

# ウィーヘルト水平動地震計(200kg)の 自由振動の異常の原因について\*

(残留制振度が意外に大きいこと)

樋口長太郎\*\*・小野崎誠一\*\*\*

## On the Abnormal Free Vibration of Wiechert's 200 kg Horizontal Seismograph

T. Higuti (*Meteorological Research Institute*)

S. Onozaki (*Seismological Section, C.M.O.*)

The residual damping of free vibration in the Wiechert's seismograph was found to be unexpectedly large, and we attributed the cause to the undesirable external forces. After the various experiments we found some faults in the form of the Cardan springs sustaining the pendulum and construction of the fastening devices. The pendulum in motion is interfered with a large resisting moment in these parts.

During the vibration of the springs, because of the incompleteness of the fastening the rolling contact motion will arise between the springs and its supporters, and the springs will receive the repeated loads and the motion will be obstructed by the internal friction caused in the material.

It should be remembered that the influence of the resisting moment upon the pendulum vibration appears as a force proportional to the velocity in a free vibration, and as a non-linear force in a complicated vibration.

These disadvantages will be considered to be removed by improving the form of the springs and construction of the fastening devices.

### §1. まえがき

現用のウィーヘルト水平動地震計の残留制振が意外に大きいことはすでに指摘されているが<sup>1)</sup>、筆者らはこれを振子の運動に対して好ましくない力の作用によると考えた。

たとえ、自由振動の記象が指数函数的の減衰を示していても、それが流体摩擦力だけによると速断することは妥当でない。本文はこれについて一応の見とおしをつけるため簡単な実験を行い、考

\* Received Sept. 30. 1955

\*\* 気象研究所地震研究室

\*\*\* 中央気象台地震課

1) 宇田川孝吉外：地震計の摩擦及び残留制振作用に関する一実験，*験震時報*，**14**，No. 1，(1950)。

察したものの報告である。

## §. 2. 計算と方法

この地震計に作用する制振力は制振器以外に、(1) 重錘に働く空気の流体摩擦によるもの、(2) 各バネの実質に生ずる内部摩擦によるもの、(3) 各部材のとりつけが不完全なために生ずるエネルギーの逸散によるものの3つである。

しかし、(1)はきわめて小さい、たとえば、この振子と事情が似ている The Big Ben Clock at Westminster の振子についての実験値<sup>2)</sup> からフレ角を  $1^\circ$  として計算してみても減衰指数 ( $\epsilon$ ) の値はわずかに  $3.6 \times 10^{-8}$  程度で無視できる量である。

(2)の性質はまだ明らかにされていないが、主として固体の不完全弾性によるとされ、工業用材料の大部分のものは、1 サイクル当りの損失が振動数に関係なく振幅だけに依存することが実験的に知られている。この効果を板バネ振り時計振子についての実験<sup>3)</sup> を調べてみると、

振子の質量： $M$ 、支軸から重心までの距離： $L_0$ 、重力の加速度： $g$ 、平衡の位置からのふれ： $\theta_0$ 、とすると、 $\theta_0$ における振子の位置のエネルギーは、

$$\frac{1}{2}MgL_0\theta_0^2.$$

いま  $\theta_0$  を最大振幅とし、平衡位置の方向へ運動し、半周期後に反対側  $\theta_0 - \Delta\theta_0$  にあるとすれば、この間のエネルギーの損失は  $MgL_0\theta_0\Delta\theta_0$  であるから、 $\theta_0$  から平衡位置に至る間の損失  $\Delta W$  は、

$$\Delta W = \frac{1}{2}MgL_0\theta_0\Delta\theta_0$$

である。これがつりバネの内部摩擦によるとし、振子が  $\theta_0$  にあるとき、バネにたくわえられたエネルギー  $W$  は、近似的に、

$$W = \frac{1}{4}\sqrt{EI_s Mg} \theta_0^2$$

ここに、 $E$ ：バネ材のヤング率、 $I_s$ ：バネの断面二次モーメント

で表わし、また、バネについて材質と温度とだけに関する係数を  $k$  とおくと、

$$\Delta W = kW$$

なる関係がある。したがって、

$$\Delta W = \frac{1}{4}k\sqrt{EI_s Mg} \theta_0^2.$$

振子の対数減衰率 (自然対数)  $\delta$  を近似的に  $\Delta\theta_0/\theta_0$  とすると、前記諸式から、

$$\delta = \frac{\Delta\theta_0}{\theta_0} = \frac{\Delta W}{\frac{1}{2}MgL_0\theta_0^2} = \frac{1}{2} \frac{k}{L_0} \sqrt{\frac{EI_s}{Mg}} \quad (1)$$

となる。この式はふれ角  $\theta_0$  が小さく、また、バネの長さを  $l$  として、 $\tanh\sqrt{\frac{Mg}{EI_s}l} \doteq 1$  の場合に

2) A.L. Raullings : The Science of Clocks and Watches, Pitmann (1948).

この振子は  $M=305$  kg,  $H=400$  cm,  $T=4$  sec, 重錘は  $51 \times 30.5$  cm の鑄鉄製円柱である。

3) P. Le Rolland : Sur les Règles qui doivent conditionner la Lamé de Suspension d'un Régulateur d'Horloge, Ann. Françaises de Chronométrie, No. 3, 3<sup>e</sup> trimestre, 1933.

適用できる。

(1)式を用いてこの地震計の十字バネ(振子をつっている板バネ)に関する対数減衰率 $\delta$ の値を求めてみると、十字バネ4枚のうち1成分2枚について

$$M=10^5, L_0=H=97, I_s=20.8 \times 10^{-5}, E=20.9 \times 10^{11}, l=1.3, g=980$$

(いずれも C. G. S. 単位)

であるから,  $\tanh \sqrt{\frac{Mg}{EI_s}} l = 0.9603,$

ゆえに,  $k$  についての実験値(文献<sup>3)</sup>)を採用して  $k=0.015$  とすると, (1)式から,

$$\delta = 5.15 \times 10^{-5}$$

常用対数減衰率  $\Lambda$  になおすと,

$$\Lambda = \delta \log e = 2.24 \times 10^{-5}$$

となる。

これらからわかるように, (2)による減衰も(1)と同様非常に小さい。

(3)については, たとえば, 鉄鋼などそれ自身の内部減衰は前に説明したとおり, きわめて小さいにもかかわらず, これらで組み立てられた構造物の減衰は, 一般に材料自身の数倍ないし数十倍である。そして, その傾向は振幅とともに増していく。この原因は部材の接合部分におけるすべり摩擦によるとされている。

Fig. 1はこの現象を説明するにふさわしいデータ<sup>4)</sup>である。これは金属材料の減衰能(対数減衰率の2倍に相当する)の値を求めるため試験片の一端を万力にかみしめ, その自由振動の減衰を測定するための実験から得られたものであるが, 万力の重量はやく300kg, 試験片は厚さ3~4mm, 長さ150~200mm, 重量数十gのアルミニウム小片である。かみしめの力がある

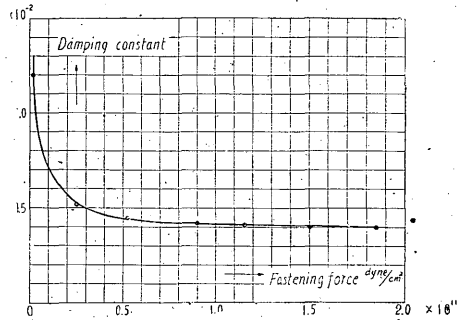


Fig. 1

る値以下になると, かみしめ部分からのエネルギーの逸散が目だって増すため, 減衰能は急カーブで上昇することがよく現れている。この地震計の減衰のおもな原因は, これと同じ性質の抗力によるものと考えられる。

さて, この地震計の自由振動の式が標準形で表わせるとしてクーロン摩擦の項を省略すると,

$$I\ddot{\theta} + \lambda\dot{\theta} + \eta\theta = 0$$

ここに,  $I$ : 振子の十字バネのまわりの慣性モーメント,  $\lambda$ : 減衰定数,  $\eta$ : バネ定数,  $\theta$ : 振子

4) 鈴木辰三郎: 金属材料の減衰能に関する研究, 日本金属学会誌, 8, No. 5 (1944)

の回転角

で、いま問題にしているものは減衰定数 $\lambda$ の値である。これを解決するには各構成振動系個々について減衰を調べてみればよいわけであるが、筆者の1人(樋口)は、その経験から判断して、原因は十字バネ部分にひそむとらんだので、使用状態にあるものと、アルミレバー描針複合系との2つについて実験してみることにした。

実験の方法は、おのおのの自由振動記象をとり、それらからえられる周期、対数減衰率と既知の各慣性モーメントからそれぞれの減衰定数を算出し、これらから知られる振子十字バネに関する減衰定数の値を、前記の対数減衰率 $\Lambda$ の計算値からえたものと比較してみることにした。

§3. 実験の結果

実験に先だち、一部分の改造と調整を行った。

- i) 描針系の動作状態をより安定にするため、制御バネ(つるまきバネ)を2倍の強さのものにした。しかし、このための摩擦抵抗の増加は全く認められない。
- ii) 描針系とアルミレバーとの連結をより確実にするため、連結かん(俗称キネ)を1.6mmのジュラルミン管にかえた。これが軽くなり、また描針系の固有周期が短くなったので、運動時に連結かんのはずれる事故が格段に少なくなった。
- iii) アルミレバーを支持している2枚の板バネを、それらの変形を単純に、また、回転軸を鉛直線上にあらしめるよう、とりつけかたを調整した。
- iv) 十字ピン(スラストアームの一端、重錘との連結材)のアームとの接着部分に生ずる塑性変形の懸念を除くため、ハンダづけを打込みはめあいにかえた。
- v) 各十字バネの変形、応力が一樣になるようにとりつけかたを調整した。

記録倍率は記録紙面での摩擦力の影響をできるだけ小さくするために、アルミレバー描針系はや

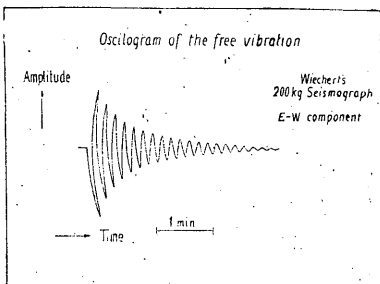


Fig. 2

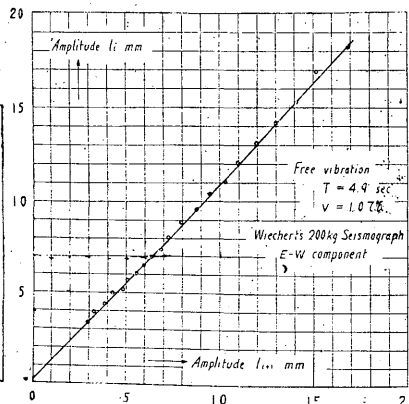


Fig. 3

く4、使用状態についてはやく40とした。空気制振器はとりはずし、記象は常用のとおりいぶし紙にとることにした。

Fig. 2 と Fig. 3 とは使用状態のもの自由振動記象

と、相つぐ複振幅値をプロットした  $l_i \sim l_{i+1}$  線図である。これらから減衰定数  $\lambda$  の値を求めると、

周期  $T=4.9$  sec 制振度  $v=1.076$ ,

また、  $I=MH^2=1.88 \times 10^9$  として、

$$\lambda = \frac{4 \log v}{T \log e} I = 11.2 \times 10^7$$

Fig. 4 はアルミレバー描針系の  $\Delta l \sim l$  線図である。

この系の減衰定数  $\lambda_A$  は、

$$T_A = 0.19, v = 1.012$$

アルミレバーの回転軸のまわりの慣性モーメント  $I_A$

は、  $I_A = 1.2 \times 10^4$  5)

であるから、  $\lambda_A = 3.0 \times 10^3$  6)

となるが、これを振子十字バネ系に引きなおした  $\lambda'_A$  の値は (Fig. 5)

$$s = 2.5, H = 97$$

として、

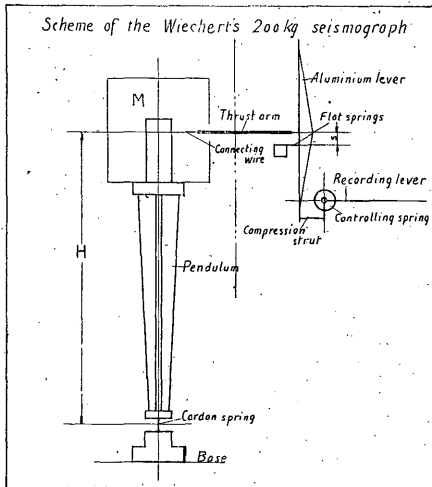


Fig. 5

略することにした。以上を総合すると、 $\lambda = \lambda'_A + \lambda_P$ , あるいは  $\lambda_P = \lambda - \lambda'_A$

となるべきであるのに、実際には

$$\lambda - \lambda'_A = 10.7 \times 10^7$$

となり、 $\lambda_P$  の計算値  $7.95 \times 10^4$  にくらべて非常に大きな値となった。

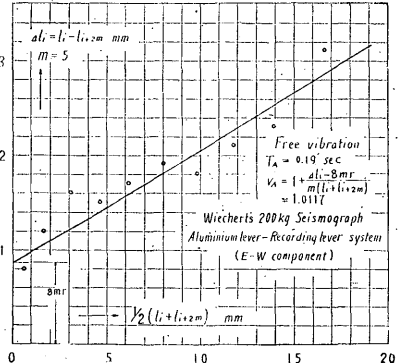


Fig. 4

$$\lambda'_A = \lambda_A \left( \frac{H}{s} \right)^2 = 4.53 \times 10^6$$

十字バネに関する減衰定数  $\lambda_P$  の値は測定が困難であるから、前に求めた対数減衰率  $\Lambda$  の値を採用して計算すると、

$$\Lambda = 2.24 \times 10^{-5}, T = 4.9, I = 1.88 \times 10^9$$

として、

$$\lambda_P = \frac{2\Lambda}{T \log e} I = 7.95 \times 10^4$$

となる。

つぎに、振子とアルミレバーとを連結しているスラストアームの変形を考えに入れなければならないのであるが、これも測定が困難なのでやむをえず省

5) この値は矢崎敬三発表論文のものを採用した。(験震時報:17, No. 4 (1953))

6) この  $\lambda_A$  の値は比較的大きいが、これは後の機会に検討したい。

そこで、 $\lambda$  の実測値の内容を吟味することにし、使用状態のものについて描針系をとりはずし、アルミレバーに描針をつけたもの、および空気摩擦の影響をしらべるため重錘の上面に底辺やく 25 cm 角、高さやく 42 cm のボール紙製角柱をのせたものについて、それぞれの自由振動記象をとって見たが、 $\lambda$  の値をかえなければならぬほどの減衰様相の変化は認めることができなかった。

してみると、制振力の主力は、十字バネ部分に作用するもの以外に考えることができない。この部分の制振力が、もし十字バネの弾性的変形だけによるとするならば、その減衰定数  $\lambda_P$  と振子の慣性モーメントとは(1)式から、

$$\lambda_P = K_P u$$

Tab. 1

$M$ gr	$H$ cm	$T$ sec	$u$	$\Lambda$	$\lambda$ C.G.S.	$\lambda'_P$ C.G.S.	$\frac{\lambda'_P}{u}$
$\times 10^4$ 3.0	80	0.609	$\times 10^4$ 2.28	$\times 10^{-3}$ 8.17	$\times 10^7$ 2.36	$\times 10^7$ 1.91	$\times 10^2$ 8.4
8.0	92	1.36	1.92	8.17	3.75	3.30	17.2
20.0	97	4.90	0.89	31.8	11.2	10.7	120

$M$ : Mass of pendulum  
 $H$ : Length of pendulum  
 $T$ : Period of seismograph  
 $u = \sqrt{I/T}$ ,  $I$ : Moment of inertia of the seismograph  
 $\Lambda$ : Logarithmic decrement (common) of the seismograph  
 $\lambda$ : Coeff. of viscous damping of the seismograph  
 $\lambda'_P = \lambda - \lambda'_A$ ,  $\lambda'_A$ : Coeff. of viscous damping of the aluminium lever-recording lever system

ここに、 $K_P$ : 適当な常数、

$$u = \sqrt{I/T}$$

なる関係にあるべきである。これが実際にはどうなっているか、振子の質量を 30 kg (振子の柱だけ)、80 kg (中の重錘をのせる) および 200 kg (使用状態) の 3 種について調べてみた結果は Tab. 1 に示すとおりである。この表からうける

示唆は十字バネ部分に関する実際の減衰定数  $\lambda'_P$  の値は上記比例式によらず、かかっている張力に依存する大きな抗力に関係するということである。

#### § 4. 考 察

そこで、十字バネ部分をよく調べてみると、Fig. 6 に示すようになっている。振子はバネの穴とボルトとの接触面  $q$  で支えられ、支持わくの端  $p$  とバネ面との間にスキがある。このスキはきわめて小さいが、振子の重心の変位量を大きく 0.5 mm としても、 $5 \mu$  が問題となる量である。したがって、振子の運動時には  $q$  面でころがり接触が行われ、大きな摩擦抵抗モーメントが生ずる。この抗力は接触する材料がくり返し荷重をうけ周期的に変形して生ずる内部摩擦によるもので、これによる振動の減衰は、記象の上に Fig. 2 に示すとおり主として速度に比例する流体摩擦項としてあらわれる<sup>7),8)</sup>。

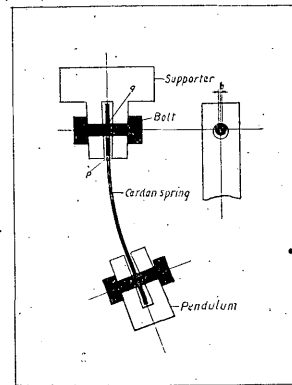


Fig. 6

7) 久田太郎: 転り摩擦の研究, 機械試験所報告, No. 3 (1950)

8) 竹中二郎: 材料試験機に使われるささえ刃の研究, 日本機械学会論文集, 17, No. 57 (1951)

しかし、静止から運動の状態にうつる瞬間においては大きなクーロン摩擦モーメントとして働く。これをうらづける事実として、アルミレバーを平衡位置からわずかに変位させ、指先で制しつつ、もとへもどさせると、3~4mm (描針端で) 手前で静止してしまうことが認められた(この場合、空気制振器ははずす)。

十字バネがこのような状態にあるとすると、それに関する減衰定数  $\lambda'_{Pt}$  を、

$$\lambda'_{Pt} = \mu\tau$$

ここに、 $\mu$  : 比例常数

$\tau$  : 十字バネの比荷重<sup>9)</sup>

と仮定してみる。そこで、 $\mu$  の値は文献8)の実験値から、また、接触の長さ  $b$  は Hertz の算式<sup>10)</sup> からそれぞれ求め、振子の質量  $M=30, 80,$  および  $200\text{ kg}$  の3種について算出すると、Tab. 2 のとおりとなる。

Tab. 2

$M$ gr	$P$ kg	$b$ cm	$\tau$ kg/cm	$\lambda'_{Pt}$	$\lambda'_P$	$\frac{\lambda'_{Pt}}{\lambda'_P}$
$\times 10^4$ 3.0	15	$\times 10^{-2}$ 1.14	1310	$\times 10^7$ 2.82	$\times 10^7$ 1.91	1.48
8.0	40	1.87	2140	4.64	3.30	1.40
20.0	100	2.95	3400	7.35	10.7	0.69

この表をみるに  $\lambda'_{Pt}$  と  $\lambda'_P$  とが一致はしないが、見とおしとしてはこの仮定が妥当なものと考えてよいであろう。すなわち、残留制振の意

$$u = 2.16 \times 10^4$$

$$2t = 0.1\text{ cm}, t : \text{thickness of springs}$$

$$P : \text{tension}$$

$$b : \text{contact length}$$

$$\tau = P/b : \text{specific load}$$

$$\lambda'_P = \lambda - \lambda'_A$$

外に大きい原因はこの十字バネ部分に生ずる抗力によると断ずることができる。

### §5. むすび

この地震計の残留制振の大きい原因が、十字バネ部分の構造の不備にあることは注目すべきことである。これがため、本来の機能が阻害されていることは当然で、その観測結果にも大きな影響を及ぼしていることであろう。また、このために、振子の平衡状態が破られやすく、取扱に困難を感じることはわれわれのとくに経験しているところである。

従来、制振力のおもなものは描針と記録紙との間に作用する摩擦にあるとして、記象の鮮明さをも犠牲にし、いたずらにその接触圧の軽減だけに腐心していたことは大きな誤見である。

この好ましくない現象をのぞけば、性能はより高まり、取扱はより容易になる。しかも、それは技術的には少しもむずかしいことでない。筆者らは近い将来にここに述べた欠陥をとりのぞき、あらためて報告したいと考えている。

9) バネのボルトとの接触面における幅の方向に単位長当りの荷重。(Fig. 6 参照)

10) 青木保：精密機械設計学 (昭和15年版) p. 216

この研究は広野地震研究室長の理解とたえざる激励のもとに行われ、その間、地震課験震当番の諸君から好意ある助力を受けた。また、器械の手入れは気象研究所工作係諸君の手を煩わした。なお、岡田気象測器工場長の御厚意により貴重な文献を借用することができ、筆者らの考えを確信づけるに大きなうらづけとなった。筆をおさめるにあたり、お世話になったかたがたに心から感謝の意を表したいと思います。