

体積歪，傾斜データに対する気圧 の影響の補正に関する物理的考察*

上垣内修**

Physical Considerations on the correction methods of volumetric strain and tilt data for the effects of atmospheric pressure change

Osamu Kamigaichi

Earthquake Prediction Information Division,

Seismological and Volcanological Department, Japan Meteorological Agency

Physical interpretations of the empirical methods of crustal data correction for the effects of atmospheric pressure change are given.

A physical model for the response of the crust to atmospheric pressure change is proposed. In this model, semi-infinite elastic half space corresponds to the crust, and axisymmetrical vertical load on the surface corresponds to atmospheric pressure change.

Conclusions are as follows :

1. Physical adequateness of the linear equation correction method of volumetric strain data for longer-period disturbances of atmospheric pressure, such as longer than several minutes, is ascertained by the model above.
2. Physical adequateness of the linear equation correction method of daily mean tilt data for daily mean atmospheric pressure change can be explained by the relative magnitude of representative space scale between atmospheric disturbance and geographical feature such as the coast line. Inapplicability of this method to smaller-scale (shorter-period) pressure change is suggested by the model above, even if the pressure gradient is considered.

§ 1. 序

地殻変動を観測した結果得られるデータには，気圧変動，潮汐，降水等の影響が含まれている。観測の目的をテクトニックな起源の地殻変動の検出に置く場合，これらはノイズと考えられ，可能な限りデータから除去される事が望ましい，そのために地殻変動観測者は，ノイズの入力となる物理量を観測する測器の整備とともに，入力に対する応答関数を経験的に知っておく必要がある。さらに，その応答関数に対して物理的な根拠を与えられる事が望ましい。

現在気象庁では，31カ所の体積歪観測点のうち17

の観測点に気圧計を設置し，リアルタイムでデータを取り込むとともに，気圧計設置点については分単位で，その他の観測点については時間単位から隣接観測点の気圧データを使用して，それぞれ気圧の影響の補正を行なっている。手法は，あらかじめ最小二乗法により求めた一次回帰係数A（以降，気圧係数）を用いた一次式による補正であり，下記式による。

$$y'_t = y_t - A * x_t \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし，

y'_t : 時刻 t における気圧補正後体積歪データ

y_t : 時刻 t における気圧補正前体積歪データ

x_t : 時刻 t における気圧データ（基準値からの変動分のみ）

* Received January 12, 1987

** 地震火山部地震予知情報課

観測点によりばらつきがあるが、Aの値として $0.5 \sim 2.0 \times 10^{-8}$ (strain/mb)を得ている。また、5分より長い周期について、気圧と体積歪の間に高い一次相関が確認されている(桧皮ら(1983)¹⁾)。

島田ら(1985)²⁾は、国立防災科学技術センターで観測しているボアホール型傾斜計のデータに関して、日平均の傾斜、気圧値を用いて解析を行なった結果、両者の間に良好な線型関係を得ている。

今回の報告では、これら経験則から作られた補正法に対し物理的根拠を与えたとともに、それらの補正法の適用限界についての考察を試みた。

§ 2. 弾性理論によるモデル化

気圧変動に対する地殻の応答を調べるため、以下の様なモデルを導入する。

地殻を半無限一様等方性弾性体、気圧の基準値からの変動分を弾性体表面に加わる法線荷重と、それぞれモデル化する。媒質の粘弾性の効果は考慮しない。また、測器埋設のため掘られた孔のcavity効果(Harrison(1976)³⁾)も無視する。気圧の移動は法線荷重の時空間分布の変化とみなせるので、Lambの問題(Lamb(1904)⁴⁾)として扱えるが、今回は静的問題として扱う。すなわち、ある時刻の荷重分布から計算される静的弾性変位を求め、時刻、荷重分布をずらす事で時系列としての変位が得られると考える。この近似の妥当性は、以下の2つの理由により支持されると考えられる。

- ①気圧変動は衝撃的である事はまれで、よって弾性体に励起される遷移現象としての波動成分は、残留変位に比べて無視できると考えられること。
- ②気圧の移動速度に比べて弾性体内の情報伝達速度(PあるいはS波速度)が圧倒的に大きいので、気圧変動中心部から、その代表的空間スケールに比べて十分遠方まで、「荷重が変化した」という情報が十分瞬時に伝達され、平衡に達すると考えられること。

今回は簡単のため、気圧変動の関数系として軸対称なものだけを扱う。fig. 1に示す様に荷重中心を原点とし、z軸を鉛直下方向きとする円筒座標系を用いる。原点からの動径方向距離をrとし、荷重Pを $P = P(r)$ で表わした場合の、任意の座標(r, φ, z)における変位 $U = (U_r, U_\phi, U_z)$ は下記の様に表わせる(力武ら(1980)⁵⁾)。

$$U_r(r, \phi, z) = U_r(r, z) = -(1-\alpha)/(2\mu\alpha) \int_0^\infty P^*(\xi) J_1(\xi r) \exp(-\xi z) d\xi + z/(2\mu) \int_0^\infty$$

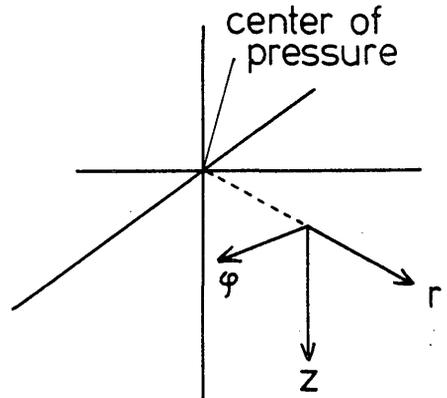


fig. 1 Cylindrical coordinates. Z-axis is downward positive. r is a radial distance, φ is an azimuthal angle.

$$\xi P^*(\xi) J_1(\xi r) \exp(-\xi z) d\xi \dots\dots (2.1)$$

$$U_\phi(r, \phi, z) = 0 \dots\dots\dots (2.2)$$

$$U_z(r, \phi, z) = U_z(r, z) = 1/(2\mu\alpha) \int_0^\infty P^*(\xi) J_0(\xi r) \exp(-\xi z) d\xi + z/(2\mu) \int_0^\infty \xi P^*(\xi) J_0(\xi r) \exp(-\xi z) d\xi \dots\dots\dots (2.3)$$

ただし、

$$\alpha = 1 - (V_s/V_p)^2 : V_p, V_s \text{ は P, S 波速度}$$

μ : 弾性体の剛性率

$J_\nu(x)$: ν 次のベッセル関数

$P^*(\xi) = \int_0^\infty r P(r) J_0(\xi r) dr$: 荷重 P(r) のハンケル変換

なお、逆ハンケル変換は

$$P(r) = \int_0^\infty \xi P^*(\xi) J_0(\xi r) d\xi \dots\dots\dots (3)$$

で与えられる。

傾斜は、地表面の鉛直変位の水平方向微分で定義される。(2.1~3)より、物理量はφによらないので、傾斜ベクトルの方向は動径方向と一致する。また、単位距離間の気圧差を気圧傾度と呼ぶ事にすれば、動径方向に気圧傾度が最大となるので、気圧傾度最大の方向と傾斜ベクトルの方向は一致する事がわかる。

さて、傾斜計には、大別して

①水管傾斜計の様に、鉛直変位の水平微分を測定するもの(以降、水管型)

②鉛直振子型傾斜計の様に、水平変位の鉛直微分を測定するもの(以降、鉛直振子型)

の二種類があり、それらにより測られる物理量は一般には一致しない事に注意しなければならない。すなわち、r z 平面内の傾斜を考え、①,②に対応する

傾斜をそれぞれ t_H, t_V で表わす事にすれば,

$$t_H = -\partial U_z / \partial r \quad \dots\dots (4)$$

$$t_V = \partial U_r / \partial z \quad \dots\dots (5)$$

である。(4), (5)の符号は, 一般に了解されている同一センスの傾斜変動に対応した定義となっている。

これらを, r, z 平面内のせん断歪 e_{rz} および φ 方向の回転 ω を使って表わせば,

$$e_{rz} \equiv (\partial U_r / \partial z + \partial U_z / \partial r) / 2 \quad \dots\dots (6)$$

$$\omega \equiv (\partial U_r / \partial z - \partial U_z / \partial r) / 2 \quad \dots\dots (7)$$

であるので

$$t_H = \omega - e_{rz} \quad \dots\dots (8)$$

$$t_V = \omega + e_{rz} \quad \dots\dots (9)$$

となる。地表における境界条件から, $z = 0$ では $e_{rz} = 0$ であるので, 地表においては(8)と(9)は一致し, 物理量としては回転を意味する。

体積歪 Δ は

$$\Delta \equiv \text{div } \mathbf{U} = 1/r \partial(rU_r) / \partial r + 1/r \partial U_\varphi / \partial \varphi + \partial U_z / \partial z \quad \dots\dots (10)$$

で定義されるので, (6), (7), (10)に(2.1~3)を代入すると

$$\Delta(r, z) = -(1-\alpha) / (\mu\alpha) \int_0^\infty \xi P^*(\xi) J_0(\xi r) \exp(-\xi z) d\xi \quad \dots\dots (11)$$

$$e_{rz}(r, z) = -z/\mu \int_0^\infty \xi^2 P^*(\xi) J_1(\xi r) \exp(-\xi z) d\xi \quad \dots\dots (12)$$

$$\omega(r, z) = 1/(2\mu) \int_0^\infty \xi P^*(\xi) J_1(\xi r) \exp(-\xi z) d\xi \quad \dots\dots (13)$$

となる。さて, 気圧値は

$$P(r) = \int_0^\infty \xi P^*(\xi) J_0(\xi r) d\xi \quad \dots\dots (3 \text{ again})$$

で表わせるが, (3)と(11)を比較すると, $z = 0$ においては気圧と体積歪の間に厳密に線型関係が成立する事がわかる。また, z が荷重 P の代表的空間スケールより十分小さい領域では, 気圧と体積歪の間の準線型関係成立が予想される。

一方, (3)と(12)および(13)を比較しても共通部分は見いだせない。直観的に, 傾斜とは気圧傾度が対応しそうなので(3)を動径方向に微分したものを書き下せば,

$$dP(r)/dr = -\int_0^\infty \xi^2 P^*(\xi) J_1(\xi r) d\xi \quad \dots\dots (14)$$

$$d^2P(r)/dr^2 = -\int_0^\infty \xi^3 P^*(\xi) J_0(\xi r) d\xi + 1/r \int_0^\infty \xi^2 P^*(\xi) J_1(\xi r) d\xi \quad \dots\dots (15)$$

となる。(14)は最大方向の気圧傾度に相当する。(14)と(12)を比較すると, $z = 0$ で積分内が一致することがわかる。しかし(12)の積分外に z が掛っているため, z と荷重 P の代表的空間スケールの比により “比例

係数” が変化し, よって気圧傾度とせん断歪との間には, いかなる場合にも厳密な線型関係は成立しない。また, 回転(13)については, 気圧およびその動径方向導関数(14), (15)との間に, 式の上では何ら共通部分は見いだせない。したがってせん断歪と回転の線型結合である傾斜と, 気圧とその導関係との間には準線型関係すら期待できない様である。

§ 3. 計算結果

本節では $P(r)$ として具体的な関数系を代入し, 定量的な議論を行なう。

台風等, 気圧擾乱のモデルとしてよく採用される関数として

$$P(r) = P_0 / \{1 + (r/r_0)^2\}^{3/2} \quad \dots\dots (16)$$

を導入する。 P_0 は中心における気圧擾乱の強さ, r_0 は擾乱の代表的空間スケールに対応する。(16)を(10), (6), (7)に代入すると,

$$\Delta(r, z) = -(P_0/\mu) * (1-\alpha) / \alpha * (1+z/r_0) / \{(r/r_0)^2 + (1+z/r_0)^2\}^{3/2} \quad \dots\dots (17)$$

$$e_{rz}(r, z) = -(P_0/\mu) * 3 * (r/r_0) (z/r_0) (1+z/r_0) / \{(r/r_0)^2 + (1+z/r_0)^2\}^{5/2} \dots (18)$$

$$\omega(r, z) = (P_0/\mu) * 1 / (2\alpha) * (r/r_0) / \{(r/r_0)^2 + (1+z/r_0)^2\}^{3/2} \quad \dots\dots (19)$$

となる。

(16)によって引き起こされる変位をベクトル図で表わしたのが fig. 2(a)であり, 同じく体積歪, せん断歪, 回転, 傾斜(水管型), 傾斜(鉛直振子型)を等値線図で表わしたのがそれぞれ fig. 2(b)~(f)である。

ただし, α の値として $2/3$ ($V_p/V_s = \sqrt{3}$ に相当)を仮定している。等値線図については, 値はすべて (P_0/μ) で規格化しており, 正荷重に対応した変形という意味で符号にも意味がある。fig. 2(b)~(e)については全領域で同一符号であるが, fig. 2(f)傾斜(鉛直振子型)については符号の反転する領域が存在する事が特筆される。また, 地表 $z = 0$ における傾斜(水管型, 鉛直振子型とも)の最大値を与える (r/r_0) の値は, 気圧傾度の最大値を与える (r/r_0) の値の $\sqrt{2}$ 倍であり, r_0 が大きくなると, 絶対量として両者の r に大きな差が生じる事になる。

次に, 時系列として見た時の, 気圧変動と地殻応答との関係を調べる。静的近似では, 気圧の移動は, 気圧が静止していて, 測器が地中を相対的に移動する事と等価である。fig. 3に問題設定の概念図を示す。問題記述のため設定すべきパラメタとして, ① 気圧擾乱の移動方向 ② 同移動速度 v ③ 同代表的空間

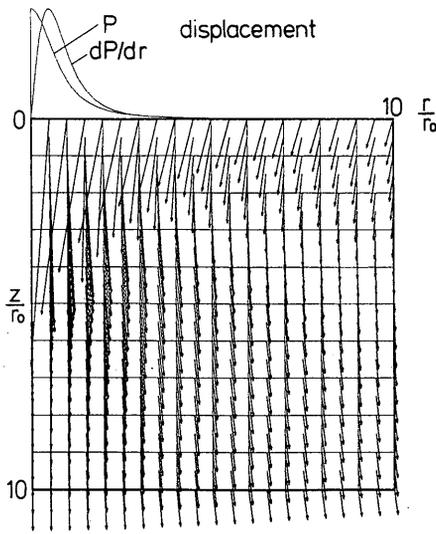


fig.2 (a) Vector map of displacement produced by a positive load. Amplification is arbitrary. A load function $P(r)$ and its differentiation $dP(r)/dr$ are also shown. Abscissa is radial distance r , and ordinate is depth z , both are normalized by r_0 . Plotted ranges of (r/r_0) and (z/r_0) are both $0.0 \sim 10.0$.

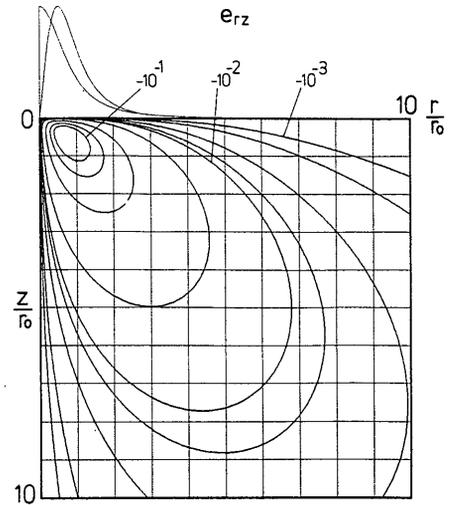


fig.2 (c) Contour map of shear-strain in a rz -plane e_{rz} . For details, see captions for (a) and (b).

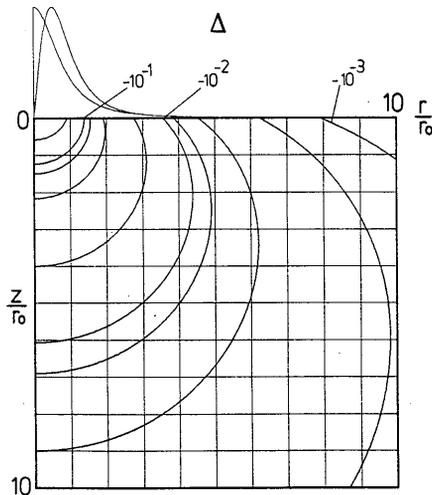


fig.2 (b) Contour map of volumetric strain Δ . Values are normalized by (P_0 / μ) , and contour values are combinations of $\pm (1.0, 2.0, 5.0, 8.0) * 10^{-(1, 2, 3)}$. Numerals assigned to contours are contour values. For details, see captions for (a).

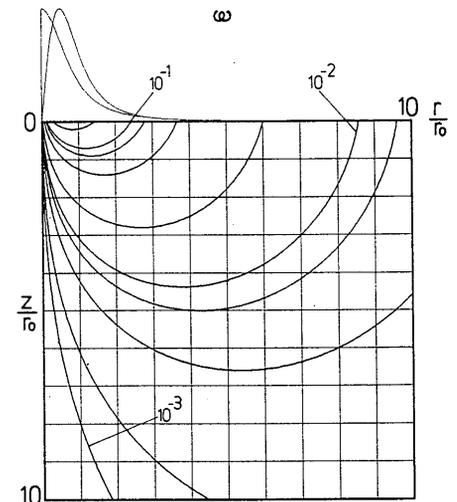


fig.2 (d) Contour map of rotation ω . For details, see captions for (a) and (b).

スケール r_0 ④同擾乱の強さ P_0 ⑤衝突パラメタ $\delta \equiv$ (気圧擾乱の中心と測器との最接近距離/ r_0) ⑥測器埋設深度 z があげられるが、ここでは①, ②, ⑥を固定して考える。すなわち、

①, ②: 気圧擾乱は西から東へ $v = 5 \text{ m/sec}$ で移動する。

⑥: 測器埋設深度 $z = 100 \text{ m}$ とする。

r_0 および δ を変化させた時の時系列のふるまいを調べる。なお、現実の気圧擾乱については P_0 は r_0

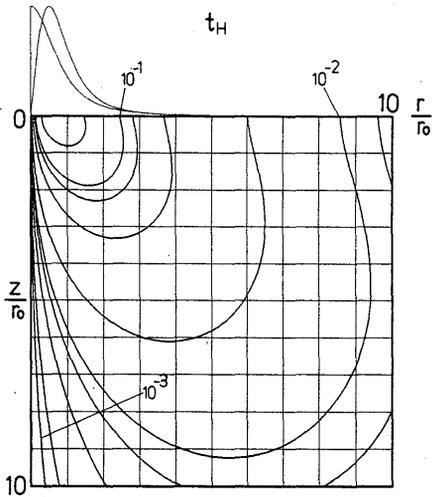


fig. 2 (e) Contour map of tilt of water-tube type t_H . For details, see captions for (a) and (b).

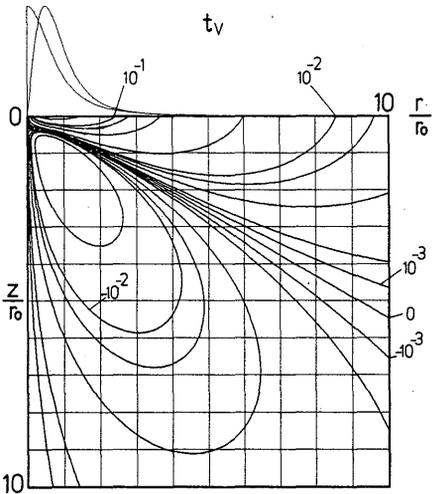


fig. 2 (f) Contour map of tilt of vertical pendulum type t_v . For details, see captions for (a) and (b).

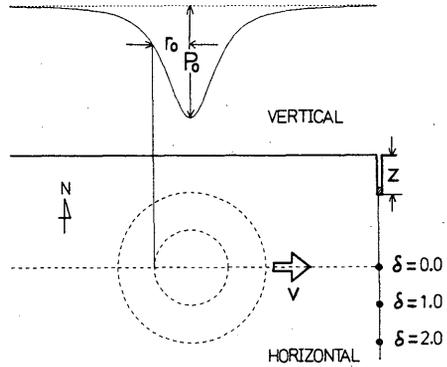


fig. 3 Schematic picture of passage of a low atmospheric pressure near a sensor. v is a migration velocity, r_0 a representative scale of a low pressure. z is a sensor depth, and δ is a collision parameter (the minimum distance of approach normalized by r_0). v is set to 5 m/sec, and z to 100m.

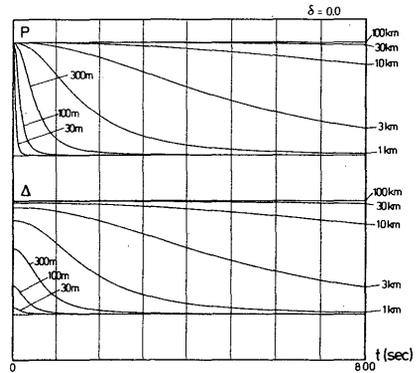


fig. 4 Relations between atmospheric pressure change and strain response as time series for various representative scales of atmospheric pressure change r_0 . The time of nearest approach corresponds to $t = 0$, and plotted range of t is 0.0 ~ 800.0 sec.

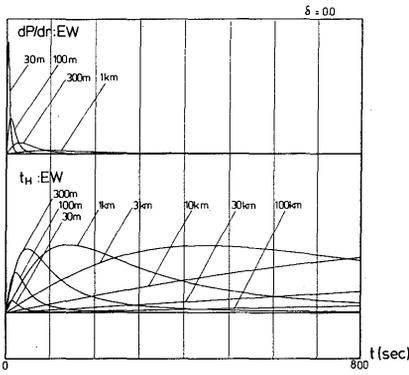
Top: atmospheric pressure change functions.

Bottom: strain responses.

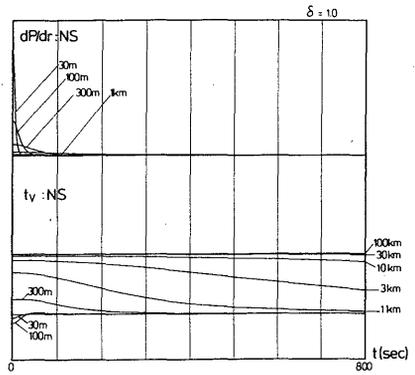
Top functions are thought to be inputs for bottom ones. Amplifications are arbitrary.

(a) Top: atmospheric pressure, Bottom: volumetric strain Δ . $\delta = 0.0$

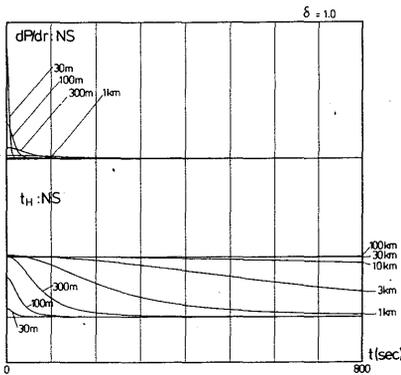
に依存した関数であるが、地殻の応答関数を知る事が目的なので P_0 は固定する。気圧擾乱最接近時を $t = 0$ とし、 $t \geq 0$ についての地殻応答と、最もその応答に対する入力と考え易い物理量とを対比させて示したのが fig. 4(a)~(e)である。すなわち、体積歪に対しては気圧値そのもの、傾斜に対しては同方向の気圧傾度である。曲線に示された数値は r_0 の値である。 δ の値は(a), (b), (d)については 0.0, (c), (e)に



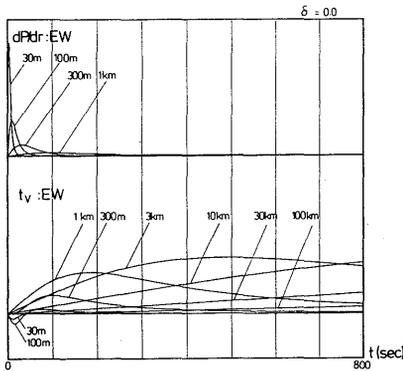
(b) Top : pressure gradient in EW direction, Bottom : EW component of water-tube type tilt t_H . $\delta = 0.0$



(e) Top : pressure gradient in NS direction, Bottom : NS component of vertical pendulum type tilt t_V . $\delta = 1.0$



(c) Top : pressure gradient in NS direction, Bottom : NS component of water-tube type tilt t_H . $\delta = 1.0$



(d) Top : pressure gradient in EW direction, Bottom : EW component of vertical pendulum type tilt t_V . $\delta = 0.0$

については1.0としてある。 $t < 0$ でのふるまいは、(a), (c), (e)は $t \geq 0$ の時間反転、(b), (d)は原点对称となる。

(a) : 気圧～体積歪

前節で予想された様に、 r_0 の大きな領域で両者の間に準線型関係が成り立つ様である。線型関係成立のための必要条件として、

- i) 入力と応答の関数系の相似性
- ii) 入力の振幅、周期によらず応答に対する比例係数が一定であること

の2つがあげられる。よってi)の目安として入出力関数の半値幅の比、ii)の目安として入出力関数の最大値の比を導入し、 r_0 についてどの領域まで準線型性が成立するかを示したのが fig. 5 (a)半値幅比(b)最大値比である。ただし(b)について縦軸は $P_0/\mu * (1$

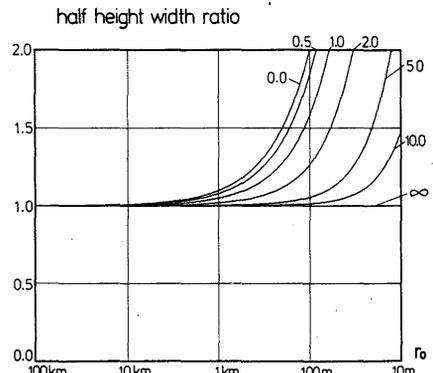


fig. 5 (a) Relation between scale ratio (sensor depth z / space scale of atmospheric pressure r_0) and half-value-width ratio (that of volumetric strain / that of atmospheric pressure).

W成分との対応を示す。比例係数をいろいろ変えて補正を行ない、最もなめらかに補正できた時の比例係数をもって気圧係数としている。各地点毎に求められたEW, NS成分に対する気圧係数を、ベクトル図の形で示したのが fig. 7である。

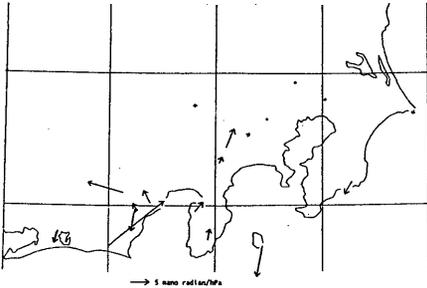


fig. 7 Vector map of correction coefficients of tilt for atmospheric pressure. after 島田ら (1985)²⁾ fig. 4.

入力となる擾乱の形や移動方向によらず、常に応答が一方方向を向く理由としては、測器そのものに一定方向に応答し易いせがある事が考えられるが、fig. 8に示した各地点での時間値に見られる様に、潮汐に対して滑らかに応答しているの、それは否定される。残る理由としては、日平均値で見た時の気圧に対する傾斜応答を支配する効果として、気圧擾乱の形、移動方向に比べて十分に卓越する別の因

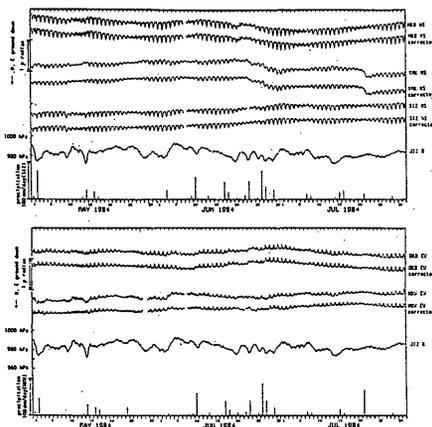


fig. 8 Hourly values of EW and NS components of tilt at some stations with or without correction for atmospheric pressure change. Atmospheric pressure at NAKA-IZU is also shown. after 島田ら (1985)²⁾ fig. 7

子がある事が考えられる。その因子について、大江ら (1982)⁶⁾の研究が示唆を与えてくれると考える。彼らは Gutenberg-Bullen の成層地球モデルと、それに対する荷重応答の Green 関数を用い、気圧擾乱に対する地表の傾斜応答を調べた。彼らは、今回のモデルでは考慮されなかった地形的効果を取り入れている。つまり、「海底面に加わる気圧荷重の影響は、海面の凹凸変形による isostasy 成立によって解消され、従って有効な荷重としては陸部に加わるものだけを考えれば良い」という妥当な仮定のもとに、水沢を中心として指数関数で減衰する気圧荷重に対する傾斜応答を、東北地方に対して計算した。結果を fig. 9 にベクトル図で示す。彼らは一様荷重につ

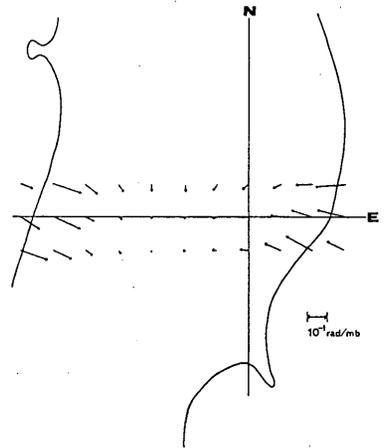


fig. 9 Vector map of tilt produced by axisymmetrical atmospheric pressure, centered of MIZUSAWA and damps exponentially. Half-height width of a exponential load function is large enough compared with representative scale of geographical feature of TOHOKU-district. after 大江ら (1982)⁶⁾ fig. 8

いても計算し、結果は指数関数の場合と大差がないと報告している。指数関数の空間スケール、すなわち今回のモデルの r_0 に対応するものは、球座標で表わして 10° であるので、東北地方の海岸線スケールに比べて十分に大きい。よって陸部で荷重一定とほぼ等価で、彼らの仮定より気圧傾度は海岸線に沿って最大となる。また、気圧傾度のベクトルの方向は海岸線と直交する。fig. 9を見ると、今回の報告で得られた定性的な性質 ①「傾斜ベクトルの方向は気圧

傾度ベクトルの方向と一致する」②「気圧傾度最大の付近に傾斜値最大の領域が存在する」と調和的である事がわかる。彼らの結果は、気圧擾乱の形状の効果が比べ、海岸線という地形の効果が十分に卓越したひとつの例と考える事ができ、日平均値でみる事のできる気圧擾乱の空間スケールが、東海地方の海岸線の空間スケールに比べ十分に大きい島田ら(1985)²⁾のケースにもその説明が適応可能と考える。つまり日平均値でみる様な気圧擾乱の持つ地殻傾斜応答に対する有効な因子は、擾乱の大きさだけであり、傾斜は、地形の効果によって支配される一定方向に、気圧値そのものに比例した大ききで応答するわけである。fig. 7を見ると、気圧係数ベクトルの方向が海岸線と直交する傾向がある様でもあるが、実際には海岸線の形状以外にも等高線の形状等、地形の効果は考えられるわけであり、これらの総合として、fig. 7に示すベクトルの方向、大ききが決定されると考える。擾乱の空間スケールが地形のそれに比べて十分小さい場合には、傾斜応答への効果として支配的になるのは、気圧擾乱の関数系や移動方向、衝突パラメタ等であり、その場合の傾斜応答は、今回のモデルで見た様に、複雑になる事が予想され、気圧値やその空間微分を用いても一次式を使った補正は困難となるであろう。今後の研究の課題としたい。

§ 5. まとめ

地殻変動データに対する気圧変動の影響の、経験則に基づく補正法に対し、物理的解釈を試みた。地殻を半無限弾性体、気圧変動を表面に加わる鉛直荷重とする物理モデルを導入し、地殻の気圧応答を見積った結果、以下の事がわかった。

1. 体積歪データに対する、数分より長い周期の気圧擾乱の影響の一次式による補正法は、上記モデルによって物理的に妥当なものと確かめられた。また、実際に用いられている気圧係数は、上記モデ

ルから予想される気圧係数よりも数倍～10倍程度大きいが、これは埋設孔によるcavity効果や、周囲の岩盤と測器系とのカップリングの効果によるものと思われる。

2. 日平均値での傾斜データに対する、同じく日平均値での気圧値を使った一次式による補正法の物理的妥当性は、気圧擾乱の形状や移動方向等の効果に対する、海岸線等の地形の効果の卓越性によって説明できる。しかし、より小さい空間スケール(短周期)の気圧擾乱については、前者の効果が卓越し、従って上記モデルより傾斜の複雑な応答が予想されるため、気圧値や気圧傾度を用いても、一次式による補正は困難であると考えられる。

参考文献

- 1) 椛皮久義, 佐藤馨, 二瓶信一, 福留篤男, 竹内新, 古屋逸夫(1983) “埋込式体積歪計の気圧補正”, 験震時報, 第47巻第3～4号, p.91～111.
- 2) 島田誠一, 立川真理子(1985) “ボアホール式傾斜計の気圧による影響—国立防災科学技術センターの関東・東海地域観測網の場合—”, 測地学会誌, 第31巻3号, p.273～282.
- 3) Harrison, J. C., (1976) “Cavity and Topographic Effects in Tilt and Strain Measurement”, Journal of Geophysical Research, vol. 81, No.2, p.319～328.
- 4) Lamb, H. (1904) “On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid.” Philosophical Transactions of the Royal Society of London A203, p.1～42.
- 5) 力武常二, 佐藤良輔, 萩原幸男(1980) 「物理数学Ⅱ 地球科学を主体として(応用編)」, 第4章, 学会出版センター
- 6) 大江昌嗣, 花田英夫(1982) “重力及び地殻変形に対する気圧及び地下水の影響のシミュレーション”, 緯度観測所彙報, 第21号, p.6～14.