \text{night}} = 300 \text{ s m}^{-1}$)。なお、 $r_{s, \text{day}}$ の値を、4月から10月は 30 s m^{-1} 、11月から3月は 60 s m^{-1} としている。

Monin-Obukhov の長さ L_{MO} は以下の関係式で与えられる。

$$\text{Ri}_B = \frac{z_1}{L_{MO}} \frac{\Phi_h}{\Phi_m^2} \quad (2.7.13)$$

ここで、 Ri_B はバルクリチャードソン数で以下のように定義される量である。

$$\text{Ri}_B = \frac{gz_1}{\frac{\theta_{v1} + \theta_{vs}}{2}} \frac{(\theta_{v1} - \theta_{vs})}{U_a^2} \quad (2.7.14)$$

ここで θ_v は仮温位 ($= \theta(1 + c_v q_v)$, $c_v \approx 0.61$)、 g は重力加速度である。なお、 L_{MO} は (2.7.13) 式から求めるが、 L_{MO} についての非線形方程式であるため、計算には工夫が必要となる。SLAB では Newton-Raphson 法と逐次近似法を組み合わせで解く (原ほか 2008)。

(3) 粗度

陸タイルの粗度 (z_{0m}) は第 2.7.2 項で説明したとおり土地利用区分や植生区分に応じて決定する。熱粗度は Garratt and Francey (1978) が提案する $\ln(z_{0m}/z_{0h}) = 2$ の関係式から、 $z_{0h} = z_{0m}/7.4$ と診断する。また、 $z_{0q} = z_{0h}$ とする。海タイルの粗度については、Beljaars (1995) に従い、以下の診断式を用いて求める。

$$z_{0m} = a_m \frac{\nu}{u_*} + a_{Ch} \frac{u_*^2}{g} \quad (2.7.15a)$$

$$z_{0h} = a_h \frac{\nu}{u_*} \quad (2.7.15b)$$

$$z_{0q} = a_q \frac{\nu}{u_*} \quad (2.7.15c)$$

ここで、 $a_m = 0.11$, $a_{Ch} = 0.018$, $a_h = 0.40$, $a_q = 0.62$, ν は動粘性係数 ($= 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$) である。 u_* は摩擦速度で、以下のように定義する。

$$u_* = \left(\overline{u'w'}^2 + \overline{v'w'}^2 \right)^{1/4} \quad (2.7.16)$$

2.7.4 平板地表面モデル

第 2.7.3 項で述べたように、地表面フラックスを求めるには地表面温度 T_s と土壌体積含水率 w_{g1} が必要となる。これらは地表面状態を表す代表的な物理量で、SLAB では予報変数として扱う。 T_s については地表面熱収支式から、 w_{g1} については地中内の輸送方程式からそれらの時間発展を予測する。

(1) 地表面熱収支

ここでは、地表面温度 T_s についての予報方程式を考える。地表面における熱収支関係から T_s の予報方程式は以下ようになる。

$$C_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = (1 - \alpha_s) S_{\downarrow} + L_{\downarrow} - \sigma T_s^4 - H - LE - G_s \quad (2.7.17)$$

ここで、 C_s は単位面積当たりの地表面熱容量、 S_{\downarrow} , L_{\downarrow} は地上下向きの短波放射および長波放射、 σ は Stefan-Boltzmann 定数 ($5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$)、 H は顕熱フラックス、 L は気化熱、 E は水蒸気フラックス、 G_s は地表面から地中への熱フラックスである。 C_s は、 $c_s \Delta z_s$ と表す。 Δz_s は地表面が持つ熱慣性を「層間隔」の形で調整するためのパラメータである⁷。 H と LE は以下のとおりである。

$$H = C_p \overline{\rho w' \theta'} \quad (2.7.18)$$

$$LE = L \overline{\rho w' q'_v} \quad (2.7.19)$$

ここで、 ρ は地表面付近の大気密度である。地表面アルベド α_s について、陸タイルは土地利用区分および植生区分に基づいて決定する。陸タイルで積雪がある場合および海タイルで海水がある場合はともに $\alpha_s = 0.6$ としている⁸。海タイルのアルベドについて、直達光に対するアルベド $\alpha_{s,B}$ は Briegleb et al. (1986) による以下のパラメタリゼーションで計算する。

$$\alpha_{s,B} = \frac{0.026}{(\mu^{1.7} + 0.065)} + 0.15(\mu - 0.1)(\mu - 0.5)(\mu - 1.0) \quad (2.7.20)$$

μ は太陽天頂角の余弦である。散乱光に対するアルベド $\alpha_{s,D}$ は 0.06 の定数である。

G_s は、地表面から地中 (地面または海氷) への熱伝導を考える。陸タイルにおける地中熱伝導については次の項で説明する。

なお、海タイル (海氷なし) の場合は、温度変化率に対して熱容量が非常に大きいとして、(2.7.17) 式の左辺をゼロとしている。海タイルの T_s は海洋気象情報室作成の海面水温解析値を用いている。

(2) 地中熱伝導および地中温度予測

上記で説明したように、地表面熱収支式を閉じるには G_s を求める必要があり、そのためには地中温度 T_g が必要となる。SLAB では地中熱伝導方程式を解くことにより、地中温度の時間変化を見積もっている。熱伝導方程式および地中熱フラックス G は以下のとおりである。

$$c_g \frac{\partial T_g}{\partial t} = - \frac{\partial G}{\partial z} \quad (2.7.21a)$$

⁷ MSM, LFM とともに 0.5 cm としている。

⁸ すずなどによって汚れた場合の積雪アルベドに近い。

$$G = -\lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial z} \quad (2.7.21b)$$

ここで、 c_g は地中の熱容量、 λ_g は地中の熱伝導率である。これらは鉛直方向に一様であると仮定し、熱伝導率 $\nu_g (= \lambda_g / c_g)$ の形で定数として与える。

SLAB では、これらの式を鉛直離散化して数値計算する。MSM・LFM とともに地中を 8 層⁹に分割し、各層の地面温度を予報変数とする。ただし、地中最下層の温度は気候値を与える。地中熱フラックスは各地中層の上下境界で定義する。(2.7.21) 式を離散化すると、地中第 k 層の温度の時間変化量 $\Delta T_{g,k}$ と第 k 層下端の地中熱フラックス G_k は以下ようになる。

$$\frac{\Delta T_{g,k}}{\Delta t} = \begin{cases} -\frac{G_k - G_s}{\Delta z_k} & k = 1 \\ -\frac{G_k - G_{k-1}}{\Delta z_k} & 2 \leq k \leq 7 \\ 0 & k = 8 \end{cases} \quad (2.7.22)$$

$$G_s = \nu_s \frac{T_s - T_{g,1}}{z_{g,1} - \frac{\Delta z_s}{2}} \quad (2.7.23a)$$

$$G_k = \nu_g \frac{T_{g,k} - T_{g,k+1}}{\frac{\Delta z_{g,k} + \Delta z_{g,k+1}}{2}} \quad (1 \leq k \leq 7) \quad (2.7.23b)$$

なお、 $\Delta z_{g,k}$ は地中第 k 層の間隔、 $z_{g,1}$ は地中第 1 層下端の深さを表す。

(3) 土壌水分量予測

SLAB において土壌水分量はポーエン比（顕熱と潜熱の比）の大きさを左右するパラメータであり、地表面温度の日変化を適切に予測するためには、より現実的な土壌水分量の時間変化を予測することが重要である。SLAB では、土壌水分量を強制復元法に基づいた定式で予測している。強制復元法は、土壌を 2 層に分割し、強制力（蒸発や降水による増減）と復元力（表層の土壌水分量が土壌深部の平均的な値に戻ろうとする）の二項により時間変化率を見積もる方法である。MSM では Deardorff (1978) に従い定式化している。Deardorff (1978) では、強制項および復元項にかかる係数がある特定の土壌（Adelanto Loam）でのデータを用いて定めている。この土壌は日本域の代表的な土壌と比べると砂質が多く、土壌水分量変化の時定数が短い傾向がある。そのため、MSM では急激な土壌水分量の変化を抑制するために予測値に対して上下限値を設けている（原ほか 2008）。asuca および asuca 変分法解析システ

⁹ 地表面から各層下端境界までの深さはそれぞれ、1.2 cm, 2.25 cm, 3.93 cm, 6.786 cm, 11.9268 cm, 21.69432 cm, 41.22936 cm, 80.29944 cm である。

ム (asuca-Var) を LFM に導入する際に、土壌水分量が急激に変化をするという予測特性の影響で、地上観測を同化した効果が持続しないという課題があった（幾田 2015）。そこで、Noilhan and Planton (1989) に従い、様々な土壌特性を考慮できる方法を SLAB に実装し、2015 年には局地解析内の 5 km 解像度予報、2017 年には LFM に導入した。以下で、新しく導入した土壌水分量予測手法を説明する。

表層および深層の土壌水分量の予報方程式は以下のとおりである。

$$\frac{\partial w_{g1}}{\partial t} = \frac{C_1}{\rho_w d_1} (P - E) - \frac{C_2}{\tau} (w_{g1} - w_{g,eq}) \quad (2.7.24)$$

$$\frac{\partial w_{g2}}{\partial t} = \frac{1}{\rho_w d_2} (P - E) \quad (2.7.25)$$

ここで、 P は降水フラックス [$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$], $d_1 = 0.1 \text{ m}$, $d_2 = 0.5 \text{ m}$, $\tau = 86400 \text{ s}$ である。 $w_{g,eq}$ は、平衡状態における土壌体積含水率で、

$$w_{g,eq} = w_{g2} - a w_{\text{sat}} \left(\frac{w_{g2}}{w_{\text{sat}}} \right)^p \left[1 - \left(\frac{w_{g2}}{w_{\text{sat}}} \right)^{8p} \right] \quad (2.7.26)$$

と表す (w_{sat} は飽和体積含水率、 p は土壌特性に依存する定数)。 C_1, C_2 は以下のように与える。

$$C_1 = \begin{cases} C_{1,\text{sat}} \left(\frac{w_{g1}}{w_{\text{sat}}} \right)^{-b/2-1} & w_{g1} \geq w_{\text{wilt}} \\ C_{1,\text{max}} \exp \left[-\frac{(w_{g1} - w_{\text{max}})^2}{2\sigma_g^2} \right] & w_{g1} < w_{\text{wilt}} \end{cases} \quad (2.7.27a)$$

$$C_2 = C_{2,\text{ref}} \left(\frac{w_{g2}}{w_{\text{sat}} - w_{g2} + 0.01} \right) \quad (2.7.27b)$$

w_{wilt} はしおれ点における土壌体積含水率¹⁰を表す。非常に乾いた土壌 ($w_g < w_{\text{wilt}}$) における C_1 の定式は、Braud et al. (1993) に基づき、土壌内を水蒸気が移動することによる輸送効果を表現している。(2.7.27) 式内のパラメータ ($C_{1,\text{max}}, w_{\text{max}}, \sigma_g$) は Noilhan and Mahfouf (1996) のとおり、以下のように定める。

$$C_{1,\text{max}} = (1.19w_{\text{wilt}} - 5.09) \times 10^{-2} T_s - 1.464w_{\text{wilt}} + 17.86 \quad (2.7.28)$$

$$w_{\text{max}} = \eta w_{\text{wilt}} \quad (2.7.29)$$

$$\eta = (-1.815 \times 10^{-2} T_s + 6.41) w_{\text{wilt}} + (6.5 \times 10^{-3} T_s - 1.4) \quad (2.7.30)$$

$$\sigma_g^2 = -\frac{w_{\text{max}}^2}{2 \ln \frac{0.01}{C_{1,\text{max}}}} \quad (2.7.31)$$

¹⁰ 土壌水分量がこれ以下になると植生は根から水分を吸い上げられなくなる。

その他のパラメータ ($w_{\text{sat}}, w_{\text{wilt}}, w_{\text{fc}}, b, C_{1,\text{sat}}, C_{2,\text{ref}}, a, p$) は土壌特性に依存して決まる。Noilhan and Lacarrère (1995) の経験式を用いて、砂質・粘土質土壌の割合 ($f_{\text{sand}}[\%], f_{\text{clay}}[\%]$) から以下のように求める。

$$w_{\text{sat}} = (-1.08f_{\text{sand}} + 494.305) \times 10^{-3} \quad (2.7.32a)$$

$$w_{\text{wilt}} = 37.1342 \times 10^{-3}(f_{\text{clay}})^{1/2} \quad (2.7.32b)$$

$$w_{\text{fc}} = 89.0467 \times 10^{-3}(f_{\text{clay}})^{0.3496} \quad (2.7.32c)$$

$$b = 0.137f_{\text{clay}} + 3.501 \quad (2.7.32d)$$

$$C_{1,\text{sat}} = (5.58f_{\text{clay}} + 84.88) \times 10^{-3} \quad (2.7.32e)$$

$$C_{2,\text{ref}} = 13.815(f_{\text{clay}})^{-0.954} \quad (2.7.32f)$$

$$a = 732.42 \times 10^{-3}(f_{\text{clay}})^{-0.539} \quad (2.7.32g)$$

$$p = 0.134f_{\text{clay}} + 3.4 \quad (2.7.32h)$$

f_{sand} および f_{clay} は、HWSD (Harmonized World Soil Database; FAO et al. 2012) を用いて決定している。

2.7.5 地上観測高度における物理量診断

asuca では、地上観測高度における気温、湿度、風速を接地境界層の相似則に基づくプロファイルを設定して診断計算している。これら診断した値は MSM や LFM の地上予測プロダクトとしている他、実際の地上観測と比較してモデルの予測精度を検証するためにも使っている。高度 10 m の風速 ($u_{10\text{m}}$)、高度 1.5 m の温位 ($\theta_{1.5\text{m}}$) および比湿 ($q_{v1.5\text{m}}$) は以下のように診断する。

$$u_{10\text{m}} = \sqrt{\frac{C_m(z_1)}{C_m(z_{10\text{m}})}} u_1 \quad (2.7.33)$$

$$\theta_{1.5\text{m}} = \theta_s + \frac{C_h(z_1)}{C_h(z_{1.5\text{m}})} \sqrt{\frac{C_m(z_{1.5\text{m}})}{C_m(z_1)}} (\theta_1 - \theta_s) \quad (2.7.34)$$

$$q_{v1.5\text{m}} = q_{vs} + \frac{C_q(z_1)}{C_q(z_{1.5\text{m}})} \sqrt{\frac{C_m(z_{1.5\text{m}})}{C_m(z_1)}} (q_{v1} - q_{vs}) \quad (2.7.35)$$

2.7.6 今後の開発について

以下に、asuca における地表面過程開発の進捗および今後の開発方針について述べる。

(1) 最近の開発状況について

MSM および LFM では地上気象要素の日変化が小さいという誤差特性があり (例えば、佐藤・安斎 2018 など)、多面的な検証や開発を進めている。地上気温については、第 2.4 節や第 2.5 節で述べたように、過剰な上層雲量によって地上日射量予測が過小となり、このことが日中の地上気温予測の誤差の一因であることがわかっている。現在、雲量診断方法の改良を進めており、これに合わせて、地表面パラメータの調整も順次実施していく予定である。地上比湿については、MSM の予測値は過小であることがわかっており、現在、第 2.7.4

項の (3) で説明した新しい土壌水分予測方法を MSM にも導入する方向で開発および検証を行っている。

その他、バルク係数の計算方法について、asuca の空間離散化手法に最適な定式化への変更も計画している。asuca では空間離散化の方法に有限体積法を採用しており、各格子点の物理量は各格子境界で囲まれたセルの平均値を表している。しかし、現状の地表面フラックス定式化においては、最下層格子点値を最下層格子の中心の値と捉え、相似則に基づくプロファイル (対数則) を仮定している。そこで、Nishizawa and Kitamura (2018) に基づき、(2.7.6) 式および (2.7.7) 式の Φ を大気最下層内で平均化した以下の定式で与えるように改良を試みている。

$$\overline{\Phi}_m = \Phi_m(\zeta'_1) - \frac{1}{\zeta'_1} \int_{\zeta'_{0m}}^{\zeta'_1} \phi_m(\zeta) d\zeta \quad (2.7.36a)$$

$$\overline{\Phi}_h = \Phi_h(\zeta'_1) - \frac{1}{\zeta'_1} \int_{\zeta'_{0h}}^{\zeta'_1} \phi_h(\zeta) d\zeta \quad (2.7.36b)$$

$$\overline{\Phi}_q = \Phi_q(\zeta'_1) - \frac{1}{\zeta'_1} \int_{\zeta'_{0q}}^{\zeta'_1} \phi_q(\zeta) d\zeta \quad (2.7.36c)$$

ここで、 $\zeta'_1 = z'_1/L_{\text{MO}}$ 、 $\zeta'_{0m} = z_{0m}/L_{\text{MO}}$ (添字 h, q についても同様) で、 z'_1 はモデル最下層の上端の高度を表す。インパクトとしては、バルク係数がこれまでに比べて大きくなり、地表面フラックスが全体的に増加した。特に、冬型で大陸からの寒気が日本域に流入するような事例で、日本海からの顕熱フラックスが増加し、MSM が持つ冬季対流圏下層の低温誤差の縮小に貢献することもわかった。引き続き MSM および LFM への導入に向けて開発を進める方針である。

(2) 今後の地表面過程開発について

SLAB では植生を平板として扱っているため、植生キャノピーの効果 (植生内の放射伝達やキャノピー内部の乱流による熱輸送など) を直接的に表現することはできない。しかし、それらの物理プロセスを表現することは地表面温度の予測精度向上のためには必要不可欠であり、実際に海外の数値予報センターの陸面モデルではこの効果が取り込まれている (例えば、Best et al. 2011 など)。SLAB のフレームワークで改良を目指すには、複数のパラメータ調整を余儀なくされるが、科学的根拠に乏しい場合が多い。例えば、国土数値情報の土地利用区分にある「ゴルフ場」に対して SLAB は地表面パラメータを割り当てているが、ゴルフ場自体、草原や池、森林など複数の要素で構成されているため、特定の熱容量や熱伝導率を科学的に突き詰めることは困難である。

数値予報課では、現在のタイリング法の枠組みを維持したまま、GSM の陸面モデルのようなキャノピー植生モデルを導入できるよう、SLAB とは別のフレームワークでの陸面モデル開発に取り組んでいる。開発は原ほか (2008) で述べられている「新陸面モデル」を再

構築するところからスタートした。2015年の段階で、フレームワークは完成しており、積雪解析の第一推定値を作成するためにオフラインモデルとしてメソ解析に導入している(草開 2015)。今後はGSMの陸面モデルの開発成果を取り込むとともに、MSMへの導入に向けて開発・評価を進める予定である。

参考文献

青柳曉典, 清野直子, 2012: メソ数値予報モデルと都市。気象研究ノート, **224**, 273–301.

Beljaars, A. C. M., 1995: The parameterization of surface fluxes in large-scale models under free convection. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **121**, 255–270.

Beljaars, A. C. M. and A. A. M. Holtslag, 1991: Flux parameterization over land surfaces for atmospheric models. *J. Appl. Meteor.*, **30**, 327–341.

Best, M. J., M. Pryor, D. C. Clark, G. G. Rooney, R. L. H. Essery, C. B. Ménard, J. M. Edwards, M. A. Hendry, A. Porson, N. Gedney, L. M. Mercado, S. Sitch, E. Blyth, O. Boucher, P. M. Cox, C. S. B. Grimmond, and R. J. Harding, 2011: The Joint UK Land Environment Simulator (JULES), model description Part 1: energy and water fluxes. *Geosci. Model Dev*, **4**, 677–699.

Braud, I., J. Noilhan, P. Bessemoulin, P. Mascart, R. Haverkamp, and M. Vauclin, 1993: Bare-ground surface heat and water exchanges under dry conditions: Observations and parameterization. *Bound.-Layer Meteor.*, **66**, 173–200.

Briegleb, B. P., P. Minnis, V. Ramanathan, and E. Harrison, 1986: Comparison of regional clear-sky albedos inferred from satellite observations and model computations. *J. Climate Appl. Meteor.*, **25**, 214–226.

Deardorff, J. W., 1978: Efficient prediction of ground surface temperature and moisture, with inclusion of a layer of vegetation. *J. Geophys. Res.*, **83**, 1889–1903.

FAO, IIASA, ISRIC, ISSCAS, and JRC, 2012: Harmonized World Soil Database (version 1.2). 42pp., URL http://webarchive.iiasa.ac.at/Research/LUC/External-World-soil-database/HWSD_Documentation.pdf.

Garratt, J. R. and R. J. Francey, 1978: Bulk characteristics of heat transfer in the unstable, baroclinic atmospheric boundary layer. *Bound.-Layer Meteor.*, **15**, 399–421.

原旅人, 大泉三津夫, 三浦大輔, 2008: 地表面過程。数値予報課報告・別冊第54号, 気象庁予報部, 166–194.

幾田泰醇, 2015: 局地解析の更新と改良。平成27年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 2–8.

Kitamura, Y. and J. Ito, 2016: Revisiting the bulk relation for heat flux in the free convection limit. *Bound.-Layer Meteor.*, **158**, 93–103.

草開浩, 2012: 地表面過程。数値予報課報告・別冊第58号, 気象庁予報部, 29–41.

草開浩, 2015: 積雪域解析の高度化。平成27年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 44–49.

Loveland, T. R., B. C. Reed, J. F. Brown, D. O. Ohlen, Z. Zhu, L. Yang, and J. W. Merchant, 2000: Development of a global land cover characteristics database and IGBP DISCover from 1km AVHRR data. *Int. J. Remote Sensing*, **21**, 1303–1330.

Nishizawa, S. and Y. Kitamura, 2018: A Surface Flux Scheme Based on the Monin-Obukhov Similarity for Finite Volume Models. *J. Adv. Model. Earth Syst.*, **10**, 3159–3175.

Noilhan, J. and P. Lacarrère, 1995: GCM Grid-Scale Evaporation from Mesoscale Modeling. *J. Climate*, **8**, 206–223.

Noilhan, J. and J.-F. Mahfouf, 1996: The ISBA land surface parameterisation scheme. *Glob. Planet. Chang.*, **13**, 145–159.

Noilhan, J. and S. Planton, 1989: A Simple Parameterization of Land Surface Processes for Meteorological Models. *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 536–549.

佐藤均, 安齋太朗, 2018: 最近の統計検証について。平成30年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 42–47.