第2章 力学過程の改良

2.1 鉛直層増強 1

2.1.1 はじめに

第1.1.6 項で述べたように、GSM1403 では大気全体の鉛直構造の表現の精緻化や、人為的な上部境界の影響の低減、衛星観測データのさらなる利用を目的に全球モデルの鉛直層数を 60 から 100 に増強するとともに、モデルトップを 0.1 hPa から 0.01 hPa まで引き上げた。

鉛直層増強にあたっては、モデルの表現が効果的に向上するように、どの高度にどのくらいの層数を割り当てるか、どこを重点的に高分解能化するかといった、鉛直層配置を検討する必要がある。その際には、空間離散化の精度向上によるモデルの表現を向上させつつ、計算安定性にも配慮する必要がある。また、継続的に鉛直層数増強や層配置の見直しを行っていくため、手動での調整なしに、必要な場所に滑らかに鉛直層が自動的に配置されるような層配置作成手法も重要となる。さらに、層配置の見直しの効果を確認する基礎実験や、さまざまな季節・事例での安定な実行の確認も必要となる。

GSM を含む多くの数値予報モデルでは、上部境界条件としてモデルトップでは鉛直速度を0とする(河野・荒波 2014, Wood et al. 2014, ECMWF 2018 など)。これは、質量などの保存を考慮するためであるが、その一方で、大気に人工的な蓋をすることになるので、下層から伝播してきた波が上部境界で反射することが原理的に不可避である。そのため、実用モデルにおいては、反射波を減衰させるため、偶数次の数値拡散を適用する「スポンジ層」と呼ばれる領域をモデルの上層に設置している。モデルトップの引き上げは、上部境界を予測対象とする領域から遠ざけることを可能にする。これにあわせて、スポンジ層の適用領域についても下層から遠ざけつつ、上部境界からの反射の影響が小さくなるように設定を見直す必要がある。

本節では上記の点を考慮して取り組んだ、GSM1403における鉛直層増強に関連した力学過程の開発について解説する。第 2.1.2 項では、GSM における鉛直層配置作成手法や、GSM1403における鉛直層配置について述べる。第 2.1.3 項では、理想実験による鉛直層増強の効果の確認について述べる。第 2.1.4 項では、鉛直層増強とあわせて実施した、スポンジ層の見直しについて述べる。最後に第 2.1.5 項でまとめと今後の展望について述べる。以下では、GSM0711 から GSM1304 まで利用されていた鉛直層配置を「60 層 GSM」、GSM1403以降 2018 年 11 月現在まで利用されている鉛直層配置を「100 層 GSM」と呼ぶ。

2.1.2 鉛直層配置

100層 GSM では、第 2.1.1 項で述べたねらいが達成できるよう、モデルトップの引き上げに数層使うこと、対流圏から下部成層圏が全体的に高分解能化されること、分解能が滑らかに変化することを考慮して鉛直層配置を作成した。本項では、鉛直層配置作成の前提となる GSM のモデル各層の気圧の計算方法やその制約、GSM1403 で導入した鉛直層配置作成方法と、それを用いた 100層 GSM の鉛直層配置について述べる。

(1) GSM における、モデル各層の気圧の計算

GSM8911 以降、GSM のモデル各層における気圧の計算手法は、Simmons and Burridge (1981) に基づいている。この手法ではまず、ハーフレベル k-1/2 における気圧 $p_{k-1/2}$ [Pa] を以下のように決める 2 。

$$p_{k-1/2} = A_{k-1/2} + B_{k-1/2}p_s (2.1.1)$$

ここで、 $A_{k-1/2}$ [Pa], $B_{k-1/2}$ (0–1) は各層に設定された定数、 p_s [Pa] は地上気圧である。各層の層厚 Δp_k [Pa] は以下で表される。

$$\Delta p_k = p_{k-1/2} - p_{k+1/2}
= (A_{k-1/2} - A_{k+1/2})
+ (B_{k-1/2} - B_{k+1/2}) p_s$$
(2.1.2)

ハーフレベルの気圧を用いて、フルレベルの気圧を以下の通り計算する 3 。

$$p_k = \exp\left(\frac{p_{k-1/2}\log p_{k-1/2} - p_{k+1/2}\log p_{k+1/2}}{\Delta p_k} - 1\right)$$
(2.1.3)

したがって、鉛直層配置は各ハーフレベルにおける A, B を決定することに帰着する。

A, B は任意に決めることはできず、以下のような要件と制約を考慮して設定される。ひとつは地形の効果の扱いに関する要件である。GSM では、地形の効果を扱いやすくするため、下層では鉛直座標が地表面に沿い、 σ (= p/p_s) 座標に近くなるようにしている。一方、地形に沿った鉛直座標が上層まで影響し、空間離散化の誤差が拡大することを避けるため、上層では気圧座標に近い、または完全に気圧座標になるようにする。したがって、A は下層ほど、B は上層ほど 0 に近い、または完全に0 になることが求められる。

また、静力学モデルの場合、ある高度での気圧はそれより上の大気の質量に比例するため、気圧は高度に

¹ 氏家 将志

² GSM の力学過程における物理量の単位は SI 系に基づいて おり、気圧の単位も気象分野の慣例と異なり、Pa を用いる。本節の以下の記述で気圧の具体的な数値を示す場合は、慣例 に沿い、hPa を用いる。

 $^{^3}$ 例外として、 $k_{
m max}$ をモデル最上層のフルレベルとすると、 $p_{k_{
m max}}=rac{1}{2}p_{k_{
m max}-1/2}$ とする。

対する単調減少関数でなければならない。したがって

$$\Delta p_k = (A_{k-1/2} - A_{k+1/2}) + (B_{k-1/2} - B_{k+1/2}) p_s > 0$$
(2.1.4)

が、現実的な p_s の範囲 4 で成り立つことが、A,Bに対する制約となる。

(2) 鉛直層配置作成手法

100 層 GSM における A, B は、Kawai et al. (2013) による手法で計算された。この手法は、以下の 3 ステップで構成される。

- (a) 指定する層番号とその層での気圧の情報を外部から与え、フィッティングにより鉛直層番号と気圧の関係を多項式で作成する。
- (b) (a) を基に、層厚が滑らかに変化するように鉛直 層番号と気圧の関係を修正する。
- (c) σ 座標から気圧座標へ遷移する気圧の情報を与え、 それを基に A, B を決定する。

A, B の作成に必要な情報は、「8 点以上の層番号と対応する気圧 $p_{k-1/2}$ の組み合わせ」、「代表気圧 p_s 」「気圧座標への移行を開始する気圧 p_{\max} 、気圧座標に完全に移行する気圧 p_{\min} 、移行の中間の気圧 p_{\min} (p_{\min} < p_{\min} < p_{\max})」である。これらを入力することで、指定した領域に必要な数だけの層が割り当てられ、かつ、層厚が滑らかになるような A. B が一意に決定できる。

(a) について、まず鉛直層番号 k と、k-1/2 における気圧 $p_{k-1/2}$ の対数 $(\log p_{k-1/2})'$ を、k に関する 8 次の多項式で表す。

$$(\log p_{k-1/2})' = \log p_s + \sum_{i=1}^{8} e_i (k-1)^i$$
 (2.1.5)

ここで e_i はフィッティングの係数である。 e_i を最小二乗法で決定するため、8 点以上の $(k, p_{k-1/2})$ の組み合わせを与える。下層から上層まで、8 点以上の組み合わせを与えることで、「どの高度にどの程度層数を割り振るか」を大まかに決めることができる。

(b) について、対数気圧で見た層厚 $(\Delta \log p_k)''$ を、 k_{\max} をモデル最上層のフルレベルとして、k に関する 6 次の多項式で表す。

$$(\Delta \log p_k)'' = \log p_{k_{\text{max}}-1/2} + \sum_{i=1}^{6} d_i (k - (k_{\text{max}} - 1))^i$$
 (2.1.6)

フィッティング係数 d_i を決定するためのサンプルは (2.1.5) 式から、

$$(\Delta \log p_k)'' = (\log p_{k-1/2})' - (\log p_{k+1/2})'$$
(2.1.7)

を計算することで作成する。さらに、 $p_{1/2}$ が p_s と等しくなることを保証するため

$$(\Delta \log p_k) = \alpha (\Delta \log p_k)'' \tag{2.1.8}$$

$$\alpha = \frac{\log p_s - \log p_{k_{\text{max}} - 1/2}}{\sum_{k=1}^{k_{\text{max}} - 1} (\Delta \log p_k)''}$$
 (2.1.9)

で定義される係数 α を乗じたものを $\Delta \log p_k$ とする。 このように、層厚について連続関数でフィッティング することで、層厚を滑らかに変化させることが可能に なる。

(c) について、 σ 座標から気圧座標への遷移の度合いは「AB 比」と呼ばれる量 μ (0–1) で定義する。 μ の定義式は以下の通りである。

$$\mu = \frac{A}{A + Bp_0} \tag{2.1.10}$$

ここで $p_0=1000$ hPa である。 μ は 0 から 1 の値をとり、 μ が大きいほど気圧座標に近くなっていることを表す。 p_{mid} は $\mu=0.5$ となる気圧で定義する。 $\mu=1,0$ のときはそれぞれ B=0, A=0 であるため、気圧座標、 σ 座標に完全に移行していることを意味する。 μ が 1 から 0.5 まで変化する区間と、 μ が 0.5 から 0 まで変化する区間に分割し、それぞれを気圧の対数に関する 3 次多項式で表す。

$$\mu = \begin{cases} 1 & p < p_{\min} \\ \sum_{i=1}^{3} a_i \left(\log p - \log p_{\min} \right)^i + 1 & p_{\min} \le p < p_{\min} \\ \sum_{i=1}^{3} b_i \left(\log p - \log p_{\max} \right)^i & p_{\min} \le p < p_{\max} \\ 0 & p \ge p_{\max} \end{cases}$$

$$(2.1.11)$$

ここで、未知数は 6 つであるため、条件が 6 つ必要になる。 $p=p_{\min},\ p_{\max}$ でそれぞれ微分が 0 になること、 $p=p_{\min}$ で μ が 0.5 になること、及び 2 階微分まで連続であるという条件から、 $a_i,\ b_i$ を一意に決定することが可能になる。

(3) 100 層 GSM の鉛直層配置

100 層 GSM では、表 2.1.1 の設定で A, B を作成した。気圧座標への移行を開始する気圧 p_{\max} は代表気圧 p_s と同じ 1000 hPa とした。このことで、第 2 層目から σ 座標から気圧座標への遷移が始まる。60 層 GSM では 940 hPa までは完全に σ 座標であったが、100 層 GSM では、それよりも下層から気圧座標への遷移を開始させ、地形の勾配が存在するところでの微分の数値 誤差の減少を狙っている。完全に気圧座標になる気圧

 $[\]frac{1}{4}$ 100 層 GSM においては、少なくとも p_s が 1100 hPa から 330 hPa 程度の範囲で (2.1.4) 式が成り立つことを確認している。

 p_{\min} は、60 層 GSM を踏襲し、60 hPa とした。本来 は、より低い高度で気圧座標に完全に移行させるほう が計算誤差の観点から望ましい。一方、低い高度で気 圧座標に完全に遷移させると、高度の高いところで層 厚が薄くなりすぎることがある。層厚が薄くなりすぎ ることによる計算安定性への悪影響を避けるため、60 層 GSM とほぼ同じ高度で気圧座標に完全に移行する ように設定した。100層 GSM の対流圏、成層圏におけ る層数を 60 層 GSM と比較した表を 表 2.1.2 に示す。 大気全体の表現向上のため、ほぼ全ての領域で層数を 増加させている。特に、対流圏上層から下部成層圏に 多くの層数を割り当てている。100層 GSM は、60層 GSM のモデルトップである 0.1 hPa から上層では、4 層が追加されている。地上気圧が1000 hPaの時の各層 における層厚を Δp 、及び $T=300~{
m K}$ の等温大気を仮 定して、層厚を高度 Δz [m] で示したものが 図 2.1.1 で ある。100層 GSM の層配置は、60層 GSM に対して、 ほぼすべての層で高分解能化されている。特に、対流 圏から下部成層圏 (1000 hPa から 10 hPa) で高分解 能化されており、 Δz で見て、分解能が倍近くになって いる箇所も見られる。また、モデル最下層フルレベル の地表面からの高度は、地上気圧が 1000 hPa、気温が 300 K とすると、60 層 GSM で約 13 m、100 層 GSM で約8 m となる (図略)。60 層 GSM は手動で A, B を 調節した箇所があるため、 Δp が単調変化せずに不連 続な箇所が見られるが、100 層 GSM は滑らかに層厚 が変化している。参考として、GSM と同じ鉛直座標を 採用している ECMWF の全球モデルである IFS の設 定⁵ と比較すると、100 層 GSM の鉛直分解能は、91 層 IFS(2006 年 2 月から 2013 年 6 月まで利用。2018 年 11 月現在もアンサンブル予報システムで利用) と 137 層 IFS (2013 年 6 月以降、2018 年 11 月現在まで 利用)の間にあり、層数の増加と大気全体の高分解能 化が対応している。

(4) 積分時間間隔の決定

60層 GSM では、TL959の積分時間間隔は600 sであった。100層 GSM では層数が約1.5 倍になるため、モデルの安定な実行のために、積分時間間隔を60層 GSM より小さく取った。積分時間間隔は、計算安定性に悪影響を及ぼさない範囲でできるだけ長く取ること、計算結果の出力時間間隔の要請から3600 s(1 時間)の約数であることを条件に検討した。積分時間間隔を決定するため、第2.1.2項(3)で作成した鉛直層配置で、水平解像度 TL959、鉛直100層(以下、TL959L100と呼ぶ)での、安定性確認テストを多数の初期値で行った。様々な季節や事例での安定動作の確認のため、1年分の初期値を用いてテストを行った。特に、台風周辺

表 2.1.1 100 層 GSM の層配置作成における、入力パラメータ

層番号	気圧 [hPa]		
1	1000.0		
2	998.0		
3	995.0		
4	991.0		
5	986.0		気圧 [hPa]
10	940.0	p_s	1000.0
19	800.0	$p_{\rm max}$	1000.0
28	600.0	$p_{ m mid}$	400.0
40	300.0	p_{\min}	60.0
57	100.0		
79	10.0		
90	1.0		
97	0.1		
100	0.02		

表 2.1.2 地上気圧を 1000 hPa としたときの 60 層 GSM と 100 層 GSM におけるフルレベル層数の比較。

	100 層 GSM	60 層 GSM
モデルトップ	0.01 hPa	0.1 hPa
1000–850 hPa	16	11
850–200 hPa	33	20
200–70 hPa	14	6
70–10 hPa	19	9
10–1 hPa	9	10
1–0.1 hPa	5	4
0.1–0.01 hPa	4	-

等での強い収束・発散に伴い鉛直保存セミラグランジュ法 (Yukimoto et al. 2011)の計算過程で発生する負の層厚の修正 (田宮 2009)の発生頻度や、それに伴う計算安定性の低下に注意した。安定性確認テストの結果、1年を通じて安定に TL959L100の GSM を実行でき、かつ、条件を満たす積分時間間隔として、400 s が選択された。

2.1.3 理想実験による、鉛直層増強の効果の確認

新たに作成された鉛直層配置が、空間離散化精度の向上を通じてモデルの表現能力を向上させているかを確認するため、力学過程のみでの理想実験を行った。行った実験は、気圧傾度力の数値誤差の診断、Jablonowski and Williamson (2006) の定常解維持実験の2つである。いずれも厳密解が存在するケースであり、誤差を定量的に評価することが可能である。

(1) 気圧傾度力の数値誤差の診断

等温位大気における気圧傾度力が厳密に 0 になることを利用して、気圧傾度力の数値誤差を定量化する。この診断では、ある1地点における気圧や標高の勾配、

⁵ IFS の鉛直層配置作成手法は論文等にはなっていないが、層配置自体は過去の設定も含めて ECMWF のホームページ (https://www.ecmwf.int/en/forecasts/documentation-and-support) で公開されている。

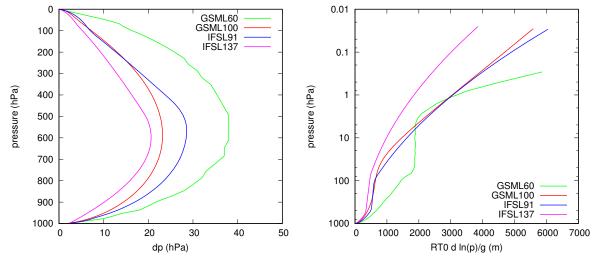


図 2.1.1 地上気圧を 1000 hPa としたときの、(左) 気圧でみた層厚 Δp [hPa]、(右) 300 K の等温大気を仮定した時の高度でみた層厚 Δz [m] の鉛直プロファイル。実線の色はそれぞれ、緑:60 層 GSM、赤:100 層 GSM、青:91 層 IFS、紫:137 層 IFS。IFS の鉛直層配置は、ECMWF のホームページで公開されている情報 (https://www.ecmwf.int/en/forecasts/documentation-and-support) を基に作成した。

温位を外部から与え、気圧傾度力の鉛直プロファイルを計算する。鉛直 1 次元での診断であり、モデルによる時間積分は行わない。乾燥大気におけるプリミティブ方程式系では、気圧傾度力 \mathbf{F}_{pgrad} $[m\ s^{-2}]$ は以下の式で表される。

$$\mathbf{F}_{pgrad} = -\nabla_p \Phi = -\nabla_\eta \Phi - \frac{R_d T}{p} \nabla_\eta p$$
 (2.1.12)

ここで T, Φ , R_d はそれぞれ気温 [K]、ジオポテンシャル $[m^2 \ s^{-2}]$ 、乾燥大気の気体定数 $[J \ kg^{-1} \ K^{-1}]$ である。 ∇ の下付き添え字の p, η はそれぞれ、気圧面、モデル面に沿って水平微分を行うことを示す。 η はモデル面であり、地表面で 1、大気上端で 0 となる単調関数である。静力学平衡の関係から Φ は、 Φ_s を地表面のジオポテンシャルとすると

$$\Phi = \Phi_s + \int_p^{p_s} R_d T d \ln p \tag{2.1.13}$$

となる。等温位大気 ($\theta_0 = const.$) のように気温 T が 気圧 p のみの関数である場合、 Φ も p のみの関数となり、(2.1.12) 式も 0 となる。

GSM が採用している Simmons and Burridge (1981) の手法では、k 層目の気圧傾度力 \mathbf{F}_{pgrad} , k は、 Φ_s , T, p_s

の水平勾配を用いて以下のように離散化される6。

$$F_{\text{pgrad},k} = -\nabla_{\eta} \Phi_{s} - \sum_{l=1}^{k-1} R_{d} \ln \left(\frac{p_{l-1/2}}{p_{l+1/2}} \right) \nabla_{\eta} T_{l}$$

$$- \sum_{l=1}^{k-1} R_{d} T_{l} \left(\frac{B_{l-1/2}}{p_{l-1/2}} - \frac{B_{l+1/2}}{p_{l+1/2}} \right) \nabla_{\eta} p_{s}$$

$$- \alpha_{k} R_{d} \nabla_{\eta} T_{k} - R_{d} T_{k} \frac{B_{k-1/2}}{p_{k-1/2}} \nabla_{\eta} p_{s}$$

$$(2.1.14)$$

ここで α_k は

$$\alpha_{k} = \begin{cases} 1 - \frac{p_{k+1/2}}{\Delta p_{k}} \ln\left(\frac{p_{k-1/2}}{p_{k+1/2}}\right) & k \neq k_{max} \\ \ln 2 & k = k_{max} \end{cases}$$
(2.1.15)

である。等温位大気の場合、 T_k は p_k と θ_0 から与えることが可能である。また、地表面のジオポテンシャルの勾配を

$$\nabla \Phi_s = -\frac{R_d T(p_s)}{p_s} \nabla p_s \tag{2.1.16}$$

のように計算することで、ある地点における地上気圧 p_s 、 Φ_s の勾配 $\nabla \Phi_s$ 、 温位 θ_0 の 3 つのパラメータから (2.1.14) 式の計算が可能となる。以下では、気圧傾度力の東西成分の誤差 e [m/s] は、経度 λ [rad]、緯度 ϕ [rad]、地球の半径 $a=6.371\times 10^6$ m, $f=10^{-4}$ s⁻¹, $\cos\phi=1$ として、

$$e = -\frac{1}{fa\cos\phi} \left[\frac{R_d T}{p} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right]_k \tag{2.1.17}$$

6 この離散化は GSM1603 までの手法と同じだが、第 2.2.1 項 (3) で示すように、GSM1705 では異なる離散化手法を採用している。

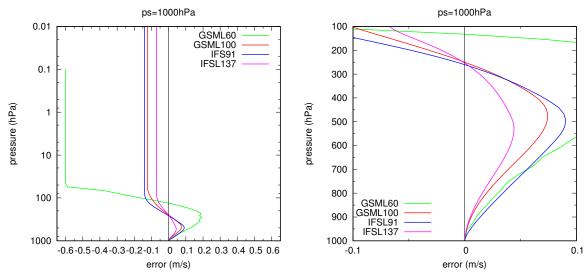


図 2.1.2 (左)(2.1.17) 式で定義された、気圧傾度力誤差 [m/s] の鉛直プロファイル。(右)(左)と同じ、ただし、描画範囲は 1000 hPa から 100 hPa まで。与えたパラメータは、 $p_s=1000$ hPa, $\frac{\partial \Phi_s}{\partial \lambda}=a~g\times(10~m)/(1~km), \theta_0=300~K$ 。実線の色はそれぞれ、緑:60 層 GSM、赤:100 層 GSM、青:91 層 IFS、紫:137 層 IFS。

のように風速の次元で定義する。

図 2.1.2 は、 $p_s=1000$ hPa, $\frac{\partial \Phi_s}{\partial \lambda}=a$ $g\times (10 \text{ m})/(1 \text{ km})$, $\theta_0=300$ K とした場合の e の鉛直プロファイルを示す。ここで g [m s $^{-2}$] は重力加速度である。(2.1.14) 式のように、離散化された気圧傾度力は下層からの鉛直積算の項を含む。そのため、下層に数値誤差が存在するとその影響は上層にも現れる。等温位大気実験では、大気下層では e は正の値を持ち、上層に行くにつれ減少し、対流圏上層で負の値となる。さらに上層に行くにつれ、負の値が拡大するが、鉛直座標が気圧座標に完全に移行すると、誤差は一定の値となる 7 。

気圧傾度力の誤差の大小を異なる層設定間で比較する。まず、60 層 GSM に対して、100 層 GSM では全層にわたって気圧傾度力を大きく減少させている。特に100 hPa 付近を中心とした、対流圏上層から下部成層圏での誤差の減少が顕著である。このことは対流圏上層で100 層 GSM の層数が60 層 GSM に対して増強されていることと関連している。前述の通り、対流圏での気圧傾度力誤差の減少は成層圏にも影響するため、約60 hPa より上層においても、100 層 GSM の気圧傾度力誤差の60 層 GSM に対する減少は維持されている。また、100 層 GSM は91 層 IFS に対して、全層にわたって誤差が小さく、137 層 IFS に対しては誤差が大きい。このことから、鉛直層数やその配置が気圧傾度力の離散化の精度に大きく影響しており、鉛直層数の増強は確実に誤差を減少させていると言える。

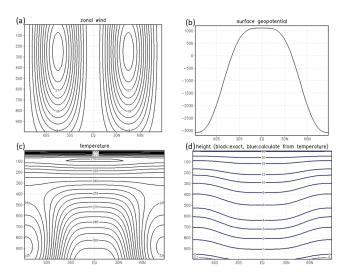


図 2.1.3 Jablonowski and Williamson (2006) の平衡解維持実験で与える、帯状平均の (a) 東西風速 [m/s]、(b) 地上のジオポテンシャル $[m^2 s^{-2}]$ 、(c) 気温 [K]、(d) ジオポテンシャル高度 [km]。(a)、(c)、(d) の縦軸は気圧 [hPa]。

(2) Jablonowski and Williamson (2006) の平衡解の 維持実験

この実験では、3次元大気における不安定な平衡状態にある初期場を与え、モデルがどれだけその平衡解を維持できるか確認する。したがって、モデルの誤差は、初期場からの差で定量化できる。初期場は Jablonowski and Williamson (2006) の 2 章 (a) で示されているような、帯状一様かつ、プリミティブ方程式系のもとで平衡状態にある場を与える(図 2.1.3)。中緯度を中心に大きな気温の南北傾度や、それに対応するジェットが存在していることからわかるように、現実大気の構造をある程度模したものであり、傾圧不安定な場であ

 $^{^7}$ 等温位大気では、気圧座標に完全に移行すると $\frac{\partial T_k}{\partial \lambda}=0$ となる。ある層 k_p より上で B=0 となるとすると、それより上の気圧傾度力は鉛直一様になることが (2.1.14) 式からも示せる。

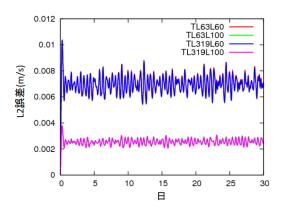


図 2.1.4 Jablonowski and Williamson (2006) の平衡解維持実験における、東西風速の帯状平均値の l_2 誤差 [m/s] の時系列。実線の色の違いはそれぞれ水平解像度、鉛直解像度の違いを表し、赤:TL63L60、緑:TL63L100、青:TL319L60、紫:TL319L100 を表す。赤実線と青実線、緑と紫の実線はほぼ重なっている。

る 8 。図 2.1.4 は以下の式で示される、東西風の帯状平均場 \overline{u} [m/s] の l_2 誤差の時系列を示したものである。

$$l_2(t) = \left[\frac{\int_{-1}^1 d(\sin\phi) \int_0^{p_s} (\overline{u}(t) - \overline{u}(t=0))^2 dp}{\int_{-1}^1 d(\sin\phi) \int_0^{p_s} dp} \right]^{\frac{1}{2}}$$
(2.1.18)

水平解像度は TL63, 319の2種類、鉛直層配置は60層 GSM、100層 GSMの2種類の実験結果を示している。積分時間間隔はいずれも1200sである。鉛直解像度の違いによる誤差の違いが明瞭にあらわれており、100層 GSM は60層 GSM に対して l_2 誤差を大きく減少させている。水平解像度による誤差の違いは、鉛直のそれに比べて小さく、図2.1.4では、グラフが重なるほど水平解像度による差は小さい。全球規模の流れの維持において鉛直層の違いの影響は大きく、100層 GSM は60層 GSM に対して、大気の表現の精度を向上させていることが示された。

これらの理想実験から、GSM1403 で作成された鉛直層配置は、空間離散化誤差を 60 層 GSM よりも減少させており、鉛直高分解能化の効果を発揮できることが確かめられた。

2.1.4 スポンジ層の再設定

GSM1403 では鉛直層増強を契機に、対流圏及び成層圏の予測精度向上や、成層圏に感度のある衛星観測データの利用拡大を目的に、スポンジ層としての数値拡散の見直しを行った。

(1) 上部境界条件とスポンジ層

GSM では、上部境界条件として大気上端では鉛直速 度をゼロとしている。これによって、連続系では全球 積算した質量は保存する⁹。その一方で、現実にはな い境界条件を課すことになるため、現実にはない大気 上端からの反射波が存在するようになる。これは、大 気に人工的な蓋をすることに相当する。p, w をそれぞ れ、気圧、鉛直速度とし、また、 \overline{A} と A' を変数 A の 基本場とそこからの摂動(波動)とすると、波動のエ ネルギーフラックスは $\overline{p'w'}$ となり (Lindzen 1990)、大 気上端で鉛直速度が0という境界条件では、 $\overline{p'w'}=0$ となる。Eliassen and Palm (1961) などによる解析を 適用すると、 $\overline{p'w'}=0$ は、下層からの入射波と上端で の反射波が打ち消し合うことで実現されることが示さ れる。つまり、鉛直速度を大気上端で0にすると、下 層から伝播してきた波が上部境界で反射することが原 理的に避けられない。大気の密度の小さい上端からの 反射波が密度が大きい下層に伝わる段階では、その振 幅自体は小さくなる。しかし、反射の影響を無視はで きない。

反射波が存在しない上部境界条件として、モデルトップでエネルギーフラックスが連続になるという、開放境界条件または無反射境界条件 (Bougeault 1983; Klemp and Durran 1983 など)を適用するモデルも存在する。しかし、密度の変化や地球の回転等を考慮した、数学的に厳密に無反射となる境界条件を設定することは難しい。数値予報モデルや気候モデルといった実用モデルにおいては、反射波を減衰させる簡便な手法として、偶数次の数値拡散を適用する「スポンジ層」と呼ばれる領域をモデルの上層に設置することが一般的である。

(2) GSM1403 におけるスポンジ層の設定の変更

GSM1403 より前の GSM では、4 次の数値拡散を $100~\mathrm{hPa}$ より上層で強化する形でスポンジ層を設定していた。具体的には、巻末付録 A.2.7で示す、4 次の拡散係数 $K_{4\mathrm{th}}$ $[\mathrm{m^2~s^{-1}}]$ に、以下の式で与えられる強化係数 e_h を掛けていた。

$$e_h(p) = \min \left[\max \left[50 \frac{\ln \frac{p_1}{p}}{\ln p_1}, 1 \right], 50 \right]$$
 (2.1.19)

ここで、 \max , \min はそれぞれ最大値、最小値を取る関数、p は地上気圧が 1000 hPa のときのフルレベルの気圧、 p_1 は拡散係数強化を開始する気圧で 100 hPa に設定されていた。 e_h は上層ほど大きくなり、最大値は50 である。一方、4 次拡散のような高次の拡散は、エイリアシング(第 2.2.1 項 (1))に伴うノイズのような切断波数付近の小スケールの成分を選択的に減衰させることを主な目的としている。そのため、下層から成層圏に鉛直伝播する内部重力波(山岳波等)のような、

⁸ 実際、中緯度に微小擾乱を与えると、傾圧不安定波動が発生する。この波動の振る舞いを確認することも Jablonowski and Williamson (2006) のテストケースに含まれているが、解析解が存在しないため、誤差を定量化できない。そのため、本節では平衡解維持実験の結果のみ議論する。

 $^{^9}$ 離散化後も保存性を保証させるためには、保存スキームの利用が必要である。

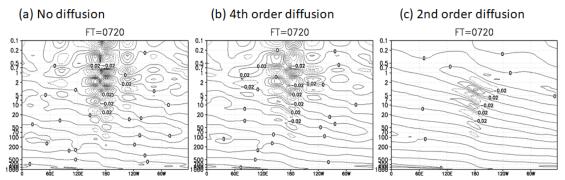


図 2.1.5 山岳波実験における 1000 hPa から 0.1 hPa までの鉛直風 [m/s] の分布。(a) 数値拡散なし、(b)4 次拡散強化、(c)2 次拡散。モデルの解像度は切断波数 42 鉛直 60 層、積分時間間隔は 1200 s とした。山の形状は半値幅 15° のベル型地形とし、高さは 1 m。基本場として、30 m/s の鉛直一様な水平風、300 K の等温大気を与えた。スポンジ層の適用を開始する気圧は 4 次拡散、2 次拡散でそれぞれ、100 hPa、5 hPa。波数 106 に対する緩和時間の最大値はそれぞれ、7.2/50 時間、7.2/200 時間とした。

モデルが解像するスケールの波に伴う反射波を十分減衰させることは難しい。内部重力波の反射を軽減させるスポンジ層としては、低次の拡散を利用することもある。Klemp and Lilly (1978) では、2次の拡散を水平風に適用して反射波を減衰させた。また、近年の数値予報モデル、例えば、米国のコミュニティメソスケールモデル WRF や、英国気象局の全球・領域統一モデル Unified Model では、スポンジ層としての拡散を鉛直速度に対する0次の拡散、つまり減衰項の形で定式化している (Klemp et al. 2008; Wood et al. 2014)。

GSM1403 以降では、100 hPaより上層での 4 次拡散の強化を停止し、スポンジ層としての役割は 2 次拡散が担うように数値拡散の定式化を変更した(巻末付録 A.2.7)。GSM では、鉛直速度は予報変数ではないため、鉛直速度に関連する予報変数である水平発散について 2 次拡散を適用する。2 次拡散は、30 hPa より上層で適用する ¹⁰。プロファイルは Klemp and Lilly (1978) に倣って、上層に行くほど徐々に強くなるようにする。これは、急激に拡散を強めることで、新たな大気の蓋が生じることを避けるためである。2 次拡散の計算は、波数空間で 4 次拡散と同時に計算する。そのため、2 次拡散導入に伴う追加の計算は係数の計算程度であるため、計算時間への影響はほとんど無い。

(3) インパクト

拡散の次数による反射波の影響の違いを確認するため、東西-鉛直に関して2次元化した、GSMの力学過程に準拠したプリミティブモデル¹¹による山岳波の数値実験を行った。実験は、Keller (1994)を参考に線形解析解が計算できる設定とし、比較用の線形解析解は

開放境界条件で計算した。線形解析解と数値解との比較を可能にするため、山の高さは低くし、微小振幅の山岳波を励起するようにしている。結果を図 2.1.5 及び図 2.1.6 に示す。

静力学平衡が成り立っている場合、理論的には線形山 岳波は鉛直方向にのみ伝播し、東西に波が伝播するこ とはない (Keller 1994)。また、鉛直速度の軸は風上か ら風下に向かって、上から下に傾く。しかし、図 2.1.5 で見られるように、拡散がない場合の数値解では、山 の直上では傾きをもたない鉛直流の構造が見られ、理 論的な山岳波の構造と整合しない。さらに、風下と風 上にも波が現れている。これらは、下層からの山岳波 とその反射波が重なり合うことで形成されているもの である。また、予報時間ごとに見ると、モデル上端か ら東西や下層方向に波が伝播する様子も見られる(図 略)。その影響は弱いながら下層にも現れており、鉛 直速度について、0 m/s の等値線が広範囲に渡って波 打っている様子が対流圏まで見られる。また、4次拡 散強化を適用した場合は、拡散がない場合に比べて鉛 直速度の振幅は小さい。しかし、基本的な構造は拡散 のない場合の数値解と同じである。したがって、モデ ルが解像する内部重力波の反射に対しては、スポンジ 層としての4次拡散強化の効果は限定的であると言え る。2次拡散を適用した場合は、モデル上端付近では 振幅の減衰が大きいものの、下層では反射波に伴う構 造がほとんど見られない。また、2次拡散適用時の山 岳波について、ほぼ定常状態に達した後の数値解は反 射波がほとんど見られないだけでなく、開放境界条件 での線形解とも整合していることが図 2.1.6 から見て 取れる12。このことから、スポンジ層として2次拡散 を適用することで、開放境界条件による解を模すこと が可能であると言える。

¹⁰ 第 2.1.4 項 (3) の実験結果では、5 hPa より上層で適用した結果を示しているが、GSM1403 運用時は、より広い範囲で反射波を減衰させるため経験的に 30 hPa とした。しかし、スポンジ層としての 2 次拡散のインパクトは定性的には同じである。

¹¹ ただし、移流はオイラーで計算している。

¹² なお、拡散がない場合、4次拡散を適用した場合の山の直上での鉛直速度のプロファイルは、固定端を仮定した場合の山岳波の線形定常応答解と整合する。

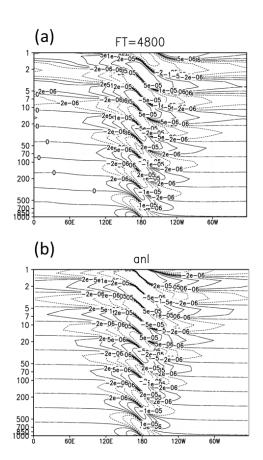


図 2.1.6 山岳波実験における 1000 hPa から 1 hPa までの鉛 直風 [m/s] の分布。(a)2 次拡散、(b) 線形定常解。実験設 定は図 2.1.5 と同じだが、等値線の間隔を細かくしている。

GSM1304 をベースとした 60 層 GSM での、スポン ジ層の設定を見直した解析予報サイクル実験の結果に ついて、図 2.1.7 で示す。スポンジ層の設定は、CNTL は4次拡散強化、TEST は発散に2次拡散の適用であ る。TESTでは、反射波の軽減により対流圏から成層 圏でのスコアの改善が見られる。また、対流圏上部か ら成層圏に感度のピークがある AMSU-A のチャンネル 9 (約 100 hPa にピーク) からチャンネル 13 (約 5 hPa にピーク) の利用データ数増加、輝度温度の第一推定 値や解析値の対観測値誤差の減少が見られた。このイ ンパクトはスポンジ層としての2次拡散を導入した効 果が主であり、4次拡散強化の廃止の影響は小さい。低 次の拡散を適用することで成層圏の場が平滑化される ことが懸念されたが、成層圏の極渦の強さの再現性や、 成層圏突然昇温事例について、スポンジ層の設定変更 前と同程度に再現されていることを確認した(図略)。

2.1.5 まとめと今後の展望

GSM1403では全球モデルの鉛直層数を 60 から 100 に増強し、モデルトップを 0.1 hPa から 0.01 hPa まで引き上げた。鉛直層増強の基礎となる力学過程の開発においては、鉛直層配置の作成手法の確立、スポンジ層の再設定、安定性確認試験、理想実験による精度の

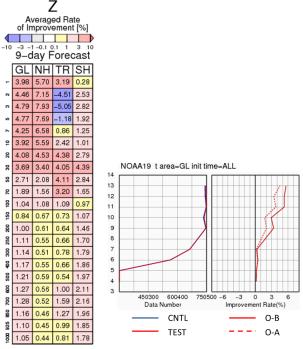


図 2.1.7 2012 年 1 月の解析予報サイクル実験による、(左) 高度場の各指定気圧面(縦軸)、各領域(横軸)での、1 日予報から 9 日予報までの対初期値の二乗平均平方根誤差 (RMSE) の改善率 [%]。改善率は $CNTL_n$, $TEST_n$ を それぞれ CNTL,TEST の n 日予報の RMSE として、 $\frac{1}{9}\sum_{n=1}^{9} (CNTL_n - TEST_n)/CNTL_n \times 100$ で定義される。 GL,NH,TR,SH はそれぞれ、全球、北半球、熱帯、南半球を表す。(中)NOAA19 号搭載の AMSU-A による輝度温度観測について、同化された観測数、(右)AMSU-A の輝度温度に対する(実線)第一推定値、(点線)解析値の改善率 [%]。(中)及び(右)の縦軸はチャンネルの番号を表し、番号が大きいほど感度のピークが上層にある。 CNTL と TEST の違いは、スポンジ層としての拡散の適用方法の違いで、CNTL: 4 次拡散強化、TEST: 発散に 2 次拡散適用。

確認などを行い、鉛直層増強による大気の表現能力向 上の基盤づくりを行った。

モデルトップの引き上げは、放射過程の改良(第3.3.2 項、第3.3.5 項(2))や、非地形性重力波スキームの導入(第3.4.2 項)といった成層圏に関連する物理過程の改良につながった。また、GNSS 掩蔽観測の利用高度化 (大和田 2015) や成層圏に感度を持つ AMSU-A のチャンネル 14 による輝度温度データの利用開始 (米原2014)といった、衛星観測データ利用の拡大も可能にした。なお、鉛直高分解能化は物理過程の見直しの契機にもなり、望ましくない鉛直分解能依存性の解消(第1.1.6 項(3)、第3.1.4 項(2))や高分解能化の効果を引き出すための改良を通じ、本報告の第3章以降で述べる、GSM1403、GSM1603 及び GSM1705 での物理過程の大規模な変更にもつながった。

気象庁では、平成30年6月5日より、第10世代スーパーコンピュータシステム(以下、NAPS10)の運用を開始した。NAPS10ではGSMの鉛直層数を現在の

100層から 128層 (以下、128層 GSM) に増強するこ とを計画しており、GSM での大気の表現能力のさらな る向上を狙っている。モデルトップは 0.01 hPa から変 更しないため、層数の増加分はすべて大気の鉛直高分 解能化に割り当てられる。鉛直高分解能化と同時に物 理過程の改良に取り組む予定であり、物理過程改良の 基盤となる 128 層 GSM の鉛直層配置の検討が必要と なる。鉛直高分解能化は、鉛直スケールの小さい現象、 例えば雲や逆転層、重力波の表現の向上 (Bauer et al. 2013)、薄い下層雲の表現の向上 (Vosper 2015, Milton 2015) などをもたらすことが主要な数値予報センター における、近年のモデル開発の成果報告の中で言及さ れている。これらの現象や台風に関わる過程等へのイ ンパクトに注目しつつ、開発を進める。128層 GSM の 開発はすでに始められており、2018年11月現在、鉛 直層配置の候補やスポンジ層の再設定の検討やテスト を行っている段階である。GSM1403 における力学過 程の開発の経験は 128 層モデルの開発にも活かされて おり、鉛直層配置の候補作成や、スポンジ層の再検討、 理想実験の実施といった基礎開発の場面で、本節で記 述した手法が用いられている。

参考文献

- Bauer, P., E. Andersson, and D. Richardson, 2013: New model cycle 38r2. *ECMWF Newsletter*, **136**, 8.
- Bougeault, P., 1983: A Non-Reflective Upper Boundary Condition for Limited-Height Hydrostatic Models. *Mon. Wea. Rev.*, **111**, 420–429.
- ECMWF, 2018: Part III: Dynamics and Numerical Procedures. *IFS Documentation—Cy45r1*, 1–31.
- Eliassen, A. and E. Palm, 1961: On the transfer of energy in stationary mountain waves. *Geofys. Publ.*, **22**, 1–23.
- Jablonowski, C. and D. L. Williamson, 2006: A baroclinic instability test case for atmospheric model dynamical cores. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 132, 2943–2975.
- Kawai, H., H. Yonehara, and M. Ujiie, 2013: Vertical Layer Placement in the Eta Coordinate for Models with a High Model Top. CAS/JSC WGNE Res. Activ. Atmos. Oceanic Modell., 3.3–3.4.
- 河野耕平, 荒波恒平, 2014: 側面・上部境界条件. 数値 予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 57-61.
- Keller, T. L., 1994: Implications of the Hydrostatic Assumption on Atmospheric Gravity Waves. J. Atmos. Sci., 51, 1915–1929.
- Klemp, J. B., J. Dudhia, and A. D. Hassiotis, 2008: An Upper Gravity-Wave Absorbing Layer for NWP Applications. Mon. Wea. Rev., 136, 3987–4004.

- Klemp, J. B. and D. R. Durran, 1983: An Upper Boundary Condition Permitting Internal Gravity Wave Radiation in Numerical Mesoscale Models. Mon. Wea. Rev., 111, 430–444.
- Klemp, J. B. and D. K. Lilly, 1978: Numerical Simulation of Hydrostatic Mountain Waves. J. Atmos. Sci., 35, 78–107.
- Lindzen, R. A., 1990: *Dynamics in Atmospheric Physics*. Cambridge University Press, 320 pp.
- Milton, S., 2015: Plans for Global Model Development. MOSAC Paper 20.9, 1–11.
- 大和田浩美, 2015: GNSS 掩蔽観測. 数值予報課報告· 別冊第 61 号, 気象庁予報部, 78-81.
- Simmons, A. J. and D. M. Burridge, 1981: An Energy and Angular-Momentum Conserving Vertical Finite-Difference Scheme and Hybrid Vertical Coordinates. *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 758–766.
- 田宮久一郎, 2009: セミラグランジュモデルの安定性. 数値予報課報告・別冊第55号, 気象庁予報部, 50-53.
- Vosper, S., 2015: UK models, resolution and physical parametrizations. *MOSAC Paper 20.18*, 1–9.
- Wood, N., A. Staniforth, A. White, T. Allen, M. Diamantakis, M. Gross, T. Melvin, C. Smith, S. Vosper, M. Zerroukat, and J. Thuburn, 2014: An inherently mass-conserving semi-implicit semi-Lagrangian discretization of the deep-atmosphere global non-hydrostatic equations. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 140, 1505–1520.
- 米原仁, 2014: 変更の概要. 平成 26 年度数値予報研修 テキスト, 気象庁予報部, 1-3.
- Yukimoto, S., H. Yoshimura, M. Hosaka, T. Sakami,
 H. Tsujino, M. Hirabara, T. Y. Tanaka, M. Deushi,
 A. Obata, H. Nakano, Y. Adachi, E Shindo,
 S. Yabu, T. Ose, and A. Kitoh, 2011: Meteorological Research Institute-Earth System Model Version
 1 (MRI-ESM1) –Model Description—. Techical Reports of the Meteorological Research Institute, 64, 1–83.

2.2 離散化の見直し及び高速化1

2.2.1 スペクトラルブロッキングの軽減

GSM1705では、渦度に見られたスペクトラルブロッキングの軽減を目的に、気圧傾度力の離散化を変更した。本項ではその背景となるスペクトラルブロッキング及びエイリアシングについて解説したのち、GSMで見られたスペクトラルブロッキングの特徴、気圧傾度力の離散化の見直しとそのインパクトについて記述する。

(1) スペクトラルブロッキングとエイリアシング

数値予報モデルの運動エネルギーのスペクトル分布を見ると高波数側、特にモデルが解像する最大波数付近で、エネルギーが増大している(スペクトル分布を対数グラフで見ると、最大波数付近でグラフが反り返っているように見える)場合がある。これは、最大波数付近でエネルギーが溜まっていることを示しており、このような現象を「スペクトラルブロッキング」と呼ぶ。

スペクトラルブロッキングの主な原因は、非線形項の計算に伴うエイリアシングである。エイリアシングは、高波数の波を少ない格子点数でサンプリングした際に、本来高波数成分であるものが、低波数成分として「化けて」出てくることで発生する。スペクトル法においては非線形項を変換法 (Orszag 1970) で表現する場合、十分な格子点数を持っておかないと、切断波数よりも大きい波数成分が低波数成分の中に現れる。切断波数 N で展開した変数についての m 次の非線形項をエイリアシングなしに表現するには、格子点数 L は

$$L > (m+1)N \tag{2.2.1}$$

の関係を満たす必要がある。このような条件を満たす格子を「m 次格子」と呼ぶ。例えば、移流項は 2 次の非線形項であるため、移流項をエイリアシングなしに表現するには L>3N である必要がある。

スペクトル法において、スペクトラルブロッキングの発生は精度や計算安定性確保の面で避けるべき現象である。それは「ある関数を基底関数で展開したとき、高波数の展開係数は漸近的に0に収束する」というスペクトル法の数値精度を保証するための前提が成り立たなくなるためである。また、高波数のノイズの存在は計算安定性の面でのリスクも高くなる。これらのことから、現業数値予報モデルにおいてスペクトラルブロッキングの除去または軽減は重要である。

移流項をオイラー的に扱っていた頃の全球スペクトルモデルは、Hoskins and Simmons (1975) のように、2 次格子を用いることが主流であった。セミラグランジュ法では移流をスペクトル法で扱わなくなることから、1 次格子の使用が提案されるようになり (Côté and

Staniforth 1988)、ECMWFや気象庁の現業全球数値予報システムにも採用されるようになった (Hortal 2002, Katayama et al. 2005)。しかし、運動方程式における気圧傾度力、気温の予報方程式における断熱圧縮項、物理過程のように全球スペクトルモデルには移流項の他にも非線形項が存在する。そのため、セミラグランジュ法と併用した1次格子において、移流でない項に起因するエイリアシングの影響が問題になる可能性がある。

全球スペクトルモデルのエイリアシングの問題は、 モデルの水平解像度が高くなるほど顕在化しうる。水 平解像度が低い場合は、モデルが表現する物理量の水 平勾配や鉛直流は小さい。そのため、これらの掛け算 による非線形項に伴うエイリアシングも小さく、セミ ラグランジュ法の持つ拡散性や、数値拡散によってコ ントロール可能であったと考えられる。一方、水平解 像度が高くなると水平勾配や鉛直流が大きくなること で非線形項が卓越するようになり、エイリアシングの リスクとしては高まる方向に向かう。

さらに、切断波数を大きくとることの相対的な重要 性が水平解像度により異なる点も注意が必要である。 この点に関して、Wedi (2014) は以下のことを述べて いる。水平解像度が低い場合は、1次格子を用いること で切断波数を2次格子より増やし、総観規模擾乱等の 気象学的に重要なスケールの現象を解像することが予 測精度向上に有効である。一方、水平解像度が高くな るにつれ1次格子と2次格子の最小波長の差は小さく なるため、総観規模の現象を十分解像できている中で は、切断波数を大きく取ることの重要性は低くなる 2 。 また、彼は、空間スケールの小さい現象ほど予測可能 性が低くなる中で、エイリアシング回避のための数値 拡散やフィルターをかけてでも最大波数を大きく取っ たとしても、情報が損失された精度の低いスペクトル を計算することになってしまうことを指摘した。その 上で、数値拡散やフィルターをかけずに、高次格子を 用いた方がスペクトルで見た際の実効解像度は高くな るということも起きうることを示した。

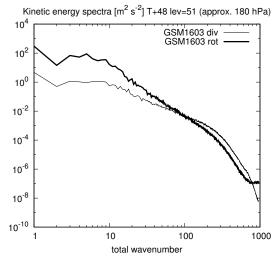
このような背景から、全球スペクトルモデルの水平 解像度が 10 km 台に達すると、エイリアシングやそれ に伴うスペクトラルブロッキングの問題が取りあげら れるようになった (Wedi et al. 2013; Wedi 2014)。

(2) GSM におけるスペクトラルブロッキング

GSM においても、スペクトラルブロッキングが存在 している。図 2.2.1 は、ある事例における、運動エネル ギーの回転(渦度)成分、発散成分のスペクトルであ

¹ 氏家 将志、堀田 大介(気象研究所 予報研究部)、黒木 志 洸

 $^{^2}$ たとえば、北緯 45°N に東西 320 格子を置く場合、1 次、2 次格子の切断波数はそれぞれ 159, 106 に相当する。波長にすると約 178 km, 約 267 km で、その差は 100 km 近くになる。東西 3840 格子の場合は、1 次、2 次格子の切断波数はそれぞれ 1920, 1080 で、波長にすると約 14 km, 約 26 km となり、差は 10 km 程度となる。



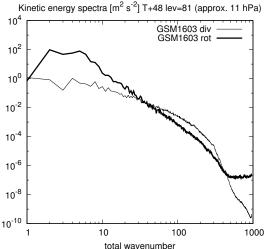
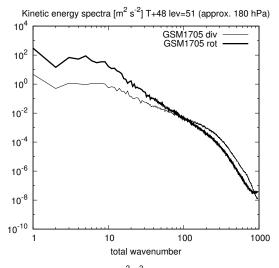


図 2.2.1 気圧傾度力の離散化として GSM1603 の手法を用いた場合の、2018 年 12 月 25 日 12UTC 初期値 FT=48における(上)モデル第 51 層目、(下)第 81 層目における運動エネルギースペクトル $[m^2 s^{-2}]$ の回転成分(太実線)と発散成分(細実線)。横軸は全波数。

る。運動エネルギーのスペクトル、特に回転成分において、切断波数付近でのスペクトルの反り返り、つまりスペクトラルブロッキングが見られる。また、GSMで見られる渦度のスペクトラルブロッキングは、上層ほど顕著である。いくつかの感度実験の結果、これらの現象は力学過程のみでも発生すること、2次格子、3次格子といった高次格子を用いることで見られなくなることが確認されている(図略)。

GSM における渦度のスペクトラルブロッキングの原因は、運動方程式における非線型項である、気圧傾度力の計算手法にある。GSM における気圧傾度力 $F_{
m pgrad}$ は

$$\boldsymbol{F}_{\text{pgrad}} = -\nabla_{p}\Phi = -\nabla_{\eta}\Phi - \frac{R_{d}T_{v}}{p}\nabla_{\eta}p \tag{2.2.2}$$



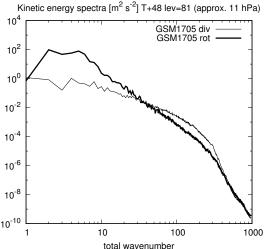


図 2.2.2 図 2.2.1 と同じ。ただし、気圧傾度力の離散化として GSM1705 の手法を用いた場合。

$$\Phi = \Phi_s + \int_p^{p_s} R_d T_v d\ln p \tag{2.2.3}$$

で表される。ここで Φ , p, T_v はそれぞれジオポテンシャル $[\mathrm{m}^2 \ \mathrm{s}^{-2}]$ 、気圧 $[\mathrm{Pa}]$ 、仮温度 $[\mathrm{K}]$ である。下付き文字のs は地表面での値を表す。また、 R_d $[\mathrm{J} \ \mathrm{kg}^{-1} \ \mathrm{K}^{-1}]$ は乾燥大気の気体定数である。 ∇ の下付き文字のp, η はそれぞれ、気圧面、モデル面に沿って水平勾配や回転を取ることを表す。第 2.1.2 項 (3) で示したように、GSMでは、約 60 hPa より上層では完全に気圧座標に移行している。気圧座標に完全に移行していれば (2.2.2) 式の右辺第 2 項は 0 になる。また、勾配の回転 $(\nabla_{\eta} \times \nabla_{\eta})$ は 0 になるので、 $\nabla_{\eta} \times \nabla_{\eta}\Phi = 0$ となる。したがって、 $\nabla_{\eta} \times \mathbf{F}_{\mathrm{pgrad}} = 0$ であり、連続系では気圧傾度力は渦度には影響しないという性質を持つ。しかし、GSM の気圧傾度力の離散化ではその性質が維持されず、無視できないほどの誤差を生じる。GSM では Simmons and Burridge (1981) に倣い、k 層目の Φ と (2.2.2) 式の右

辺第2項を以下のように離散化している。

$$\Phi_k = \Phi_s + \sum_{l=1}^{k-1} R_d T_{v,l} \ln \left(\frac{p_{l-1/2}}{p_{l+1/2}} \right) + \alpha_k R_d T_{v,k}$$
(2.2.4)

$$\begin{split} &\left(\frac{R_d T_v}{p} \nabla_{\eta} p\right)_k \\ &= \frac{R_d T_{v,k}}{\Delta p_k} \left[\ln \frac{p_{k-1/2}}{p_{k+1/2}} \nabla_{\eta} p_{k+1/2} + \alpha_k \nabla_{\eta} \Delta p_k \right] \end{split} \tag{2.2.5}$$

ここで α_k は

$$\alpha_{k} = \begin{cases} 1 - \frac{p_{k+1/2}}{\Delta p_{k}} \ln\left(\frac{p_{k-1/2}}{p_{k+1/2}}\right) & k \neq k_{\text{max}} \\ \ln 2 & k = k_{\text{max}} \end{cases}$$
(2.2.6)

である。また、 $p_{k-1/2}$ 、 Δp_k は (2.1.1) 式、(2.1.2) 式で示したとおり、それぞれ $A_{k-1/2}+B_{k-1/2}p_s,\;p_{k-1/2}-p_{k+1/2}$ である。

GSM1603 以前では、(2.2.2) 式を計算する際は Φ を直接使用せず、 $\nabla_{\eta}\Phi_{s}$, $\nabla_{\eta}T_{v}$, $\nabla_{\eta}p_{s}$ を用いて k 層目の気圧傾度力 $\mathbf{F}_{\mathrm{pgrad},k}$ を計算する。(2.2.4) 式、(2.2.5) 式、(2.2.6) 式より、 $\mathbf{F}_{\mathrm{pgrad},k}$ は

$$F_{\text{pgrad},k} = -\nabla_{\eta} \Phi_{s} - \sum_{l=1}^{k-1} R_{d} \ln \left(\frac{p_{l-1/2}}{p_{l+1/2}} \right) \nabla_{\eta} T_{v,l}$$

$$- \sum_{l=1}^{k-1} R_{d} T_{v,l} \left(\frac{B_{l-1/2}}{p_{l-1/2}} - \frac{B_{l+1/2}}{p_{l+1/2}} \right) \nabla_{\eta} p_{s}$$

$$- \alpha_{k} R_{d} \nabla_{\eta} T_{v,k} - R_{d} T_{v,k} \frac{B_{k-1/2}}{p_{k-1/2}} \nabla_{\eta} p_{s}$$
(2.2.7)

となる。これは、(2.2.2) 式の右辺第 1 項と第 2 項でキャンセルされる部分を予め計算から取り除き、桁落ちの発生を避けるためである。そのため、数値精度は良いが 3 、気圧座標に完全に移行している層で気圧傾度力が回転成分を持たないということが数値的には保証されなくなる。(2.2.7) 式を整理すると、 $-\nabla_{\eta}\Phi_s+f_p(p_s,T_v)\nabla_{\eta}p_s+\sum_l f_l(p_s,T_v)\nabla_{\eta}T_{v,l}$ のような形になり、 f_p , f_l が空間的に一様といった特殊な場合を除き、 $\nabla_{\eta} \times \mathbf{F}_{\mathrm{pgrad}}$ が 0 になることが保証されなくなるためである。

 度のエイリアシングが問題になっていた。Wedi et al. (2013) は、IFS において渦度にスペクトラルブロッキングが発生していることを示し、"de-aliasing filter"と呼ばれる、気圧傾度力の回転成分のうち高波数成分を減衰させる処理でスペクトラルブロッキングを回避したことを示した。その後、2016年3月のIFS 更新では、3次格子の導入と同時に de-aliasing filter が廃止された。これらのことも気圧傾度力の離散化がスペクトラルブロッキングの原因であることを示す傍証となった。

(3) 気圧傾度力の離散化修正による、渦度のスペクトラルブロッキングの軽減

GSM1705では、気圧座標においては気圧傾度力が本来回転成分を持たないことに注目して、離散化手法を見直し、スペクトラルブロッキングを軽減させた。気圧傾度力の離散化手法を修正することで、de-aliasing filter を適用することなくスペクトラルブロッキングを軽減させた。

GSM1705 では、 Φ_k を (2.2.4) 式から計算し、その水 平勾配を求めることで、 $\mathbf{F}_{\mathrm{pgrad},k}$ を以下のように計算する。

$$\begin{aligned} & \boldsymbol{F}_{\text{pgrad},k} \\ &= -\nabla_{\eta} \Phi_{k} \\ &- \frac{R_{d} T_{v,k}}{\Delta p_{k}} \left[\ln \frac{p_{k-1/2}}{p_{k+1/2}} \nabla_{\eta} p_{k+1/2} + \alpha_{k} \nabla_{\eta} \Delta p_{k} \right] \end{aligned} \tag{2.2.8}$$

完全に気圧座標に移行している層では、 $B_{k-1/2}=B_{k+1/2}=0$ であるため、(2.2.8) 式の右辺第 2 項は 0 になる。また、スペクトル法で勾配や回転を計算すれば、 $\nabla_{\eta} \times \nabla_{\eta} \Phi_{k}$ も丸め誤差の範囲で 0 になることが保証される。したがって、気圧座標のもとでは、 \mathbf{F}_{pgrad} が回転成分を持たないことが数値的にも保証される。

図 2.2.2 は気圧傾度力の離散化を (2.2.8) 式に変更し たときの運動エネルギーのスペクトルである。気圧座 標に完全に移行しているモデル第81層目では、図2.2.1 で見られた渦度のスペクトラルブロッキングは完全に 除去されている。モデル第51層目は気圧座標に完全 には移行していないため、渦度のスペクトラルブロッ キングが残っている。しかし、図 2.2.1 で見られるス ペクトルに比べ、切断波数付近での振幅は減少してお り、スペクトラルブロッキングは軽減されていると言 える。スペクトラルブロッキングの軽減は、(2.2.8) 式 の右辺第1項が気圧座標に移行しているかによらず、 スペクトル法では丸め誤差の範囲で0になることが保 証されていることに起因している。渦度のスペクトラ ルブロッキングを物理空間で見ると、細かいスケール のノイズとして現れる。図 2.2.3 はヒマラヤ付近におけ るモデル面第71層目での渦度と、気圧傾度力の回転成 分の分布を表している。GSM1603 以前の離散化方法 では、ヒマラヤの地形勾配が急な領域に沿って、気圧

 $[\]overline{{}^3}$ 等温大気、地上の気圧とジオポテンシャルの関係として $\nabla_{\eta}\Phi_s+R_dT_{v,1}rac{B_{1/2}}{p_{1/2}}
abla_{\eta}p_s=0$ を仮定すると、 (2.2.7) 式は 丸め誤差の範囲で 0 になる。

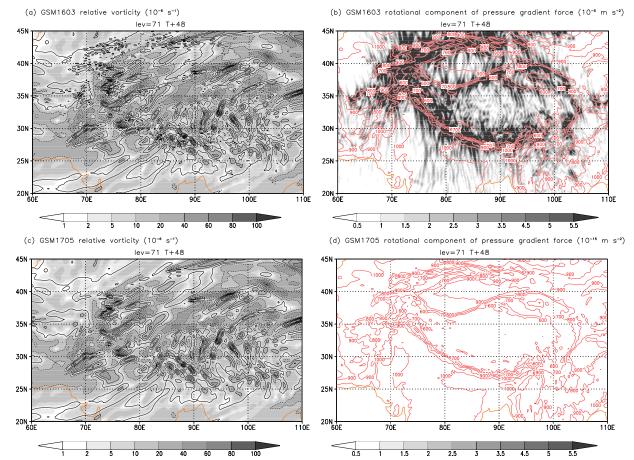


図 2.2.3 2018 年 12 月 25 日 12UTC 初期値 FT=48 におけるヒマラヤ付近 $(20^\circ N-45^\circ N, 60^\circ E-110^\circ E)$ でのモデル第 71 層目(約 40 hPa)の (a) 渦度 $[s^{-1}]$ 、(b) 気圧傾度力の回転成分の大きさ $[m\ s^{-2}]$ (陰影)と地上気圧 [hPa] (赤等値線)。(c)、(d) は、(a)、(b) について、気圧傾度力の離散化を GSM1705 の手法に変更した場合。(a)、(c) のカラーバーは同じだが、(d) のカラーバーについて、値が非常に小さいことを示すため、(b) のそれよりも 10^{-10} 倍にして表示している。

傾度力が大きくなっており、渦度の分布としては細かいスケールのノイズが顕著に現れる。一方、GSM1705での離散化では、気圧傾度力の回転成分は丸め誤差の範囲でゼロとなり、渦度のノイズも現れなくなる。

(4) 予測精度への影響

気圧傾度力の離散化の見直しの予測精度への影響を確認するため、「静止大気実験」と呼ばれる理想実験と、現業数値予報システムと同じ TL959L100 での解析予報サイクル実験を行った。

静止大気実験とは、大気が静止している状態(風速が 0)で平衡している初期値を与え、時間積分開始後もモデルがどの程度初期場を維持できるかを確認する実験である。地形が存在している場合、地形に沿った鉛直座標系で気圧傾度力を数値計算すると離散化に伴う誤差が生じる。そのため、本来静止状態が維持される場であっても、モデルでは大気が動き出す。本項で実施した静止大気実験では、図 2.2.4 (左)のような、対流圏 (1000 hPa から 100 hPa まで、気温は高度とともに単調減少)、成層圏 (100 hPa から 1 hPa まで、気温は高度とともに単調減少)を模した気温のまた。気温は高度とともに単調減少)を模した気温の

プロファイルを与えた ⁴。地上のジオポテンシャル高度としては Wedi and Smolarkiewicz (2009) の 3 次元ベル型の地形を与え、地上気圧は気温場とジオポテンシャル高度の関係から与えた。図 2.2.4 (右) は 5 日予報における東西風速の二乗平均平方根誤差 (RMSE)を示す。気圧傾度力の離散化手法の違いのインパクト、解像度のインパクトともに小さく、現実的な気温プロファイルのもとでは、気圧傾度力の離散化の違いの力学場の計算精度への影響はごくわずかであることがわかった。

解析予報サイクル実験の結果(図略)では、予報スコアは中立であり、予測場で見ても目立った変化は見られなかった。また、AMSU-Aのチャンネル14等の成層圏に感度のあるマイクロ波サウンダや、GNSS掩蔽観測について、第一推定値と観測値との差を確認したところ、気圧傾度力の離散化の修正前後でほとんど

4 プリミティブ方程式系では、気温場を気圧のみの関数で与えると、ジオポテンシャルも気圧のみの関数となるため、気圧傾度力は 0 になる。風速は 0 であるため、移流項もコリオリ項も 0 となり、風速は 0 のまま変化しない。風速が 0 のままであると、気温も地上気圧も変化しない。そのため、静止状態が維持される。

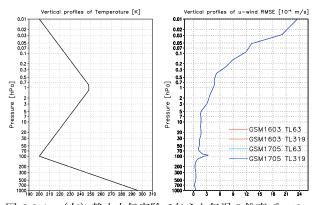


図 2.2.4 (左)静止大気実験で与えた気温の鉛直プロファイル [K]、(右)静止大気実験における東西風の二乗平均平方根誤差 (RMSE) [10⁻⁴ m/s]。右図の実線の色はそれぞれ実験設定の違いを表し、赤:気圧傾度力の離散化はGSM1603、水平解像度はTL63、オレンジ:気圧傾度力の離散化はGSM1603、水平解像度はTL319、水:気圧傾度力の離散化はGSM1705、水平解像度はTL63、青:気圧傾度力の離散化はGSM1705、水平解像度はTL63、奇ご気圧傾度力の離散化はGSM1705、水平解像度はTL319である。実線はほぼ全て重なっている。

変化は見られなかった。このように、GSM1705で採用 した気圧傾度力の離散化は、予測精度に悪影響を与え ることなく、渦度のスペクトラルブロッキングを軽減 させる。

(5) まとめと今後の展望

非線形項を少ない格子で扱うことに伴うエイリアシングは、最大波数付近でエネルギースペクトルが反り上がるスペクトラルブロッキングをもたらす。GSMにおいても、特に渦度のスペクトラルブロッキングが見られ、これを除去または軽減することは安定にモデルを実行する上で重要な課題である。GSM1705では、気圧傾度力が等圧面上で回転成分を持たない性質が保証されるよう、離散化を変更することで、成層圏の渦度に見られるスペクトラルブロッキングを除去することができた。

一方、σ座標から気圧座標に遷移している対流圏では離散化の修正後もスペクトラルブロッキングが残っている。スペクトラルブロッキングは非線形項の計算時に発生するエイリアシングが原因であるため、1次格子で非線形項を計算している限り不可避である。当面の対策として、切断波数付近で選択的に減衰をかけるために、6次や8次といった高次拡散の導入を検討している。また、長期的には高次格子の採用の検討が必要である。気圧傾度力をはじめ、数値予報モデルで扱う非線形項は複雑な形をしており、通常は「○次」というように正確に次数で示すことはできない。しかし、経験的には高次格子を採用することで、スペクトラルブロッキングが解消されることがわかっている。GSMにおいても、2次格子以上を採用することで、本項で述べたスペクトラルブロッキングが解消されることを確

認している(図略)。高次格子は地形の扱いの検討や、 予測の振る舞いの詳細な確認が必要であるため、GSM の高解像度化の開発の中で慎重に検討していく必要が ある。

また、本項で述べた開発の重要なポイントは、「偏微 分方程式の定性的な性質を離散化後も引き継ぐこと」 である。一般に、連続系での偏微分方程式においては 保存則 (例:質量、運動量、エネルギー等) が存在し たり、方程式の各項について、非回転、非発散といっ た定性的な性質を持っていることがある。これらの方 程式を有限の解像度で離散化した場合、離散化後も元 の方程式が持っている性質を維持することは一般には 保証されない。モデルの利用形態から要請される精度 や安定性、保存性を勘案して、元の方程式のどのよう な性質を離散化後も維持するかを考えた上で、空間離 散化手法を選択することが重要となる。本項で述べた 開発においては、「等圧面上では気圧傾度力は回転成分 を持たない」という性質を離散化後も保証させること が、スペクトラルブロッキングの軽減に重要であった。 今後、計算機の動向次第では、全球モデルのスペクト ル法への依存度を段階的に下げる必要性が生じる可能 性がある。その際に、気圧傾度力を格子空間で計算す るようになった場合でも、本開発での経験から、「等圧 面での非回転性をどの程度保証できるか」が空間離散 化手法を選択する基準のひとつになるであろう。

2.2.2 ルジャンドル変換の高速化

(1) ルジャンドル変換の高速化の必要性

GSM は移流計算にセミラグランジュ法、外部重力波 と水平拡散の取り扱いに Galerkin・スペクトル法、そ の他の非線形項の計算に擬スペクトル法を用いる、格 子/スペクトル・ハイブリッドモデルである。球面上の 水平分布のスペクトル表現には球面調和関数を基底関 数系として用いる。このようなモデルで水平解像度を 高くした場合に1タイムステップ当たりの計算量がど のように増大するかを考える。問題のサイズをモデル の表現する最大全波数 N で代表させるものとすると、 球面調和変換のうちフーリエ変換部分は $N^2 \log N$ 、ル ジャンドル変換部分は N^3 、その他の演算は全て N^2 に、それぞれ比例する。このため GSM を含めスペク トル法を採用する全球大気モデルでは高い水平解像度 においてルジャンドル変換が律速 (ボトルネック) と なる。2014年3月から2016年3月まで運用された気 象庁の全球モデル (GSM1403) では、ルジャンドル変換 がモデルの全実行時間に占める割合が、決定論予報の 解像度 (TL959L100) においては約 25%、水平解像度を 2倍 (TL1919L100) とした実験においては実に 50%以 上であった。よってルジャンドル変換の高速化は GSM の今後の高解像度化を見越した開発において最も重要 な課題の一つである。

本項では、GSM1603への更新時に実施したルジャン

ドル変換の高速化について報告する。この高速化により決定論予報の解像度で格子→波変換は約3倍、波→格子変換は約5倍高速化され、モデル本体の全実行時間を約15%高速化することができた。一方で、今回の高速化は、後述するように、OpenMPレベルの並列化性能に限界があり、スレッド数を一定数以上多くとってもそれ以上の高速化ができないという制約がある。また、ルジャンドル変換をいくら高速化しても、全対全通信が必要である限り通信がボトルネックとなってしまい、計算機の大規模並列化が進行するとスペクトルモデルの高解像度での実行は難しくなる。これらの制約を踏まえた今後の展望を本項の最後で議論する。

(2) 高速化の方針

ルジャンドル変換の高速化について述べる前に、科学 計算のコードの最適化について一般的な観点から考え 方を述べる。近年の計算機の進化を概観すると、CPU の演算性能の向上にメモリの転送速度 (バンド幅) が追 いつかず、キャッシュメモリを高度に階層化することで 相対的な転送速度の不足を隠蔽する状況が続いている。 また、CPUのクロック数も頭打ちとなり、演算性能の 向上はコア数の増加や SIMD 命令(ベクトル演算)の 増強、演算加速器の使用等により達成されている。こ のため近年の計算機で実行効率の高いコードを書くた めにはキャッシュ構造や SIMD 命令の特性を意識する 必要があるが、コードが煩雑になってしまう上に、特 定の計算機に依存したコードになり可搬性を失ってし まうというデメリットがある。よって、個別の計算機 に特化した最適化をコードに直接施すのは得策ではな く、計算機に依存した低レベルの最適化はベンダー等 が提供する高度に最適化されたライブラリになるべく まかせるようにすることが高い可搬性と高い実行性能 を両立する上では有効である。ただし、このアプローチ では、ライブラリが利用できる処理が線形代数やフー リエ変換などの汎用的なものに限られるため、最適化 対象のコードを汎用的な処理を用いるように定式化し 直すことが必要になる。そこで、今回のルジャンドル 変換の高速化にあたっては、ルジャンドル変換を線形 代数の問題(行列の乗算)として定式化し直し、行列 の乗算にベンダー提供のライブラリを活用することと した。

(3) 定式化

本項では数式を用いて具体的な定式化を示す。紙面節約のため格子→波変換(ルジャンドル正変換)についてのみ示すが、波→格子変換(ルジャンドル逆変換)およびこれらの随伴(アジョイント)操作も同様に行列乗算に帰着させることができる。

球面 $S^2=\{(\lambda,\phi)|\lambda\in[0,2\pi),\phi\in[-\pi/2,\pi/2]\}$ 上で定義された K 個のスカラー関数 $X_k(\lambda,\phi),k=1,\cdots,K$ を球面調和関数 $Y_n^m(\lambda,\phi)$ で展開することを

考える:

$$X_k(\lambda, \phi) = \sum_{n=0}^{N} \sum_{|m| \le n} X_{n,k}^m Y_n^m(\lambda, \phi)$$
 (2.2.9)

ここで λ は経度、 ϕ は緯度、N は切断波数、 $Y_n^m(\lambda,\phi)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\tilde{P}_n^m(\sin\phi)e^{im\lambda}$ で、 $\tilde{P}_n^m(\sin\phi)$ は南極から北極までの二乗積分を 1 に正規化した n 次 m 位のルジャンドル 陪関数である。物理空間の関数 X_k から波数空間の展開係数 $X_{n,k}^m$ を求める変換(正変換)は、球面調和関数の直交性から次のように書ける:

$$X_{n,k}^{m} = \int_{S^{2}} X_{k}(\lambda, \phi) Y_{n}^{m*}(\lambda, \phi) dS \qquad (2.2.10)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} X_{k}^{m}(\phi) \tilde{P}_{n}^{m}(\sin \phi) \cos \phi d\phi \qquad (2.2.11)$$

(2.2.11) 式をルジャンドル正変換という。ここで、各緯度 ϕ における東西波数 m の成分 X_k^m はフーリエ正変換:

$$X_k^m(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} X_k(\lambda, \phi) e^{-im\lambda} d\lambda \qquad (2.2.12)$$

により求める。

これらの変換を計算機上で離散的に実行する際、フーリエ変換には高速フーリエ変換を用い、ルジャンドル変換にはガウスの求積法:

$$X_{n,k}^{m} = \sum_{j=1}^{J} X_{k}^{m}(\phi_{j}) \tilde{P}_{n}^{m}(\sin \phi_{j}) w_{j}$$
 (2.2.13)

を用いる。ここで緯度の格子 $\{\phi_j\}_{j=1}^J$ はガウスの求積 法から要請される緯度で、切断されないルジャンドル 陪関数の最高次数を J (通常は最大全波数 N に 1 を 足したもの) として、ルジャンドル多項式 $P_J(y)$ のゼロ点 $\{y_j\}$ が $\{\sin\phi_j\}$ と一致するように選ばれ、一般的にはガウス緯度と呼ばれる。また、 w_j は各緯度格子の重みを決めるもので、ガウス重みと呼ばれる。

離散ルジャンドル正変換 (2.2.13) 式 は、ルジャンドル陪関数の南北対称性:

$$\tilde{P}_n^m(\sin\phi_{J+1-j}) = (-1)^{n-m} \tilde{P}_n^m(\sin\phi_j)$$
 (2.2.14)

を利用することにより、総和の項数 (ループの長さ) を 半分にすることができる:

$$X_{n,k}^{m} = \sum_{j=1}^{J/2} \left(X_{k}^{m}(\phi_{j}) + (-1)^{n-m} X_{k}^{m}(\phi_{J+1-j}) \right)$$

$$\times \tilde{P}_{n}^{m}(\sin \phi_{j}) w_{j}$$
(2.2.15)

GSM0808 から GSM1403 までの GSM の実装 (宮本2009) では $(-1)^{n-m}$ を (n,m) を添字とする 2 次元配列に、 $\tilde{P}_n^m(\sin\phi_j)w_j$ を (n,m,j) を添字とする 3 次元配

列に格納した上で (2.2.15) 式をほぼそのままコードにした、外側から k,j,m,n の順の 4 重 do ループで離散ルジャンドル正変換を計算していた。 $(-1)^{n-m}$ は +1か -1 の値しかとらないため、n-m の偶奇に応じて条件分岐をすれば $X_k^m(\phi_j)+(-1)^{n-m}X_k^m(\phi_{J+1-j})$ は 1 回の加算または減算で評価できる。 $(-1)^{n-m}$ を配列に格納していたことで、この実装では余分な乗算命令を実行していたことになる 5 。

東西波数 m を固定して (2.2.15) 式を考えると、この式は n-m の偶奇によって 2 つの場合に分けることができる:

$$X_{n,k}^{m} = \sum_{j=1}^{J/2} (X_k^{m}(\phi_j) - X_k^{m}(\phi_{J+1-j})) \tilde{P}_n^{m}(\sin \phi_j) w_j,$$

$$(n \not\equiv m \mod 2) \qquad (2.2.16)$$

$$^{J/2}$$

$$X_{n,k}^{m} = \sum_{j=1}^{J/2} \left(X_{k}^{m}(\phi_{j}) + X_{k}^{m}(\phi_{J+1-j}) \right) \tilde{P}_{n}^{m}(\sin \phi_{j}) w_{j},$$

$$(n \equiv m \mod 2) \tag{2.2.17}$$

上の変換は以下のように行列の乗算として定式化できることが分かる:

$$W_{\text{odd}}^m = P_{\text{odd}}^m G_{\text{odd}}^m \tag{2.2.18}$$

$$W_{\text{even}}^m = P_{\text{even}}^m G_{\text{even}}^m \tag{2.2.19}$$

ここで、行列 $W^m_{\mathrm{odd}}, P^m_{\mathrm{odd}}, G^m_{\mathrm{odd}}$ の具体的な定義は紙面節約のため示さないが、(2.2.18) 式が (2.2.16) 式と対応するように、それぞれ $X^m_{n,k}, \tilde{P}^m_n(\sin\phi_j)w_j, X^m_k(\phi_j) \pm X^m_k(\phi_{J+1-j})$ を用いて定義する。 $W^m_{\mathrm{even}}, P^m_{\mathrm{even}}, G^m_{\mathrm{even}}$ も同様に (2.2.19) 式が (2.2.17) 式と対応するように定義する。以上をまとめると、各 m について離散ルジャンドル正変換 (2.2.13) 式を行列乗算として求める手順は以下のとおりとなる:

- 1. 入力配列 $X_k^m(\phi_j), \tilde{P}_n^m(\sin\phi_j)w_j$ から 行列 $G_{\mathrm{odd}}^m, G_{\mathrm{even}}^m, P_{\mathrm{odd}}^m, P_{\mathrm{even}}^m$ を構成する。
- 2. 行列の乗算 (2.2.18) 式、(2.2.19) 式 を計算する。
- 3. 乗算結果 $W_{\text{odd}}^{m}, W_{\text{even}}^{m}$ を出力配列 $X_{n,k}^{m}$ に格納する

このように、離散ルジャンドル変換を行列乗算として定式化し、各 m について独立に並列に計算させることができる。行列乗算をアーキテクチャにあわせ高度に最適化された線形代数ライブラリで計算させれば、自前でキャッシュ最適化などを行なわなくても高いパフォーマンスが得られることが期待できる。

キャッシュメモリをうまく活用できる行列乗算のアルゴリズムとしてブロッキング法という手法があり、今回の高速化で NAPS9 運用時に利用した日立製作所作成の科学計算ライブラリ MATRIX/MPP において

もこの手法が用いられている (日立製作所 2008)。ブ ロッキング法では総和演算の順序が入れ替わることが あり、浮動小数点数に適用すると丸め誤差の入り方の 違いにより結果が変わりうる。また、MATRIX/MPP を含め、高性能なライブラリでは行列乗算に SIMD 命 令、特に積和演算 (FMA: Fused Multiply-Add) 命令が 活用されているが、FMA 命令では乗算と加算がひと 続きの処理として実行されたのち丸め操作が行なわれ るため、乗算と加算を別々に行なう場合より丸め誤差 が小さくなる。これによってやはりライブラリを使用 する場合としない場合とで実行結果に差が生じること になるため、実行結果の確認は注意深く行う必要があ る。次項で述べるように、今回の高速化の開発では、ル ジャンドル変換単体の試験からフルモデルの予報実験 に至るまで、GSM0808の実装を参照相手として実行 結果に意味のある差が出ないことを入念に確認した。

ここで述べた、ルジャンドル変換を行列乗算として 定式化し外部のライブラリを利用して高速化する、と いうアイデアは新しいものではなく、遅くとも Drake et al. (2008) に遡ることができ、ECMWF の IFS や NCEP の GFS でも採用されている。

(4) 実装と実験結果

(a) 並列化の方式とその選択

上に述べた定式化を実装する際、並列化の方法に任 意性がある。(2.2.13) 式あるいは(2.2.18) 式、(2.2.19) 式から明らかなように、ルジャンドル変換にはmとkの方向に自然な並列性があり、GSM0808 以降の GSM ではルジャンドル変換を実行する "Legendre" ステージ において MPI レベルで m と k の方向にプロセスが 2次元分割されている (宮本 2009)。(2.2.18) 式、(2.2.19) 式に基づきルジャンドル変換を実行する際の OpenMP レベルでのスレッド並列化を考えると、m または k の 方向に分割することが最も自然ではあるが、MPI レ ベルで既に並列化されているものをさらに並列化する ことになるため、スレッド数をあまり大きくとること ができない。また、行列乗算を高速に行なうためには 行列のサイズがある程度大きいことが必要だが、k方 向に並列化すると行列 $G^m_{\text{odd}}, G^m_{\text{even}}, W^m_{\text{odd}}, W^m_{\text{even}}$ のサ イズが小さくなってしまう。分割の細かさの観点から はう方向にスレッド並列をかけるのが有利だが、縮約 (reduction) 操作が必要になり同期待ちのオーバーヘッ ドが発生してしまうという欠点がある。どの方法が最 も高速かは理屈からは自明でないため、OpenMP レベ ルの並列化のかけ方の異なる複数の実装を用意し、ル ジャンドル変換の単体試験を行なった。実装の名称と 内容の対応は表 2.2.1 のとおりである。

(b) 試験の設定と実行環境

試験にあたってはまずルジャンドル変換の単体試験 を、高解像度決定論予報 (Det)、アンサンブル予報 (EPS)、4次元変分法のインナーモデル (4DVar)を

⁵ 余分な乗算命令と引き換えに条件分岐が減ることでベクトル化効率やパイプライン性能が高まるという利点があり、実装当時はこれらの利点が優先された。

表 2.2.1 単体試験で試したルジャンドル変換の実装の名称 と内容の対応。

と内谷の刈心。	
名称	内容
Routine	GSM0808 から GSM1403 までの現業実装。
Bench	上のコードを日立製作所が手作業で最適化
	したもの。主に多重ループアンローリング
	によるキャッシュ最適化と SIMD 命令利用
	可能箇所のコンパイラ指示行による明示。
	格子→波変換では (−1) ^{n−m} による乗算を
	条件分岐で回避する乗算命令の削減も含む。
Parity	Routine のコードで $(-1)^{n-m}$ による乗算を
-	条件分岐で回避し乗算命令を削減したもの。
MPP7(m)	行列乗算としての実装。OpenMP 並列は
	<i>m</i> 方向。
$MPP9(m \times 2)$	$\mathrm{MPP7}$ で、 偶奇の n を並列化することに
,	により、並列実行可能なスレッド数を2倍
	にしたもの。
MPP8(k)	行列乗算としての実装。OpenMP 並列は
. ,	<i>k</i> 方向。
MPP10(j)	行列乗算としての実装。OpenMP 並列は
	<i>j</i> 方向。

表 2.2.2 単体試験で試した解像度、MPI 分割数等の組合せ。 #m , #k はそれぞれ、各 MPI プロセスが担当する東西 波数 m の数、同時に変換する 2 次元変数の数を表わす。

名称	切断波数	MPI 分割数	#m	#k
Det	959	160	31	62
EPS	479	24	81	76
4DVar	319	200	9	121

想定した複数の代表的な設定(切断波数、MPI 分割数、同時に変換する2次元変数の数)にて行なった(表2.2.2)。単体試験では精度を確認の上、OpenMP レベルのロードバランスの診断、プロファイラを用いた実行時間の計測を行った。この結果を基に好ましい実装を1つ選び出し、選んだ実装をGSM1403相当のフルモデルに組み込んでフルモデル試験を行った。

フルモデル試験では、決定論予報の単発実験を数回 行ない、高速化前後の実行結果(予報場)の差の確認、 MPI レベルでのロードバランスの診断、プロファイラ を用いた実行時間の計測を行った。単発実験において 実行結果に有意な差がないこと、ロードバランスが悪 化しないこと、ルジャンドル変換が高速化され実行時 間が短縮されることを確認した上で、さらに1か月に わたる決定論中期予報実験を行い、日々の予報場の高速 化前後の差の目視確認や予報スコアの比較を行なった。

試験を行なった環境は単体試験、フルモデル試験ともに NAPS9 スーパーコンピュータ(日立 SR16000)で1ノードあたりの CPU コア数は 32 である。前述のとおり、行列の乗算には日立製作所製の科学計算ライブラリ MATRIX/MPP で提供されるサブルーチンを用いた。

(c) 単体試験

単体試験で確認した項目は多岐にわたるが、本稿では代表的なものだけを取り上げる。

まず精度の確認について述べる。表 2.2.1 の実装全

てについて入力を揃えた試験を行ない、それぞれの出力の参照実装(Routine)との差が相対誤差で 10^{-13} 程度(倍精度計算機 ε の 100 倍程度)であることを、表2.2.2 に挙げた全ての組合せについて確認した。また別の観点から、波数空間で乱数により生成した波数データから波→格子変換で作成したランダムな格子データについて、格子→波変換した波数データが元のデータに Routine と同程度の精度で一致すること、さらにこれを波→格子変換して作成した格子データが元のデータと、やはり Routine と同程度の精度で一致することを確認した。

次に実行速度の計測結果を示す。図 2.2.5 上段に、高 解像度決定論予報を想定した設定 (Det) での最も遅いス レッドの実行時間を示す。現業運用(15スレッド実行) に近い16スレッドに着目すると、波→格子変換、格子 →波変換とも MPP7(m) や MPP9(m×2) では Routine よりも実行時間が短縮されており、波→格子変換は約 5 倍、格子→波変換は約3倍の高速化となっている。 ただし、m 方向に OpenMP 並列をかける MPP7(m) や MPP9(m×2) では、スレッド数を増やした場合のス ケーラビリティに限界があり、12 スレッドから 16 ス レッド、32スレッドに増やしてもほとんど実行時間が 短縮されていない。これは、1プロセスあたり担当す る mの数が31と少なく、また mの大きさによって間 題のサイズ(行列のサイズ)が異なるため、スレッド 数を大きくとるとロードバランスが悪化するためであ る。一方、スレッドレベルの分割を k や i 方向に行 う MPP8(k) や MPP10(j) に着目すると、スレッド数 が少ない場合には Routine よりは高速化されるものの MPP7(m) や MPP9(m×2) よりずっと遅い。これは行 列 $W_{\text{odd}}^m, P_{\text{odd}}^m, G_{\text{odd}}^m$ を各スレッドがそれぞれ用意する ことによるオーバーヘッドが大きくなるためで、あま り実用的でないことが分かる。

アンサンブル予報を想定した設定 (EPS) の単体試験 (図略) でも、上と同様 MPP7(m) や MPP9(m×2) が 最も速く、スレッド数 32 まで良好なスケーラビリティ を確認できた。高速化の度合いは、Routine に比べ波 →格子変換が約5倍、格子→波変換が約2倍であった。 一方、4 次元変分法のインナーモデルを想定した設 定 (4DVar) のように、低い解像度で多数の MPI プロ セスに分割される場合には、今回の高速化はあまり良 い性能が出ない (図 2.2.5 下段)。現業運用 (7 スレッ ド)に近い8スレッドに注目すると、波→格子変換で は Routine と比べ MPP7(m) や MPP9(m×2) により 2 倍弱の高速化となっているが、格子→波変換では実行 時間に差がほとんどない。スレッド数を非常に多くし た場合には、Routine のコード構造のまま $(-1)^{n-m}$ に よる乗算を条件分岐で回避しただけの Parity の方が速 くなる。4次元変分法のインナーモデルではルジャン ドル変換がジョブ全体の実行時間に占める割合が小さ いため現時点でこのことはあまり問題にはならないが、

CPU time of the slowest thread TL959L100.160MPI TL959L100.160MPI 3.5 wave2grid grid2wave 3.5 2.5 CPU time 2.5 1.5 1.5 0.14 TI 319I 100 200MPI TL319L100.200MPI 0.12 0.3 grid2wave wave2grid 0.1 0.25 0.08 0.2 CPU 0.15 0.04 0.1

図 2.2.5 上段:単体試験(高解像度決定論予報を想定した TL959L100, 160MPI 設定時)の各スレッド数の実行時間 (最も遅いスレッドの実行時間)。左は波→格子変換、右 は格子→波変換に対する結果。下段:上段と同様、ただし 4次元変分法中のインナーモデルを想定した TL319L100, 200MPI 設定時の結果。時間は変換を 100 回繰り返した場 合の合計値で、単位は秒。

比較的低い解像度で多数の MPI プロセスに分割した場合の実行性能を高めることは今後の課題である。

(d) OpenMP レベルのスケーラビリティに関する考察

フルモデルの結果を述べる前に単体試験の結果の考 察から導かれる、OpenMP レベルのロードバランスを 悪化させないための制約について言及しておく。まず、 何もしないスレッドを発生させないためには、各MPI プロセスが担当する m のサイズ (NUMM」とする) がスレッド数 (numpe とする) より大きくなるよう にすればよい。また、m の値によって問題のサイズが 変化するが、1スレッドあたり複数(α 個とする)の m を担当できるようにすれば、OpenMP のダイナミッ クスケジューリング機能によりある程度負荷の均等化 が可能である。よって、 $\alpha > 1$ を適当な定数として、 $numpe < NUMM I/\alpha$ が並列化効率を悪化させな いための条件となる。ここで並列化効率とは全スレッ ド平均の実行時間と最も遅いスレッドの実行時間の比 として定義する指標で、全てのスレッドが全く同じ実 行時間であれば並列化効率は1.0、1スレッド以外全て アイドル(つまりシリアル実行)であれば並列化効率 は 1/numpe である。

表 2.2.2 に示したものやその他の解像度・MPI 分割設定での速度実測の結果から、 $\alpha \approx 2$ 程度に取れば並列化効率を 0.8 以上に保てることが分かった。GSM の 2 次元 MPI 分割手法 (宮本 2009) では NUMM.I = (鉛直分割数) \times ((最大東西波数+1) /MPI 分割総数+1)

なので、結局

$$(スレッド数) < \frac{1}{2} \times \text{NUMMJ}$$
 $\approx \frac{1}{2} \times \frac{(最大東西波数+1) \times (鉛直分割数)}{(MPI 分割総数)}$

が、スレッドレベルでのロードバランスを悪化させないための条件の目安となる。つまり、"Legendre" ステージでの(鉛直×東西波数)の2次元分割において、できるだけ鉛直を細かく分割するようにすることが、ルジャンドル変換にとっては有利になる。GSMの解像度や実行環境を変えるときには、ノード数やMPI分割の仕方等を調整する上で上記の条件が参考になるだろう。

(e) フルモデル試験

上記 (c) に示した単体試験の結果からは m 方向にスレッド並列をかける MPP7(m) と $MPP9(m\times2)$ の性能が良いことが分かった。後者の方が若干スケーラビリティが良いが、コードの簡潔さを優先して前者を採用しフルモデル試験を行った。

まずいくつかの解像度、MPI 分割数で単発予報試験を行い、高速化の前後で予報結果にほぼ差がないことを確認した。また、プロファイラを用いてサブルーチン毎の実行時間を計測し、MPI ランク間のルジャンドル変換の負荷の均衡具合を調べた。その結果、最も遅いランクと最も速いランクの実行時間の比が1.03 未満(GSM0808 の実装と同程度)で、ロードバランスが大変良好であることを確認できた。

さらに、現業同等の解析予報サイクル実験の解析値を初期値とした、実験期間41日(1日1初期値)の予報実験を決定論予報の解像度にて行ない、結果を確認した。予報結果は日々の天気図の目視(Routineのルジャンドル変換を用いたコントロール実験との比較や差分の表示)および対解析および対観測の標準的な予報スコアの比較により行なった。主観的ではあるが、日々の天気図はいずれの初期値においても予測時間120時間程度まではコントロールとの違いがほとんど視認できなかった(海面更正気圧の差の絶対値の全球最大値が1.0 hPa未満)。またスコアの変化もごく小さく、中立であった(図略)。

今回の高速化により GSM の実行速度は約 15%高速 化され、ジョブ全体の実行時間 (41 事例平均) は 84 時 間予報で 1163 秒から 1043 秒に、264 時間予報で 2098 秒から 1779 秒に短縮された。

(5) まとめと今後の課題および展望

今回の高速化では外部の行列計算ライブラリを利用することでコードの可読性を保持しながら特定の計算機への最適化を可能とした。行列計算は非常に汎用的な手続であり、スーパーコンピュータの標準的なベンチマーク(LINPACK)にも用いられることから、どのようなスーパーコンピュータでも高度にそのマシン向けに最適化されたライブラリが用意されている。よっ

て、今回の変更により GSM のルジャンドル変換コード は以前にも増して性能可搬性 ⁶ が高まったと言えよう。 例えば NAPS9 から NAPS10 への更新では CPU の演算性能やキャッシュ特性、メモリの性能等、計算機の特性に大きな変更があったが、ルジャンドル変換については行列乗算として定式化してあったことからサブルーチンの呼び出しインターフェイスを利用するライブラリにあわせる程度の比較的小さな書き換えのみで高い実行効率を引き出すことができた。 同様に GSM を第3世代地球シミュレータへ移植した際 (Nakano et al. 2017) も行列乗算をベンダー作成のライブラリにまかせることで大幅な高速化が可能であった(吉村裕正 2015, 私信)。

外部ライブラリの利用で様々なアーキテクチャへの 対応が容易となるが、その品質や精度については利用 する側に確認する責任があることには注意が必要であ る。ルジャンドル変換については、GSM0808のコード を参照用として保守し続け、新たなライブラリを利用 する場合には常に参照用コードとの結果の一致の具合 を確認することが望ましい。また、今回は行列乗算と いう極めて一般的な処理を外部ライブラリに任せたが、 仮に高速化を追求するあまり特殊な処理を外部ライブ ラリに任せてしまうと、そのライブラリが利用できる ことが縛りとなり却って可搬性を損ねたり、計算機の 調達に制約を課すこととなりかねない。外部ライブラ リの利用の是非については慎重な判断が必要である。

本稿で述べたルジャンドル変換のコードにはまだ高速化の余地がある。現在の実装ではルジャンドル陪関数 $\tilde{P}_n^m(\sin\phi_j)$ をモデルの初期化時に計算しメインメモリ上の大きな配列に格納しておき、ルジャンドル変換の実行のたびにこの配列を読み込んで (2.2.18) 式や (2.2.19) 式の P_{odd} , P_{even} を構成するようにしているが、 P_{odd} , P_{even} を構成する処理にルジャンドル変換の本体(行列乗算)と同じくらい時間がかかっている。 (2) で述べた通り最近のコンピュータではメインメモリからのデータ転送が演算速度より相対的に遅い傾向があるので、 P_{odd} , P_{even} を変換のたびにキャッシュメモリ上で直接計算することでさらなる高速化が可能になるかもしれない。その際、Ishioka (2018) で開発された高速で精度の高い漸化式を活用することが有用であろう。

日本では非常に高速で精度が精密に検証されている球面調和変換のパッケージ ISPACK が研究コミュニティにより開発されている (石岡 2017)。ルジャンドル変換そのものを ISPACK 等の高速な外部ライブラリに任せることも、可搬性の担保との兼ね合いもあるが、検討すべきであろう。

今回の開発でルジャンドル変換の演算部分は高速化

されたが、ルジャンドル変換の前後に必要となるステージ切替に伴うノード間通信の負荷は今後の GSM の高解像度化において問題となりうる。実際、第 2.2.3 項で示すように、NAPS10 では球面調和変換に伴う MPI 通信が GSM の全実行時間に占める割合は小さくなく、通信処理の最適化後でも 1 割強を占めている。大規模なノード間通信はスペクトルモデルの宿命であり、今後の計算機の動向次第では通信負荷の小さい、スペクトル法に替わる水平離散化を開発する必要があるかもしれない。そのような方策として、気象庁では現業領域モデルの力学コアとして実績ある asuca を全球に適用する開発 (坂本 2014) や、厳密な球面調和変換が可能でありつつ格子ベースの微分演算も実装しやすい構造格子系の開発 (Hotta and Ujiie 2018) など、多方面からのアプローチを模索している。

2.2.3 NAPS10 移植時に実施した通信の最適化 (1) はじめに

GSM は分散メモリ型並列計算機上で動作することを想定して作成されたプログラムであり、MPIを用いた分散メモリ向け並列計算(以下、MPI並列)を利用している。GSM の MPI 並列では、異なる MPI プロセス間・ノード間での大規模な通信処理(全対全通信)を行っている。この通信処理に要する時間は大きく、モデル全体の実行時間の数割を占める。

気象庁は、平成30年6月5日より第10世代スーパーコンピュータシステム(以下、NAPS10)の運用を開始した(本田2018)。NAPS10の運用開始に向け、GSMを新しい計算機(Cray XC50)へ移植したところ、従来と比べ通信処理に要する時間が増大し、GSMの実行が遅くなることが判明した。GSMのような現業利用されるモデルでは、決められた時間内で処理が完了することが不可欠であるため、この実行時間の増大は、CrayXC50への移植にあたり喫緊の問題となった。

この問題の解決として、GSMの力学過程のうち通信処理を行っている部分について高速化を実施した。高速化した GSM では、通信処理に要する時間を 3~4 割ほど削減することができ、GSM 全体の実行時間としても約 14%削減することに成功した。本変更は、NAPS10運用開始より GSM に導入されている。以下本稿では、実施した高速化について報告する。

本変更は高解像度全球モデル (TL959L100) を想定して実施したものであるが、その他の解像度でも同様の高速化が確認されている。このため、NAPS10 運用開始より、全球アンサンブル予報システムの予報モデル (TL479L100, TL319L100) や全球解析のインナーモデル (TL319L100) 等にも同様の変更が適用されている。

(2) GSM の通信処理の概要

はじめに、GSM の MPI 並列について簡単に説明する。詳細は、宮本 (2005)、宮本 (2009) 等に記述され

⁶ ここで性能可搬性とは、コードを書き換えることなく、あるいは少ない書き換えのみで、異なるマシン上で計算を実行できる性質(可搬性)に加え、高い実行効率も達成できる性質を指す。

ているので、これらの文献を参照していただきたい。 GSM の MPI 並列では、計算領域(物理空間、波数空 間)を各MPIプロセスに均等に分配して、並列に処理 を実行している。この際の、各 MPI プロセスへの計算 領域の分配方式をステージと呼んでいる。GSM で用い ているステージを表 2.2.3 に示す。GSM では "Grid", "Fourier", "Legendre", "Wavenumber", "Horizontal Advection"の計 5 種類のステージを用いており、処 理に応じて、適宜これらを切り替えて利用している。 "Grid"ステージは格子空間での処理を行うステージ であり、物理過程の計算や、各種力学非線型項の計算 はこのステージで行われる。"Fourier", "Legendre", "Wavenumber"の各ステージはスペクトル法のため のステージであり、スペクトル法の処理 (球面調和 変換、Helmholtz 方程式の計算等)を計算する際は、 $\text{``Grid''} \Leftrightarrow \text{``Fourier''} \Leftrightarrow \text{``Legendre''} \Leftrightarrow \text{``Wavenumber''}$ 間でステージが遷移する。"Horizontal Advection" ステージはセミラグランジュ法のためのステージで あり、セミラグランジュ法の処理を計算する際は、 "Grid"⇔"Horizontal Advection"間でステージ切り替 えが行われる。

これらのステージ切り替え処理は、各 MPI プロセス 間のデータの総交換・再配置により実装される。表 2.2.4 に、高速化前の GSM (TL959L100, 320MPI 実行時) に おける、各ステージ切り替え処理に伴う通信処理の詳細 を示す。特徴として、ほとんどのステージ切り替え処理 について、送受信バッファサイズが数百~数千 KB の大 容量の全対全通信を行っている。"Grid"⇔"Horizontal Advection"間のステージ切り替え処理では、全 MPI プロセス間で全対全通信を行っており、一つの全 対全通信で扱う MPI プロセス数が最も多くなっ ている。 "Grid"⇔ "Fourier", "Fourier"⇔ "Legendre", "Legendre"⇔"Wavenumber"間のステージ切り替え処 理は、サブコミュニケータを利用することで、比較的 規模の小さい局所的な全対全通信の集合として実装さ れている。解像度や MPI 並列の設定次第で、表 2.2.4 の内容や、これらの処理に要する時間は大きく変わる。 特に高解像度ほど、これらの通信に伴う処理時間が増 大する傾向があり、TL959L100 (320MPI, 80 ノード利 用)の場合は、GSM 全体の実行時間の 3~4 割 ⁷ を、 これらのステージ切り替え処理に要している。

(3) 計算機移植時の通信処理時間の増大

スーパーコンピュータシステムの更新に伴い、GSM を新しい計算機に移植した。新しい計算機はCrayXC50 (米 Cray 製) であり、2012年に導入されたSR16000/M1 (日立製作所製) と比べて実効性能で約10倍の処理能力を持つ (栗原 2017)。1ノードあたりの理論演算性能としても、SR16000/M1の980.48GFLOPSから CrayXC50では3225.6GFLOPSとなり、大幅

表 2.2.3 GSM の MPI 並列で利用しているステージの一覧 と、各ステージでの計算領域の分割方式。表の第 1 分割、 第 2 分割は、それぞれ二次元分割並列化における第 1 次 元、第 2 次元の分割対象を表している。

ステージ名	第1分割	第2分割
"Grid"	南北	東西
"Fourier"	南北	鉛直
"Legendre"	東西波数	鉛直
"Wavenumber"	東西波数	波数成分
"Horizontal Advection"	南北	鉛直

に向上している。移植の確認として、CrayXC50 と SR16000/M1 において、同じノード数で GSM を実行し、処理に要した時間を比較した。まず、GSM の処理のうち演算部分については、CrayXC50 利用時の方が SR16000/M1 利用時と比べ速くなることが確認された。これは、演算速度そのものの向上、メモリアクセス性能の向上、キャッシュ最適化された数値計算ライブラリの利用等が主な要因である。一方で、GSM の処理のうち通信部分については、CrayXC50 利用時は SR16000/M1 利用時と比べ、大幅に遅くなる傾向が見られた。GSM 全体の実行時間としては後者の影響が大きく、GSM84 時間予報(TL959L100, 160MPI, 40ノード利用)8 を実行した場合、SR16000/M1 では約20分で計算されていたものが、CrayXC50 では約25分かかるようになった。

CrayXC50において GSM の通信処理が遅くなったことの要因の一つとして、SR16000/M1と比べ、ノード間インターコネクトの通信バンド幅が縮小したことが考えられる。実際に、OSU Micro-benchmarks⁹等で通信性能を比較すると、比較的小さいサイズの通信や、レイテンシについては CrayXC50の方が高速であるが、通信量が 128KiB を越える通信では SR16000/M1の方が高速である傾向が見られた。前述のとおり、GSM のステージ切り替えに伴う通信処理は大容量化する傾向があり、基本的にその通信量は 128KiB よりも大きい。これが、CrayXC50への移植にあたり、GSM の通信処理が遅くなった要因の一つであると考えている。

(4) 高速化の実装

GSM の実行時間を短縮するために、GSM の力学過程のうち、ステージ切り替え処理に伴う通信処理について、以下 2 点の変更を行った。なお、これらはいずれも時間積分の結果に影響しない変更であり、変更前後で計算結果はビット単位で一致する。

- 冗長な通信を無くすことによる通信量の削減
- ベンダーの集団通信関数を利用することによる通信の最適化

⁷ CrayXC50 (通信処理の高速化前) で計測した値。

⁸ 現在では 132 時間への予報時間延長を行ったため、実行時間短縮のために 80 ノード (320MPI) を利用している。

⁹ http://mvapich.cse.ohio-state.edu/benchmarks/

表 2.2.4 高速化前の GSM(TL959L100, 320MPI 実行時)における、各ステージ切り替え処理に伴う通信処理(全対全通信)の詳細。各全対全通信における通信量(送受信されるバッファの大きさ)、通信プロセス数(一つの全対全通信で扱う MPI プロセス数)、同時起動数(同時に起動される全対全通信の数)を記している。"Grid"⇔"Fourier", "Fourier"⇔"Legendre"間のステージ切り替え処理については、通信量が異なる設定でモデル内で複数回行っているので、通信量についてはそれらの最小値、最大値を記入している。"Grid"⇔"Horizontal Advection"間のステージ切り替え処理については、プロセス毎に送受信するバッファの大きさが異なるので、通信量についてはそれらの最小値、最大値を記入している。

ステージ切り替え処理	通信量 [バイト]	通信プロセス数	同時起動数
"Grid"⇔"Fourier"	$1,096,704 \sim 6,423,552$	5	64
"Fourier" \Leftrightarrow "Legendre"	$91,392 \sim 352,512$	64	5
${\rm ``Legendre''} \Leftrightarrow {\rm ``Wavenumber''}$	1,410,320	5	64
"Grid" \Leftrightarrow "Horizontal Advection"	$0 \sim 552,960$	320	1

(a) 冗長な通信を無くすことによる通信量の削減

一点目の変更として、球面調和変換に関わるステージ切り替え処理("Grid"⇔"Fourier"、および "Fourier"⇔"Legendre"間のステージ切り替え処理)について、従来存在した冗長な通信を無くすことによる通信量の削減を行った。

GSM では、Reduced Spectral Transformation 及び適合がウス格子 (宮本 2005) を採用することで、高緯度側における冗長な計算を削減し、実行時間を短縮している。しかしながら、従来の GSM では、球面調和変換に関わるステージ切り替え処理について、標準がウス格子相当のデータを通信したままになっていた。この部分について、Reduced Spectral Transformation に必要なデータのみを通信するように修正を行い、通信量を削減した。通信量を削減した GSM では、"Grid" \leftrightarrow "Fourier","Fourier" \leftrightarrow "Legendre"間のステージ切り替えに伴う通信量を $3\sim4$ 割ほど削減することができ、その処理時間についても $4\sim5$ 割ほど減らすことができた。

(b) ベンダーの集団通信関数を利用することによる通信の最適化

2点目の変更として、"Grid"⇔"Horizontal Advection"間のステージ切り替え処理について、ベンダーの集団通信関数を利用することによる通信の最適化を行った。

従来のGSMでは、全対全通信の処理に集団通信関数は用いず、すべて一対一通信 (MPI Isend, MPI Irecv)で行っていた。この部分について、ベンダーにより最適化された集団通信関数 (MPI Alltoallv)を利用したところ、一部のステージ切り替え処理で高速化が確認された。特に、"Grid"⇔"Horizontal Advection"間のステージ切り替え処理での高速化が顕著であり、その処理時間を約2割減らすことができた。一方で、その他のステージ切り替え処理については、顕著な高速化は見られなかった。GSMのステージ切り替え処理の中では、"Grid"⇔"Horizontal Advection"間のステージ切り替え処理が、一つの全対全通信に関わる MPI プロセス数が最も多い通信となるため、集団通信関数を利用することによる最適化の効果が大きかったものと

考えている。このため、今回は "Grid" ⇔ "Horizontal Advection" 間のステージ切り替え処理についてのみ、集団通信関数を利用する変更を適用している。

(5) 実行性能

実装した高速化の確認として、CrayXC50を用いてGSM132時間予報(TL959L100, 320MPI, 80ノード利用)を実行し、その実行時間および、ステージ切り替え処理に要した時間を計測した結果を図2.2.6に示す。(i)高速化なし、(ii)高速化ありの両者について計測を行い、両者の結果を図示している。

まず、"Grid"⇔"Fourier"、"Fourier"⇔"Legendre" 間のステージ切り替えに要した時間に注目すると、 高速化の前後で処理時間が 4~5 割ほど削減されてお り、合わせて約 110 秒の高速化に成功している。こ れは、2.2.3.(4).(a) で述べた、球面調和変換に関わる 全対全通信の通信量を削減したことの効果である。次 に、"Grid"⇔"Horizontal Advection"間のステージ切 り替えに要した時間に注目すると、高速化の前後で 処理時間が約2割削減されており、約65秒の高速 化に成功している。これは、2.2.3.(4).(b) で述べた、 "Grid"⇔"Horizontal Advection"間のステージ切り替 え処理に、ベンダーにより最適化された集団通信関数 を利用した結果である。その他の処理については、今 回の変更を受けないため、高速化前後で処理時間は大 きく変わらない。GSM 全体の実行時間としては、高速 化前は約25分かかっていたが、高速化を行うことで約 22 分まで短縮することができ、約 14%の高速化に成功 している。

(6) まとめと今後の課題

GSM の CrayXC50 への移植に伴い、その通信処理について高速化を行った。高速化の結果として、GSM のステージ切り替え処理のうち、"Grid"⇔"Fourier", "Fourier"⇔"Legendre"間のステージ切り替えに要する時間を 4~5 割、"Grid"⇔"Horizontal Advection"間のステージ切り替えに要する時間を約 2 割削減することができ、GSM 全体の実行時間を約 14%削減することができた。

今回行った高速化は、CrayXC50 に特化したもので

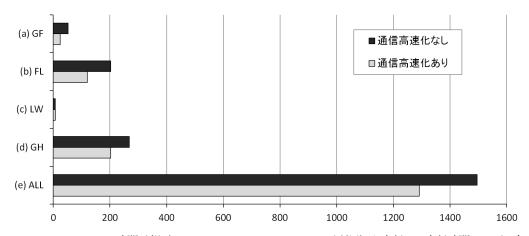


図 2.2.6 CrayXC50 で GSM132 時間予報 (TL959L100, 320MPI, 80 ノード利用)を実行し、実行時間および、各ステージ切り替え処理に要した時間を計測した結果(単位は秒)。それぞれ、(a) "Grid" ⇔ "Fourier" ステージ間、(b) "Fourier" ⇔ "Legendre" ステージ間、(c) "Legendre" ⇔ "Wavenumber" ステージ間、(d) "Grid" ⇔ "Horizontal Advection" ステージ間の切り替えに要した時間を示しており、(e) は GSM 全体の実行時間を示している。黒色は通信高速化前の計測結果であり、灰色は通信高速化後の計測結果である。なお、計測値については、実行時間のぶれを考慮し、それぞれ3回ずつ実行して計測した値の平均値を示している。

はない。現在、数千以上のノードを使って並列計算するスーパーコンピュータが主流になっていること、最新のスーパーコンピュータでも通信処理はそれほど速くなっていないこと等を踏まえると、今後も通信処理がボトルネックになる可能性がある。よって、今後も引き続き、通信量を減らす、通信起動回数を減らす等の、通信の最適化処理を継続する必要があると考えている。具体的には、(i)"Grid"ステージと"Horizontal Advection"ステージの統合による通信処理の削減、(ii)全対全通信への依存度を下げる離散化の開発、等を検討しており、今後のGSM力学過程の開発において取り組む予定である。

参考文献

Côté, J. and A. Staniforth, 1988: A Two-Time-Level Semi-Lagrangian Semi-implicit Scheme for Spectral Models. Mon. Wea. Rev., 116, 2003–2012.

Drake, J. B., P. Worley, and E. D'Azevedo, 2008: Algorithm 888: Spherical Harmonic Transform Algorithms. *ACM Transactions on Mathematical Software*, **35(3)**, 23:1–23:23.

日立製作所, 2008: 数値計算ライブラリー MATRIX/MPP, MATRIX/MPP/SSS, MSL2 のご紹介. スーパーコンピューティングニュース特集号, 東京大学情報基盤センター, 9, 5-20, URL https://www.cc.u-tokyo.ac.jp/public/V0L9/special/1.pdf.

本田有機, 2018: 第10世代数値解析予報システム. 平成30年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 2-13.

Hortal, M., 2002: The development and testing of a new two-time-level semi-Lagrangian scheme (SET-TLS) in the ECMWF forecast model. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 128, 1671–1687.

Hoskins, B. J. and A. J. Simmons, 1975: A multilayer spectral model and the semi-implicit method. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 101, 637–655.

Hotta, D. and M. Ujiie, 2018: A nestable, multigrid-friendly grid on a sphere for global spectral models based on Clenshaw–Curtis quadrature. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 144, 1382–1397.

石岡圭一, 2017: ISPACK: 科学計算のための FORTRAN77 ライブラリ. URL http://www.gfd-dennou.org/arch/ispack/.

Ishioka, K., 2018: A new recurrence formula for efficient computation of spherical harmonic transform. J. Meteor. Soc. Japan, 96, 241–249.

Katayama, K., H. Yoshimura, and T. Matsumura, 2005: Operational Implementation of a new semi-Lagrangian global NWP model at JMA. CAS/JSC WGNE Res. Activ. Atmos. Oceanic Modell., 6.5– 6.6

栗原茂久, 2017: 計算機 (スーパーコンピュータシステム). 平成 29 年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 120-123.

宮本健吾, 2005: 適合ガウス格子. 数値予報課報告・別冊第 51 号, 気象庁予報部, 39-42.

宮本健吾, 2009: 適合ガウス格子版全球モデル. 数値予報課報告・別冊第55号, 気象庁予報部, 27-49.

Nakano, M., A. Wada, M. Sawada, H. Yoshimura, R. Onishi, S. Kawahara, W. Sasaki, T. Nasuno, M. Yamaguchi, T. Iriguchi, M. Sugi, and Y. Takeuchi, 2017: Global 7km mesh nonhydrostatic Model Intercomparison Project for improv-

- ing Typhoon forecast (TYMIP-G7): experimental design and preliminary results. *Geoscientific Model Development*, **10**, 1363–1381.
- Orszag, S. A., 1970: Transform Method for the Calculation of Vector-Coupled Sums: Application to the Spectral Form of the Vorticity Equation. *J. Atmos. Sci.*, **27**, 890–895.
- 坂本雅巳, 2014: 全球モデルとしての利用. 数値予報課報告・別冊第 60 号, 気象庁予報部, 121-132.
- Simmons, A. J. and D. M. Burridge, 1981: An Energy and Angular-Momentum Conserving Vertical Finite-Difference Scheme and Hybrid Vertical Coordinates. Mon. Wea. Rev., 109, 758–766.
- Wedi, N. P., 2014: Increasing horizontal resolution in numerical weather prediction and climate simulations: illusion or panacea? *Philosophical Transac*tions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, **372**, 20130 289.
- Wedi, N. P., M. Hamrud, and G. Mozdzynski, 2013: The ECMWF model: progress and challenges. Proceedings of ECMWF Annual Seminar 2013: Recent developments in numerical methods for atmosphere and ocean modelling., 1–14.
- Wedi, N. P. and P. K. Smolarkiewicz, 2009: A framework for testing global non-hydrostatic models. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 135, 469–484.