

東京における次の有感地震の確率*

小 河 原 正 巳**

Probability of the Coming Felt Earthquake to Tokyo

M. Ogawara

(*Meteorological Research Institute*)

The time interval before the next felt earthquake occurs at Tokyo was stochastically predicted on Sept. 1, 1955, for each intensity more than III. The predictions are shown in Table 1 by probabilities.

Our method consists of the following steps. Firstly, the available data are examined by a rejection test from a standpoint of stochastic homogeneity of the data, but a simple trend is permitted. Secondly, the selection of an appropriate stochastic model for the interval between earthquakes is done by taking the type of probability distribution, trend and correlation into consideration. Thirdly, the author's stochastic prediction formula corresponding to the type of model is applied and then a conditional prediction is derived from it under the condition that there was no earthquake since the last one up to the present (Sept. 1, 1955).

If we can find some seismological causalities, the relations should be included in the "correlation" stated above.

§1. 緒論と総括

地震の予想では対象を震度 (Intensity) とするか大きさ (Magnitude) とするか, 地点 (震度の場合) あるいは地域 (大きさの場合) をどうとるかが問題であり, さらに将来のある期間に地震があるかどうか (何回起るか) を問題にする場合と, このつきはどれだけ時間がたってから起るかを問題とする場合とがある. ここでは, 次に起るべき東京の有感地震が震度別にどれだけの確率をもつか, を問題とした.

現在 (1955年9月1日) からどれだけの時間がたってから地震が起るか, その期間の長さ τ' を知りたいのであるが, これを決定的に知ることはできない. われわれが知りうるのは τ' の一種の確率分布 $g(\tau')$ である.

このような確率的予想をするために, まず, この前の地震が起ったときから, この次の地震が起るまでの時間間隔 τ の確率的予想 $f(\tau)$ を求める. これは過去において経験した地震発生の (地震

* Received Sept. 27, 1955

** 気象研究所予報研究室

Tab. 1. The probability that the next felt earthquake will occur in a period starting from Sept. 1, 1955, at Tokyo (%)

intensity period (τ')	III	IV	V		VI or more	V or more	intensity period (τ')	III	IV	V		VI or more	V or more
			(A)	(B)						(A)	(B)		
1 month	10.8	4.4	0.3	0.4	0.17	0.4	10 year	98.5	92.8	30.1	28.2	18.3	31.4
2	19.1	8.5	0.5	0.7	0.34	0.8	15		95.9	39.8	37.0	25.8	40.5
3	26.2	12.3	0.8	1.0	0.51	1.1	20			47.2	44.1	32.0	48.0
4	32.3	15.9	1.1	1.3	0.68	1.5	25			53.0	50.0	37.4	54.2
5	37.4	19.3	1.5	1.7	0.85	1.8	30			57.9	55.0	42.4	59.0
6	42.1	22.5	1.9	2.0	1.02	2.1	35			62.0	59.2	47.2	63.1
1 year	61.8	38.1	3.9	4.0	2.0	4.0	40			65.3	62.7	51.6	66.6
2	79.9	57.8	7.6	7.3	4.0	7.9	45			68.0	65.6	55.6	69.6
3	87.2	70.6	11.2	10.5	6.0	11.6	50			70.3	67.9	59.1	72.2
4	91.3	76.5	14.5	13.5	7.9	14.9	60			74.2	71.8	65.0	76.0
5	93.7	81.9	17.5	16.3	9.7	18.0	70			77.1	74.9	69.4	79.0
6	95.4	85.2	20.3	19.0	11.5	21.0	80			79.4	77.5	72.6	81.3
7	96.6	87.7	23.0	21.6	13.3	23.9	90			81.3	79.7	75.6	83.2
8	97.4	89.8	25.5	24.0	15.0	26.6	100			83.0	81.5	78.4	84.9
9	98.0	91.5	27.9	26.2	16.7	29.1							

Note : For the (A) of intensity V a linear trend is considered and for the (B) it is neglected (cf. §3)

を感じた) 時間間隔 τ_1, τ_2, \dots に相対的に見て, 上記の τ がどういう確率分布をするかを示すものである*. そこでもし, この前起ってからすでに τ_0 時間経過しているとすれば, この τ_0 時間は起らなかったという条件のもとにおける条件付きの確率分布

$$g(\tau') = f(\tau_0 + \tau') / \int_{\tau_0}^{\infty} f(\tau) d\tau \quad (1)$$

によって τ' の確率的予報が与えられる. Tab. 1 は震度別に, 1955 年 9 月 1 日現在からさき τ' 月 (あるいは年) 以内に地震が起る確率,

$$G(\tau') = \int_0^{\tau'} g(\tau') d\tau' \quad (2)$$

を示すものである.

どういう経路をたどってこれが得られたかは, 後節で述べることにして, この表の前提となったことから, あるいは仮定されていることを次にあげておこう.

1. ここで採用した資料が得られた過去のある期間における地震の発生状況 (傾向) が統計的にそのまま将来も行われる. このようなことは経験をもとにしたどんな種類の子想にも仮定されることである.
2. ここでは震度別有感地震がいつ起ったかという資料 (知識) 以外は使わない. 他に予想の手が

* 絶対的意味の確率分布を求めることは (特に少ない資料によっては近似的にさえ) できない. 詳しくは M. Ogawara : A general stochastic prediction formula, Papers in Met. and Geophys., 5 (1955), 193~202.

小河原 : 予報についての数学的論理, 科学, 24 (1954), 489~495.

かりがあれば、もちろんそれを使うべきであるが、まだそのようなものが得られていなかったり、また、観測資料がないというような事情で使うことができなかつたのである。

3. 資料は中央气象台観測部編「最近75年間の東京の有感地震表（震度Ⅲ以上、1880～1954）」と地震課提供の1880年以前（震度Ⅴ以上）と1955年の資料によつた。ただし、「有感地震表」中、番号79, 80, 82, 83, 84, 85, 88, 89, 116, 117, 129, 130の12個の地震は他の地震との直接関連のもとに起つたものとみて、これらを除外した。
4. 過去の資料から推測した統計的モデルは統計学的に許容されるものであるが、それは正しいものであると仮定する。確率的予想 $f(\tau)$ あるいは $F(\tau) = \int_0^{\tau} f(\tau) d\tau$ を求めるに当つて、必要な手順は (i) 時系列の選定。これは使いうる資料のどれだけ過去までさかのぼつて考えるかである。(ii) 正規化変換。これは精密標本の予報公式は変量が正規分布法則に従う場合に対して求められているから、 τ を正規分布に従う $x = \varphi(\tau)$ に変換し、この x の系列に対して予報 $\Phi(x)$ を求めれば、 τ の予報は $F(\tau) = \Phi(\varphi(\tau))$ 、 τ' の予報 $G(\tau')$ は前述のようにし、この $F(\tau)$ から導かれる： $G(\tau') = \{F(\tau_0 + \tau') - F(\tau_0)\} / \{1 - F(\tau_0)\}$ 。(iii) 統計的モデルの選定。上記の $\Phi(x)$ を求めるには、どういふ統計的モデル（予報方式）を採用するかが問題であつて、これは trend と自己相関の推測をもとにしてなされる。しかし、許容されるモデルは一般にただ1つではない。そのうちのどれを選ぶかは $\Phi(x)$ あるいはその密度函数 $\phi(x)$ の分散が最も小さくなるものを採ればよい。これは $\phi(x)$ の図を描いて比較すれば判断される。一般にモデルが複雑（モデルを規定するパラメータの数が多い）なほど現実に近いはずであるが、少数例では複雑なものほど推測の精度が落ちるために、かえつて予報の精度が悪くなる（ $\phi(x)$ の分散が大きくなる）。したがつて、予報のために適切なモデルは資料の量（標本の大きさ）に相対的に定められ、われわれはこれが予報的には正しいものと仮定するのである。
5. Tab.1 中1年未満以内の確率に対しては、（震度Ⅲ以上の）地震を感じる絶対確率が月によつては変わらない（季節変化がない）ことが仮定されている。実際、「有感地震表」によれば（前記12個の地震を除く）、震度Ⅲ以上の地震の月別頻度は、

1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月	計
11	11	8	9	12	13	13	11	12	11	15	10	136

で、等確率の仮説の適合度検定によると $\chi^2 = 3.4$ 、 $P_r(\chi_{11}^2 \geq 3.4) \doteq 98\%$ となり、上の仮定は妥当である。

§2. 震度ⅢとⅣの地震の予想*

(i) 資料は「有感地震表」にあるものを全部（ただし前節に述べたものは除外）とる。震度Ⅲの

* 本節の数値計算は戸松喜一氏の援助によつた。

地震は 85 個, IV は 39 個である. これらは資料としての質はほぼ同様と考えられる. 1880 年以前の震度 IV 以下の正確な資料はないようである.

(ii) 正規化変換. 上記地震の発生時間間隔 $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots$ を月単位で求め, 4 か月以上は小数点以下を 4 捨 5 入した. これらはそのままで正規分布に従うとは認められないが,

震度 III : $x_i = \log_{10}(\tau_i + 0.1) \quad i = 1, 2, \dots, 84$

震度 IV : $x_i = \log_{10}(\tau_i + 1) \quad i = 1, 2, \dots, 38$

なる x_i はかなりよく正規分布に従うものと認められる. すなわち, χ^2 -適合度検定によれば,

III : 階級* $-1.0 \sim 0, 0 \sim 0.4, 0.4 \sim 0.8, 0.8 \sim 1.2, 1.2 \sim$

頻度 $12 \quad 12 \quad 25 \quad 21 \quad 14$

$\bar{x} = 0.666 \quad s = 0.610$

$\chi^2 = 2.10 \quad \text{自由度} : 5 - 3 = 2$

$P_r\{\chi^2 \geq 2.10\} = 0.37$

VI : 階級 $0 \sim 0.8, 0.8 \sim 1.2, 1.2 \sim 1.6, 1.6 \sim$

頻度 $11 \quad 11 \quad 8 \quad 8$

$\bar{x} = 1.056 \quad s = 0.541$

$\chi^2 = 0.775 \quad \text{自由度} : 4 - 3 = 1$

$P_r\{\chi^2 \geq 0.775\} = 0.41$

上記の変換式中の常数 0.1 と 1 は試行錯誤法でなるべく正規分布になるように定めたものである.

(iii) モデルの選定. x の系列は Fig. 1 に見られるように, われわれの目的に対しては, ほぼ定常とみなすことができる**. 次に系列相関係数

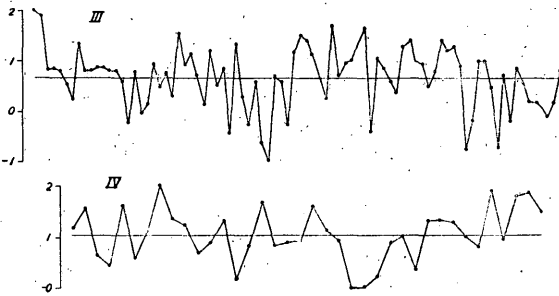


Fig. 1. Time series of transformed time intervals of successive earthquakes (Intensity III and IV, 1880~Aug. 1955).

$$r_k = \frac{\sum_{i=1}^{N-K} (x_i - \bar{x}_1)(x_{i+k} - \bar{x}_2)}{\left[\left(\sum_{i=1}^{N-K} (x_i - \bar{x}_1)^2 \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{N-K} (x_{i+k} - \bar{x}_2)^2 \right) \right]^{1/2}} \quad (3)$$

$$\bar{x}_1 = \sum_{i=1}^{N-K} x_i / (N-K), \quad \bar{x}_2 = \sum_{i=K+1}^N x_i / (N-K)$$

を計算すると,

* これらの階級は右端を含み, 左端を含まない.

** 小河原: 模型時系列の作成, 統計数理研究, 2, No. 2, p.29 の定常な model series と比較されたい.

	r_1	r_2	r_3	r_4
III :	0.174 (0.167)	-0.037 (0.168)	0.099 (0.169)	0.010……(N=84) (0.170)
IV :	0.278 (0.234)	0.187 (0.237)	0.217 (0.240)	-0.026……(N=38) (-0.300)

となり、近似的にかつこ内の R. L. Anderson による有意点と比較すると、III, IV いずれにおいても r_1 だけが片側危険率 5% で有意である。そして、 $r_K (K=1, 2, \dots)$ はおよそ指数函数的に減少しているとみられる。よって、われわれは定常なマルコフ系列をモデルとして採用することができよう*。すなわち、それは、

$$(x_K - m) + a_1(x_{K-1} - m) = z_K \quad (4)$$

なる確率定差方程式で記述されるものである**。

ここに、 $z_K (K=1, 2, \dots)$ はある一定の正規分布法則に従う独立な確率変数列である***。

(iv) 予報方式****。資料を、

$$x_1, x_2, \dots, x_{2n+1}$$

とし、 x_{2n+2} を予報するには、まず回帰方程式

$$x_{2K} + a_0 + a_1 x_{2K-1} = z_{2K}, \quad a_0 = -m(1+a_1), \quad (K=1, 2, \dots, n) \quad (4')$$

から a_1 の値 \hat{a}_1 を求めると、

$$\hat{a}_1 = -s_{01}/s_{11}$$

ただし、 $\bar{x}_0 = \sum_{K=1}^n x_{2K}/n$, $\bar{x}_1 = \sum_{K=1}^n x_{2K-1}/n$,

$$s_{00} = \sum_{K=1}^n (x_{2K} - \bar{x}_0)^2/n, \quad s_{11} = \sum_{K=1}^n (x_{2K-1} - \bar{x}_1)^2/n,$$

$$s_{01} = \sum_{K=1}^n (x_{2K} - \bar{x}_0)(x_{2K-1} - \bar{x}_1)/n.$$

予報公式は、

* 定常マルコフ系列はその自己相関係数が $\rho_K = \rho^K (K=1, 2, \dots)$ で表わされるものである。これは(4)式の係数と $\rho = -a_1$ なる関係にある。(4')による ρ の推定値は $\hat{\rho} = -\hat{a}_1$ で、 ρ にある値を与えたモデルが適合するかどうかを検定するには、

$$F^1_{n-2} = \frac{(\hat{\rho} - \rho)^2 s_{11}(n-2)}{s_{00} + \hat{a}_1 s_{01}}$$

によることができる(小河原および協力者：少数例による予報について、研究時報, 6 (1954), 172~183を参照)。記号は(5)式におけるものと同じである。

III に対し $\rho = 0.25$ とすると、 $F^1_{n-2} = 1.89 < F^1_{39}(10\%) = 2.84$

IV に対し $\rho = 0.40$ とすると、 $F^1_{n-2} = 2.11 < F^1_{16}(10\%) = 3.05$

ρ の真の値はわからないが、ともかく、III, IV のいずれに対しても、このモデルが適合することがわかる。
** 各震度の地震相互の間の関係は少なくとも統計的には明りょうではない。これは余震的なものを除外したためもある。特に震度 II 以下の地震との関係も問題であるが、これは資料不足のため調査できなかった。

*** (4) 式の $x_K (K=1, 2, \dots)$ は確率変数で観測値はこれらの確率変数とった値と考えるのである。

**** M. Ogawara: A general stochastic prediction formula, ibid.

$$x_{2n+2} = \bar{x}_0 - \hat{a}_1(x_{2n+1} - \bar{x}_1) + X(\alpha) \left\{ \frac{1}{n-2} (s_{00} + \hat{a}_1 s_{01}) \left[n+1 + \frac{(x_{2n+1} - \bar{x}_1)^2}{s_{11}} \right] \right\}^{1/2} \quad (5)$$

ここに、 $X(\alpha)$ は、自由度 $n-2$ の t 分布の密度函数を $T_{n-2}(t)$ とするとき、

$$\int_{-\infty}^{X(\alpha)} T_{n-2}(t) dt = \alpha \quad (0 < \alpha < 1) \quad (6)$$

なる値であって、 x_{2n+2} の (過去の資料に対する相対的な) 累積分布函数を $\Phi(x)$ とすれば、与えられた α に対し、(5) によって計算した x_{2n+2} の値が、

$$\Phi(x_{2n+2}) = \alpha \quad (7)$$

を満足する。さらに、 $x_{2n+2} = \log_{10}(\tau_{2n+2} + C)$ 、(III に対しては $C=0.1$ 、IV に対しては 1) から τ_{2n+2} の値を求めれば、 τ_{2n+2} の累積分布函数 $F(\tau)$ は、

$$F(\tau_{2n+2}) = \alpha \quad (8)$$

から求められる。Fig. 2 はこのようにして求めた $F(\tau)$ である。

最後に地震を感じたときから現在まで既に τ_0 だけ時間が経過し、この間地震がなかったという条件のもとにおける予報は、

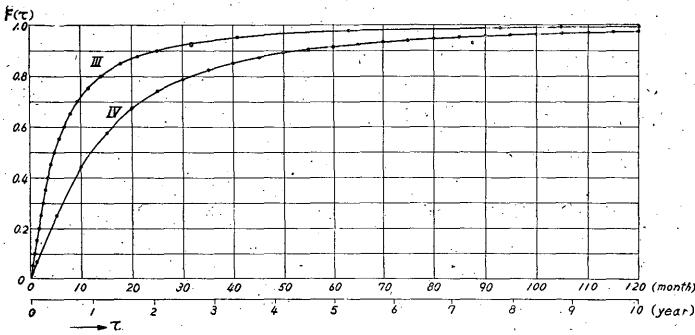


Fig. 2. Integrated probability distribution $F(\tau)$ of the next time interval τ (Intensity III and IV)

$$G(\tau') = \{F(\tau_0 + \tau') - F(\tau_0)\} / \{1 - F(\tau_0)\} \quad (\tau' \geq 0) \quad (9)$$

なる条件つき確率分布で表わされる。

1955 年 9 月 1 日現在を基準にとると最後の地震は、

III : 1955 年 1 月 17 日

$$\tau_0 = 7.5 \text{ 月}$$

IV : 1953 年 11 月 26 日

$$\tau_0 = 21.1 \text{ 月}$$

したがって、 $G(\tau')$ は Fig. 3 のようになる。これが 1955

年 9 月 1 日現在における予報である。同様にして任意の τ_0

に対し $F(\tau)$ から $G(\tau')$ が導

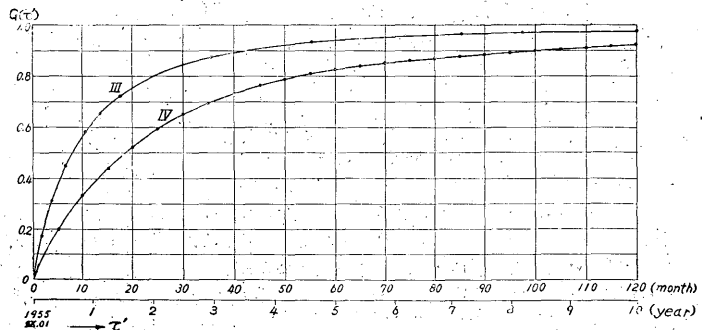


Fig. 3. Stochastic prediction $G(\tau')$ (an integrated conditional distribution) of the period τ' from 1955 IX 01 to the next earthquake (Intensity III and IV)

かれる。

§3. 震度VとVI以上の地震の予想

(i) 資料. ここで問題とする, 東京で震度V以上の地震の原資料は次のとおりである*.

Tab. 2. The data of earthquakes of intensity V or more at Tokyo

No.	Date	Intensity	Interval (month) of the earthquakes of intensity			No.	Date	Intensity	Interval (month) of the earthquakes of intensity		
			V	VI or more	V or more				V	VI or more	V or more
1	878 XI 01					17	1843 III 09	V	727		363
2	1096 XII 17	V		2618		18	1854 XII 23	V	141		141
3	1241 V 22	V	1733	1733		19	1855 XI 11	V VII		515	11
4	1257 X 09	V	197	197		20	1880 II 22	V	302		291
5	1433 XI 07	V	2113	2113		21	1884 X 15	V	56		56
6	1498 IX 20			7439 778		22	1889 II 18	V	52		52
7	1605 I 31	V	2055	1276		23	1892 VI 03	V	39		39
8	1615 VI 26			1401 125		24	1894 VI 20			463	25
9	1633 III 01	V	337	212		25	1894 X 07	V VI	28		4
10	1648 VI 12	V	183	183		26	1895 I 18	V	3		3
11	1649 VII 29			409 13		27	1906 II 24	V	133		133
12	1649 IX 01	V	15	1		28	1922 IV 26	V	194		194
13	1697 XI 25			580 579		29	1923 IX **1	V VI	16	350	16
14	1703 XII 31			73 73		30	1924 I 15	V	4		4
15	1782 VIII 23	V	1596	944		31	1931 VI 17	V	89		89
16	1812 XII 07			1307 363		32	1931 IX 21	V	3		3

震度別にこれらの資料を全部使うことには問題があるようである. すなわち, Vでは番号(16)以前の経過時間 τ が不連続的に大きいし, VI以上では最初(6)のが大きすぎるようである. これをもう少し客観的に判定するために, $x = \log_{10}\tau$ が近似的に独立に正規分布に従うと仮定し, 棄却検定を試みよう.

V: (18)以下の資料から $N=13$, $\bar{x}=1.558$, $s=0.66$, 棄却限界の公式

$$\bar{x} \pm t_{N-1}(2\alpha) s \sqrt{\frac{N+1}{N-1}} \tag{10}$$

により,

α x の棄却限界 (τ の棄却限界)

$1/10$ 0.591, 2.525 (3.9, 335.0)

$1/20$ 0.288, 2.828 (1.9, 673.0)

$N=13$ であるから, $\alpha=1/20$ にとると, 727, 1596等は673.0を越し, [20回に1回以上の確率であるから, (17)以前のものは使わないことにする.

* 中央気象台地震課の調査による.

** 関東地震(VI)直後におきた震度Vの多くの地震は, これをまとめて1つの震度Vの地震として数えたが, 「V以上の地震」のときはこれをVIの中を含めた.

VI以上：(8)以下の資料から， $N=8$ ， $\bar{x}=2.6778$ ， $s=0.3718$ 。

したがって，

α x の棄却限界 (τ の棄却限界)

$1/10$ 1.6809, 3.6747 (48.0 4728.2)

$1/20$ 1.4800, 3.8756 (20.0 7509.3)

ゆえに，(6)の7439は棄却される。

V以上では特別にとびはなれた値はない。

よって，予想に使う資料としては，

V：(18)以下13項，VI以上：(8)以下8項，V以上：(2)以下全部31項。

(ii) 正規化変換。 $x=\log \tau$ が正規分布に従うものと仮定したが，VとVI以上とについてはいずれも資料が少ないため，他の変換によってもよいが， $x=\log \tau$ でも，さしつかえないという結論が得られることは，計算してみるまでもなく明らかである。そこで，V以上について適合度検定を行うと，

階級 $\sim 1.5, 1.5\sim 2.0, 2.0\sim 2.5, 2.5\sim$

頻度 9 5 8 9

$\bar{x}=1.956$, $s=0.826$,

$\chi^2=0.95$, 自由度：4-3=1

$P_r\{\chi_1^2 \geq 0.95\} = 0.36$.

ゆえに，適合度は非常によい。しかし，この資料には次項で述べるように，trend がほとんど確かに存在する。それからの偏差を改めて x とするとき，その分布の正規性は，

階級 $\sim -0.5, -0.5\sim 0, 0\sim 0.5, 0.5\sim$

頻度 7 8 5 11

$\bar{x}=0.01$, $s=0.73$,

$\chi^2=2.41$, 自由度：4-3=1

$P_r\{\chi_1^2 \geq 2.41\} = 0.12$

となり，やはり認められる。

もとの x が正規であることと，その trend からの偏差が正規であることは，実は矛盾する事柄である。ゆえに，この場合には trend からの偏差は正規であって，もとの x は近似的に正規であるにすぎないと仮定する。また，VI以上の場合のように，trend が認められないときは，もとの x が正規であると仮定する。それはV以上の一部分であるから，この仮定は許されるであろう。

(iii) モデルの選定。 $x=\log \tau$ の系列は Fig. 4に見られるとおりで，まず，trendの有無を検定しよう。われわれの予報の目的には trend がありとすれば，それを直線的傾向と仮定してよいことが Fig. 4から推察される。

最尤法 (最小自乗法) で推定した回帰係数, すなわち, 直線 $\xi_k = \alpha + \beta u_k, u_k = k - (N+1)/2 (k=1, 2, \dots, N)$ における係数 β の推定値を $\hat{\beta}$ とすれば, その有意性は

$$t = \frac{\hat{\beta} \sqrt{\sum_k u_k^2} \sqrt{N-2}}{\sqrt{\sum_k (x_k - \bar{x})^2 - \hat{\beta} \sum_k (x_k - \bar{x}) u_k}}$$

が自由度 $N-2$ の t 分布をすることによって検定される*. 結果は次のようになる.

V : $N=13, \hat{\beta} = -0.0920, |t| = 2.05,$

$$P_r\{|t_{N-2}| \geq 2.05\} = 0.07$$

VI以上 : $N=8, \hat{\beta} = -0.0339, |t| = 0.53,$

$$P_r\{|t_{N-2}| \geq 0.53\} = 0.61$$

V以上 : $N=31, \hat{\beta} = -0.0586, |t| = 3.80, P_r\{|t_{N-2}| \geq 3.80\} = 0.001.$

ゆえに, V以上はほとんど確実に trend が存在する. VI以上はほとんど認められない. Vははっきりわからない. よって, 以下 Vについては trend を考慮する場合 (A) と, しない場合 (B) の両方を取り扱い, VI以上はもとの x の系列を, V以上は trend からの偏差を改めて x の系列として取り扱う.

次に, このような x の系列の自己相関を調べよう. その推定値たる系列相関係数** は次のようになる.

	r_1	r_2	r_3	
V (A)	-0.22	-0.38	0.10	} (N=13)
V (B)	0.06 (0.42)	-0.05 (-0.44)	0.18 (0.45)	
VI以上	-0.45 (-0.51)	0.11 (0.53)	-0.47 (-0.56)	
V以上	-0.62 (-0.29)	-0.01 (-0.29)	-0.11 (-0.30)	(N=31)

かつこ内は T. W. Anderson による片側危険率 5% の有意点で $r_K (K \geq 2)$ に対しては近似的に適用されるものである. これによると標本値の絶対値にかなり大きいものもあるが, V以上の r_1 以外に有意なものはない. ところで, この r_1 の絶対値が大きいのは, Fig. 4 からわかるように,

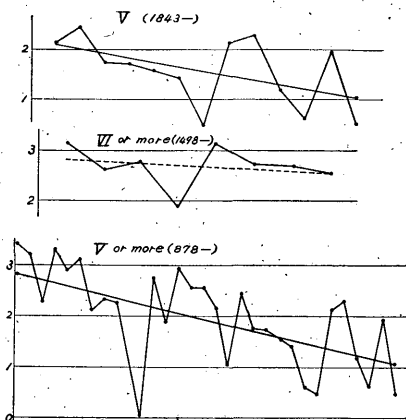


Fig. 4. Time series of transformed time intervals of successive earthquakes (Intensity V, VI or more and V or more)

* この公式では trend からの偏差に自己相関がないことが仮定されている. ある種の自己相関があっても trend の検定はできるが, ここではその必要のないことがあとでわかるであろう.

** ここでは $r_K = 1 - \frac{1}{N-K} \sum_{i=1}^{N-K} (x_i - x_{i+K})^2 / 2s^2$ を使った. これに対する有意点の表は T. W. Anderson によって与えられたが, それは $N=60$ までである. それで §2 では H. Wold の有意点を用いたのである.

第 11 番目の値 $\log 1=0$ のためである。実際これを除いて計算すると、

	r_1	r_2	r_3
V 以上	0.06	0.10	0.05

となり、ほとんど無視される。

かくして、次のモデルが採用される。

V : (A) trend+ (定常独立過程), または, (B) 定常独立過程, 結局はこの両者のうち予報精度のよいほうをとることになる。

VI 以上 : 定常独立過程,

V 以上 : trend+ (定常独立過程).

予報の見地からは、もし多くの資料があるならば、有意ではなくても、ありそうな相関はできるだけ取り入れて、モデルを構成するほうがよいが、この問題のような少数例では、それがかえって予報精度を悪くすることは明らかである。

(iv) 予報方式. 結局、次の 2 種類の予報公式のいずれかで予報できることになった。観測された時系列を、 x_1, x_2, \dots, x_N とし、 x_{N+1} を予報すべき次の x の値とする。

定常独立過程の場合：

$$x_{N+1} = \bar{x} + X(\alpha) s \sqrt{\frac{N+1}{N-1}}, \quad (11)$$

ただし、

$$\int_{-\infty}^{X(\alpha)} T_{N-1}(t) dt = \alpha, \quad (12)$$

$T_{N-1}(t)$ は自由度 $N-1$ の t 分布の密度函数である。

trend+ (定常独立過程) の場合*

$$x_k - \alpha - \beta u_k = z_k, \quad \left(u_k = k - \frac{N+1}{2} \right), \quad k=1, 2, \dots, N$$

とおけば、この z_k が定常独立であるから、

$$x_{N+1} = \bar{x} + \hat{\beta} u_{N+1} + X(\alpha) \sqrt{\frac{1}{N-2} (s_{00} - \hat{\beta} s_{01}) \left(N+1 + \frac{u_{N+1}^2}{s_{11}} \right)}. \quad (13)$$

ここに、 $X(\alpha)$ は (12) で $T_{N-1}(t)$ を $T_{N-2}(t)$ でおきかえたものであって、

$$\bar{x} = \sum_{k=1}^N x_k / N, \quad \hat{\beta} = s_{01} / s_{11},$$

$$s_{00} = \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2 / N, \quad s_{11} = \sum_{k=1}^N u_k^2 / N, \quad s_{01} = \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x}) u_k / N.$$

* この場合の trend は回帰論で取り扱われる任意の trend でよいが、たとえば trend+ (自己回帰過程) のようなときも、trend に若干の条件をつければ精密標本的予報ができる。この事実は未発表ではあるが、証明は容易であるから、ここでは省略する。

これらの公式から予報を求める手順は (6) ~ (9) と全く同様である。ここで懸案となっていた V に対する 2 種の方法による x_{N+1} の予報の $\Phi(x)$ を比較すると、左表に示すような結果となり、平

$\alpha = \Phi(x)$	x	
	(A)	(B)
0.0005	0.914-3.149	1.558-3.076
0.005	"- 2.205	" -2.177
0.01	" -1.929	" -1.910
0.05	" -1.275	" -1.270
0.10	" -0.967	" -0.966
0.20	" -0.622	" -0.622
0.30	" -0.383	" -0.384
0.40	" -0.185	" -0.185
0.50	" 0	" 0
0.60	" +0.185	" +0.185
⋮	⋮	⋮

均値が違うだけで、分布の形はほとんど同じであるから、優劣はつけ難い（しいて一方を選ぶとすれば、(B)のほうであろうが）。よって、以下の予報では両方とも参考とすることにする。可能な範囲でモデルを変えると、結果にどの程度の違いが現れるかの 1 例を与えることになる。

さて、 x_{N+1} の予報を τ_{N+1} の予報に変換したものと（これは上のような表の x の真数を求めればよい）が Fig. 5 の $F(\tau)$ である。これから、この前の地震から現在まで τ_0 時間の間地震がなかったという条件のもとにおける予報が (9) によって導かれる。1955

年 9 月 1 日現在の予報を求めると、

$V : \tau_0 = 287$ 月, VI 以上 : $\tau_0 = 384$ 月, V 以上 : $\tau_0 = 287$ 月

であって、 $G(\tau)$ として Fig. 6 をうる。Tab. 1 はこのような図によって求めたものである。

§ 4. 今後の問題

われわれは震度別有感地震の期日だけを使って予想をしたが、さらに、地震の規模、震央または震源の位置なども考慮に入れたほうが物理的考察はしやすいと思われる。しかし、手数割合に、どれだけの成果が得られるであろうか。いずれにせよ、社会的に要求される結論としては、結局、東京あるいは大阪というような地域でどれだけの震度

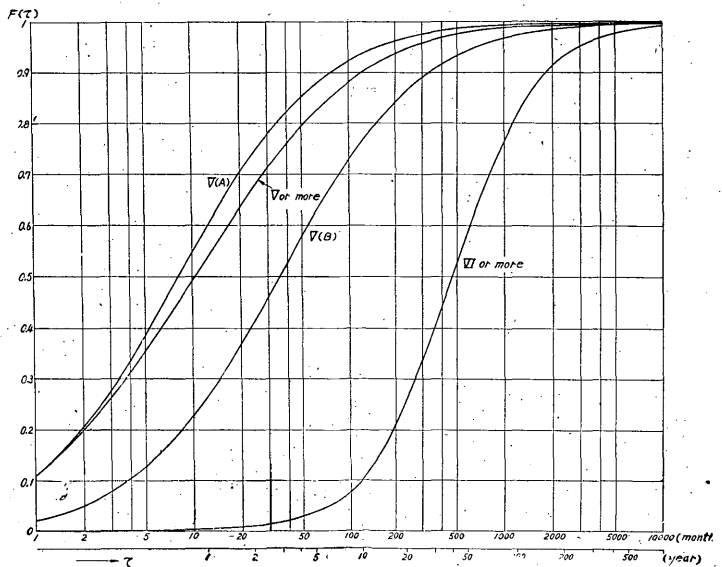


Fig. 5. Integrated probability distribution $F(\tau)$ of the next time interval τ (Intensity V , VI or more and V or more)

の地震があるかという、われわれが問題にしたような形のものではなからうか。

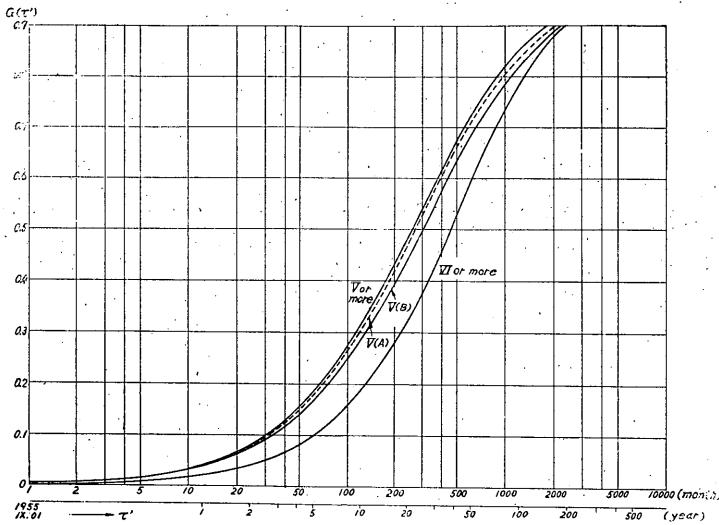


Fig. 6. Stochastic prediction $G(\tau')$ (an integrated probability distribution) of the period τ' from 1955 IX 1 to the next earthquake (Intensity V, VI or more and V or more)

地震予知の基本的問題はよく言われているように、土地の変形伸縮、重力変化などの前兆の探求にある。そして、時間、場所、規模などの点で予報と実際との差 Δ をできるだけ小さくしたいわけである。

ピッタリ当てること、すなわち、 $\Delta=0$ が目標ではあっても、これはとうてい望めない。統計的には、予報方式の中に前ぶれとなる

変量を取り入れることによって、 Δ を小さくすることである。ところで、予報の誤差、すなわち、予報分布の標準偏差は、おおざっぱに言えば、

$$\Delta \sqrt{\frac{N}{N-p\nu}}$$

に比例するとみられる。ここに、 N は資料数、 p はモデルの構造に関係し、 ν はモデルに含まれるパラメータの数で、いずれも正の整数である。 Δ を小さくするには適切な要因を取り入れると同時に、一般にモデルを複雑にしなければならないから、 $\sqrt{N/(N-p\nu)}$ は大きくなる。したがって、 Δ の小さくなりぐあいがよほど著しくなければ予報の精度は上らない。ピッタリ予知できないかぎり、そして、客観的取り扱いをするかぎり、経験に関連したこのような統計的問題をわれわれは避けることはできない。

最後に、数値計算を援助された戸松喜一氏に心から御礼を申し述べたい。なお、和達中央気象台長は問題を提起され、それに対する一つの解答であるこの報告の結果を公式にとり上げられた。また、観測部の関係官は資料の提供その他の援助を与えられた。