

円錐振子式起動機についての考察(第2報)*

鎌 本 博 夫**

550.341:534

Study on the Conical Pendulum Governor for Seismograph (Report 2)

H. Kamamoto

(Weather Instrument Plant)

In Report 2, we discuss the friction governor (Fig. 5) and the pulse regulating governor (Fig. 7).

With regard to the friction governor, we solve the equation of motion, and get the eq. (14)-(18). To compare the character of governors, we adopt the same pendulum and same torque as discribed in Report 1. Then the angular velocity deviation is calculated as shown in Table 1 and Fig. 6, where μ is friction coefficient.

Next we discuss the pulse regulating governor. In this case, the equation of motion is equal to (6) in Report 1, and we consider the rotation of pendulum is regulated every $2/3$ sec. When we adopt the same pendulum and torque as before, deviation of angular velocity as shown in Fig. 8 is obtained.

These three governors are compared in Fig. 9, where T_0 is the standard time to send the unit length on the rotating recording drum surface, and ΔT is the small deviation of time. We read the occurrence time of certain phase of an earthquake by extrapolating the preceding minute marks on the drum surface. In calculation, as the deviation of time needed to unit length along drum surface is smaller than $1/100$ sec, we can read the time exactly $1/10$ sec. But in long time, if the torque change exists, the distance between successive minute marks will not agree. These disagreements do not exist in the case of pulse regulating governor, but exist in the other two cases. In these cases, friction governor shows better result than case 1 treated in Report 1.

In the case of pulse regulator, as the conical pendulum discussed here has little control character, the pendulum will be replaced with the fly wheel.

With these results, we shall be able to use the simple and accurate pulse regulating seismograph governor by utilizing the master clock of the observatory in near future.

まえがき

第1報に円錐振子起動機のカラクリ制動について述べた¹⁾が、つづいて摩擦制動, パルス制動について考察し, 合せてこれら三者の制動法の優劣を論じた。

* Received Aug. 22, 1957.

** 気象測器製作所

1) 鎌本博夫: 円錐振子式起動機についての考察 第1報, 験震時報 21, No.4 (1957), 7~13.

§ 5. 摩擦制動円錐振り起動機について

摩擦制動を行わしめた場合、まず運動方程式をたて、ついで第1報とまったく同じ数字を振子に与え、その性能を計算した。

a) 運動方程式

Fig. 5 に示される円錐振り子において振子は開き角度 φ で角速度 ω で回転しているとする。

振子は支点 O を中心として $\angle BOA$ は不変で、角度 φ は自由に変わりうる構造とし、議論を簡単化するため腕 OB を剛体とする。そして B 点で固定摩擦板と接触し摩擦を生じ回転速度は制動される。

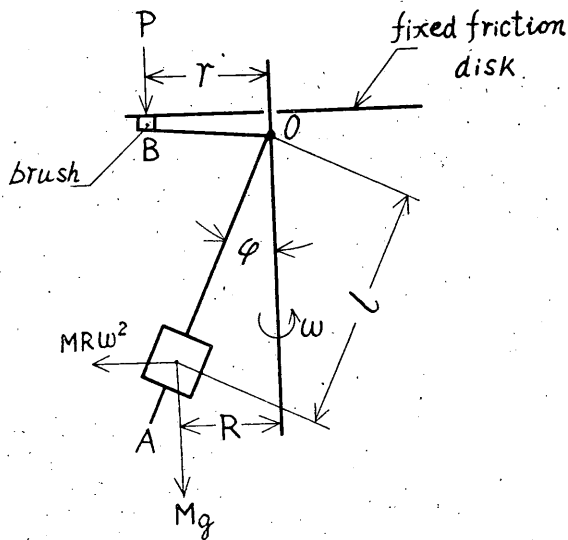


Fig 5. Friction control conical pendulum

Fig. 5 に示される符号を用いれば振子に働く力の釣合より

$$MgR + Pr = MR\omega^2 l \cos \varphi \quad \dots\dots\dots (9)$$

を得る。この場合、もちろん OB はたわまないと考えている。また、振子の運動方程式は一定速度で回転している振子に L なるトルクが余分に加わったとすると

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = \frac{L}{I} \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。このトルク L は

$$L = L_s - \mu Pr \quad \dots\dots\dots (11)$$

と書きうる。ここに L_s は余分に加わる一定のトルク、 μ は摩擦係数で μPr は固定摩擦板によって生ずる制動トルクとなる。この場合 $L_s = 0$ のとき $\omega = \omega_0$ すなわち、標準角速度であってその

とき $P=0$ になるよう振子を調節したとする。

(9), (10), (11) 式から

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{L_s - \mu MR(\omega^2 l \cos\varphi - g)}{I} \dots\dots\dots (12)$$

が得られ、慣性能率を振子だけ考え他を無視すれば

$$I = MR^2$$

となり、一方

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega$$

であるから (12) 式は

$$MR^2 \frac{d\omega}{dt} + \mu MRl \cos\varphi \cdot \omega^2 - (L_s + \mu MRg) = 0 \dots\dots\dots (13)$$

と書ける。この微分方程式の解は

$$\omega = A \frac{\omega_0(e^{at} + 1) + A(e^{at} - 1)}{\omega_0(e^{at} - 1) + A(e^{at} + 1)}, \dots\dots\dots (14)$$

ここに、

$$A = \sqrt{\frac{L_s}{\mu MRl \cos\varphi} + \frac{g}{l \cos\varphi}},$$

$$a = \frac{2AR}{\mu l \cos\varphi},$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l \cos\varphi}}, \quad (\omega_0 \text{ は } L_s = 0 \text{ のときの } \omega \text{ の値})$$

となる。

$t \rightarrow \infty$ を考えれば $e^{at} \gg 1$ となるから (14) 式は

$$\begin{aligned} \omega &= A \\ &= \sqrt{\frac{L_s}{\mu MRl \cos\varphi} + \frac{g}{l \cos\varphi}} \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

と簡単化できる。

いま、 $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ と考えると (15) 式から

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \sqrt{\frac{L_s}{\mu MRg} + 1} - 1 \dots\dots\dots (16)$$

が求まる。

この式から、摩擦制動を行う場合、振子の回転速度の変動を少なくするには、 L_s を小に、 μ, M, R を大にすればよいことがわかる。

また、(14) 式を変形すれば

$$t = \frac{\mu l \cos \varphi}{2 AR} \log \frac{A+\omega}{A-\omega} \cdot \frac{A-\omega_0}{A+\omega_0} \dots\dots\dots (17)$$

を得、(16) 式を変形すれば

$$M = \frac{L_s}{\mu R g \left\{ \left(\frac{\Delta \omega}{\omega_0} \right)^2 + 2 \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \right\}} \dots\dots\dots (18)$$

を得る。

これら (16), (17), (18) 式はそれぞれ第 1 報で述べたカラクリ制動の場合の (6), (7), (8) 式に相当する。

b) 計算例

第 1 報に報告したカラクリ制動とまったく同じ dimension の振子を用い、同じトルク変化を想定すると摩擦制動の場合の速度変動は (14) 式から Table 1 を得、これを図示すると Fig. 6 のようになる。

この場合、摩擦係数の値として代表的な三種の値を選んだ。

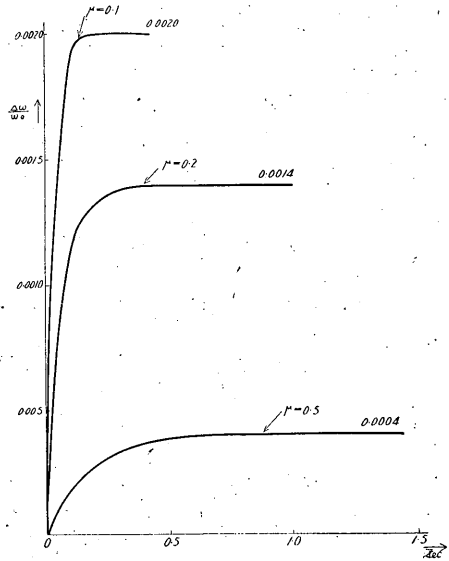


Fig. 6. Value of $\Delta \omega / \omega_0$ (Friction governor)

Table 1. Value of $\frac{\Delta \omega}{\omega_0}$ (Friction governor)

$L_s = 300$ dyne-cm, $\omega_0 = 3\pi$, $l = 11.2$ cm, $M = 390$ gr.

μ	0.1	0.2	0.5	
A	9.4440	9.4380	9.4286	
a	33.0845	16.5144	6.5992	
ω_0	9.4248	9.4248	9.4248	
$\frac{\Delta \omega}{\omega_0}$	$t = \frac{1}{1000}$ sec	0.00007	0.00007	—
	$t = \frac{1}{100}$ sec	0.00057	0.00021	0.00002
	$t = \frac{1}{10}$ sec	0.00190	0.00113	0.00019
	$t = \frac{1}{5}$ sec	0.00203	—	—
	$t = \frac{1}{2}$ sec	0.00203	0.00140	—
	$t = 1$ sec	0.00203	0.00140	0.00040
	$t = \infty$	0.00203	0.00140	0.00040

$\mu = 0.1$ brush : brass, fixed friction disk : brass, lubricate
 $\mu = 0.2$ brush : brass, fixed friction disk : brass, dry
 $\mu = 0.5$ brush : leather, fixed friction disk : brass, dry

§ 6. パルス制動円錐振子起動機について

前に末広技官 *最近, 小関技官 ** が検討を進めているルロー型時計あるいはクロノメーター時計を用い, 1秒ごとにマグネットにパルスを与え, 振子の回転を制御する方式をここにパルス制動と名づける. その制御方式を図示すれば Fig. 7 のとおりである. すなわち, 1秒ごとの時計接点によりコンデンサーにチャージされた電気エネルギーをマグネットを通じて放電させ, そのとき生ずる磁力により回転導磁体 (rotating armature) に正または負の力を与え, 振子の回転を制御するものである. 前に述べた方法と比較するためにここでは特に 2/3 秒ごとにパルスを考えて制動したとして考える.

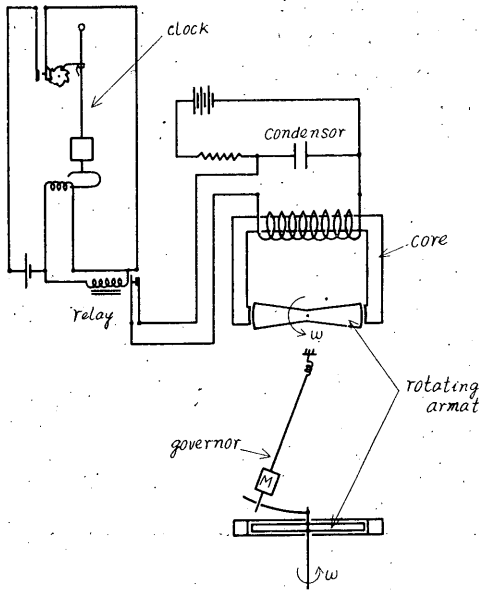


Fig. 7. Circuit of pulse regulator

a) 運動方程式

本方式では第1報に述べた方法とまったく同じ取扱ができ, 回転速度の変動は

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{M}{L} \frac{t}{\left(L^2\omega_0 - \frac{g^2}{\omega_0^3}\right) - 3t} \dots (6)$$

で得られる.

b) 計算例

初め回転速度 $\omega_0 = 3\pi$ でまわっていたものに $L = 300$ dyne-cm のトルク増加があった場合, 第1報と同じ振子を考えれば (Fig. 8 参照),

$$t = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{200}\right) \text{ sec}$$

後の速度変動は (6) 式から

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 0.0045.$$

を得る. その後, 約 1/100 秒間パルスによる負のトルク変動がマグネットにより加えられ, その後でトルク 300dyne-cm が加かることになる. そして (2/3 - 1/100) 秒後にまたパルスによる負のトルクが与えられ, これが繰り返えられる. このときの回転速度の変動は Fig. 8 のようになる.

図より明かなように定常状態にはいったとき (すなわち, 一定のトルク増加あるいは減少があったとき, ちょうど, それをキャンセルするパルス制動が行われたとき) 速度変動の平均は 0 になる. このときパルス制動には 1/100 秒間平均 20,000 dyne-cm のトルクを発生する必要がある.

* 松代地震観測所
** 気象測器製作所

§ 7. 各制動方式による比較

実際にはドラム上の1分間ごとのタイムマークから、その間の時間を内挿して精度1/10秒まで求めるわけで、横軸に時間、縦軸に一定距離を送るに要する時間の変動を取って比較してみよう。

一定距離を送るに要する時間を T とすると

$$T = T_0 + \Delta T,$$

また, $\omega = \omega_0 + \Delta\omega.$

(ただし, T_0 は $\omega = \omega_0$ のときの送り時間)

と表わされ,

$$\frac{T}{T_0} = \frac{\frac{1}{\omega}}{\frac{1}{\omega_0}}$$

したがって

$$\frac{\Delta T}{T_0} = - \frac{\Delta\omega}{\omega_0 + \Delta\omega}$$

を得る. $\Delta\omega$ は ω_0 に対し上述の計算例では無視できるから

$$\frac{\Delta T}{T_0} = - \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \dots\dots\dots (20)$$

と書ける.

そこで以上述べた三つの制御方式を比較して図示すれば Fig. 9 のようになる.

こまかい速度変動を考えれば Fig. 9 の (b), (a), (c) の順で精度が悪くなるが、最悪の (c) の場合でも 1/10 秒間の最大時間変動は 1/100 秒以下であるから問題にならない.

マーク毎の1分間の長さを考えれば送り時間変動の平均を考えるので (a), (b), (c) の順でよくなるといえよう. 特に最後の場合は、平均0で、制御する時計さえ正確ならば速度の変動は非常に小さく押えうることとなる.

§ 8. 各制御方式に対する考察

第1報に述べた方式については既に検討したので、ここは本報告に述べた第2、第3の方式について考察を進める.

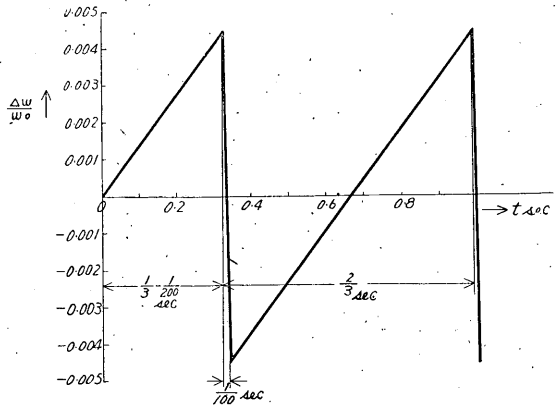


Fig. 8. Value of $\Delta\omega/\omega_0$ (Pulse regulating governor)

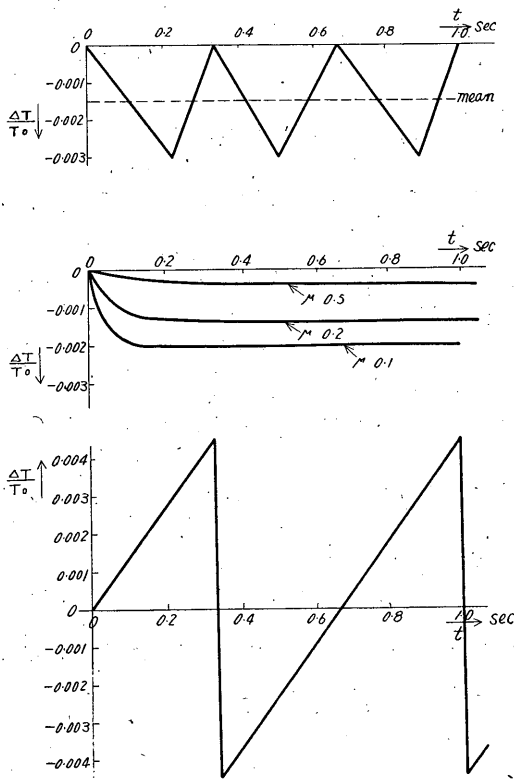


Fig. 9. Comparison of variation of time needed to send unit length.
 (a) Friction governor with rotatable nails (Report 1)
 (b) Friction governor
 (c) Pulse regulating governor

第2の方式 (摩擦制動) については、摩擦係数が大きいほど、振子の重量が大きいほど、また振子とその回転軸の距離が大きいほど有利であることがいえる。そして、振子の質量は(18)式から求めることができる。

摩擦制動の場合、Fig. 5の腕 OB が弾性体であることが多い。その場合の取扱は振子の開き角度 φ が ω の複雑な函数となり非常にめんどろとなる。そこで、ここではただ定性的にのみ考えてみよう。トルクが増し、 ω が大きくなれば φ が増し、結果として R が増す (いいかえれば慣性能率が増す) から剛体の場合より速度変動は一層小さくなるものと考えられる。

第3の方法 (パルス制動) では、各測候所で現在利用できる時計といえばクロノメーターあるいはルロアー型時計で、たいてい1秒接点がついているので、それらの時計を利用するとすれば1秒ごとのパルス制動となるから、円錐振子の長さが相当長くなり、起動機が大型化する心配がある。そしてまた前項に述べた 2/3 秒周

期より若干速度変動は増すがそれは問題にするけたではない。そこで、振子を0.5秒周期とし2回転に一回制御すれば起動機を小型化することができる。

考えをさらに一段進めれば、このパルス制動の場合、振子は自由回転であって、その開き角度 φ は全然拘束されない。そしてここで問題にしているような振子の支え方では振子自体にあまり調速能力を期待できないので振子を fly wheel に置きかえてもさしつかえないともいえよう。

そこでいま、fly wheel の場合の運動方程式を前と同様に考えれば

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{L}{I}$$

となり、第1報の (2) および (4) 式と比較して慣性能率を

$$I = MR^2 = M \left(l^2 - \frac{g^2}{\omega_0^4} \right)$$

に選べば、速度変動は

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{t}{\frac{M}{L} \left(l^2 \omega_0 - \frac{g^2}{\omega_0^3} \right)}$$

を得る。この式と (6) 式を比較すると分母の $3t$ の有無だけであって、ここに述べた計算例では

$$\frac{M}{L} \left(l^2 \omega_0 - \frac{g^2}{\omega_0^3} \right) \gg 3t$$

であるから、両者の慣性能率をほぼ同じにとれば差はほとんど現れないことになる。したがって高速で回転する fly wheel を組み込めば、起動機はますます compact に設計できる望みがある。

む す び

大体、円錐振子起動機は、外部からエネルギーを与えず制動せしめる場合には必ず速度変動を伴うものであって、いかにしてその値を小さくするかに苦労しているわけである。一般には負饋還を用い、たとえば振子の回転速度を振子の開き角度あるいは上下運動に直し、ある設定された角度あるいは位置を越すと原動力を制御し、常に一定回転を保たしめる構造とすればよいのであるが、実際には非常に複雑となる。そこで、何か外部の力で簡単に制御できないかということから第3のパルス方式が生れたわけで、この方法は簡単で時計と同じ精度がえられ好つごうである。また、振子を小さく、あるいは fly wheel におきかえることができればますます有望となる。パルス式制動法の発展を望みたい。

最後につねづね御指導を戴いている気象測器製作所長岡田群司氏(現仙台管区気象台長)に厚い感謝の意を表す。