第1章 基礎編

1.4 数値予報モデル

第1章 基礎編

1.4.1 大気モデル

数値予報モデル

ある時刻の大気状態を、物理法則に従って時間発展させて、未来の大気状態を数値解として計算する。

- 物理法則
  - 物理量（気温、風、湿度など）の時間変化を表す式
  - 各種物理量の関係を表す方程式（状態方程式）など
- 時間発展
  - 計算機上では、各種物理量を時空間方向に離散化
  - 時間微分を含む方程式の時間発展を解く

物理量の時間変化を記述する方程式

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F \quad \Rightarrow \quad \phi_{t+\Delta t} = \phi_t + F_t \Delta t$$

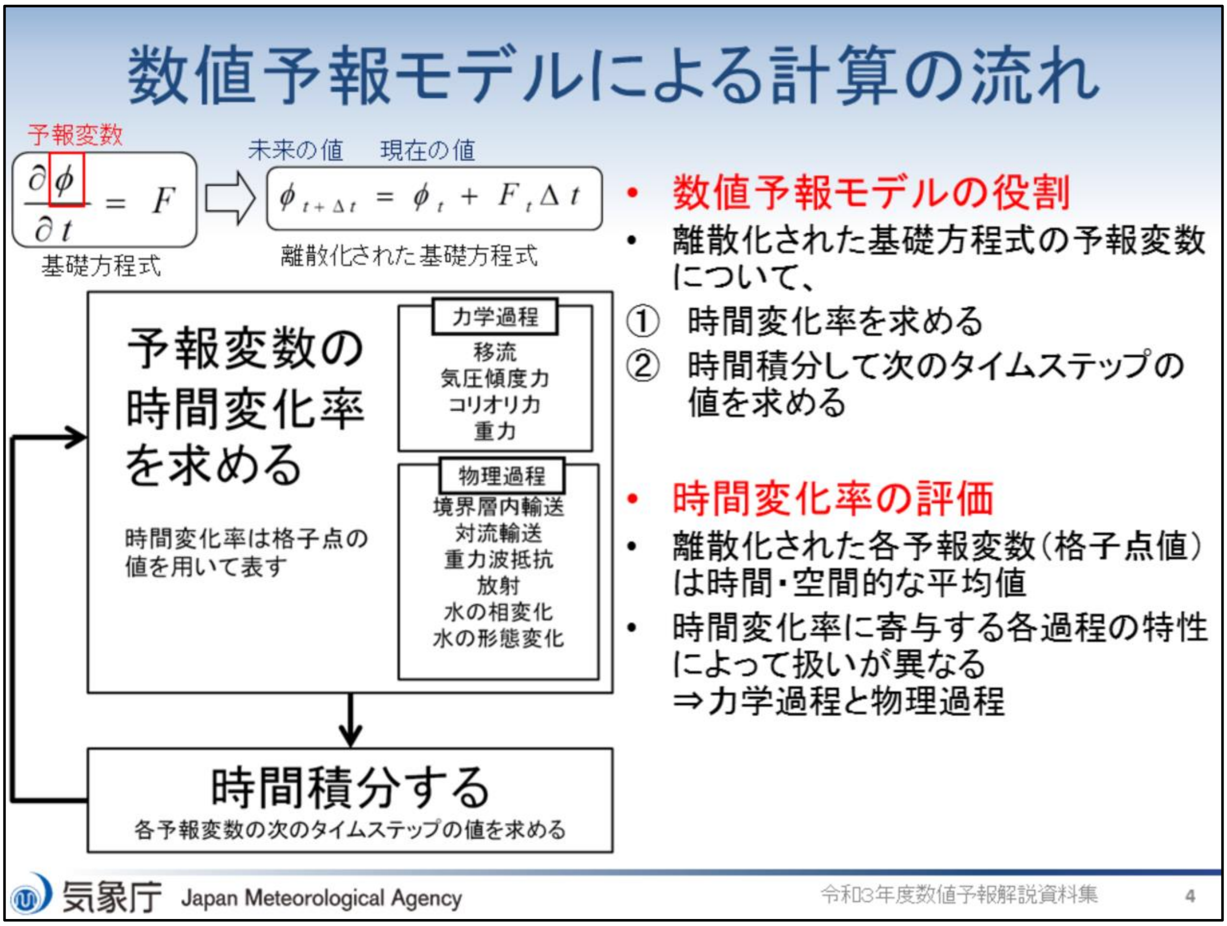
時間変化率　　未来の値　ある時刻の値

数値予報モデルで扱う主な過程

気象庁 Japan Meteorological Agency　　令和3年度数値予報解説資料集　3

数値予報モデルは大気現象を支配する物理法則の方程式をコンピュータで解き、未来の値を計算する。この物理法則は複雑な方程式の集まりであり、解析的に答えを求められない。そこで、様々な近似により方程式を簡素化した上で、時間・空間方向においてとびとびの値で表現し、初期状態を与えて、コンピュータで時間積分の計算を行うことで解くことが可能になる。

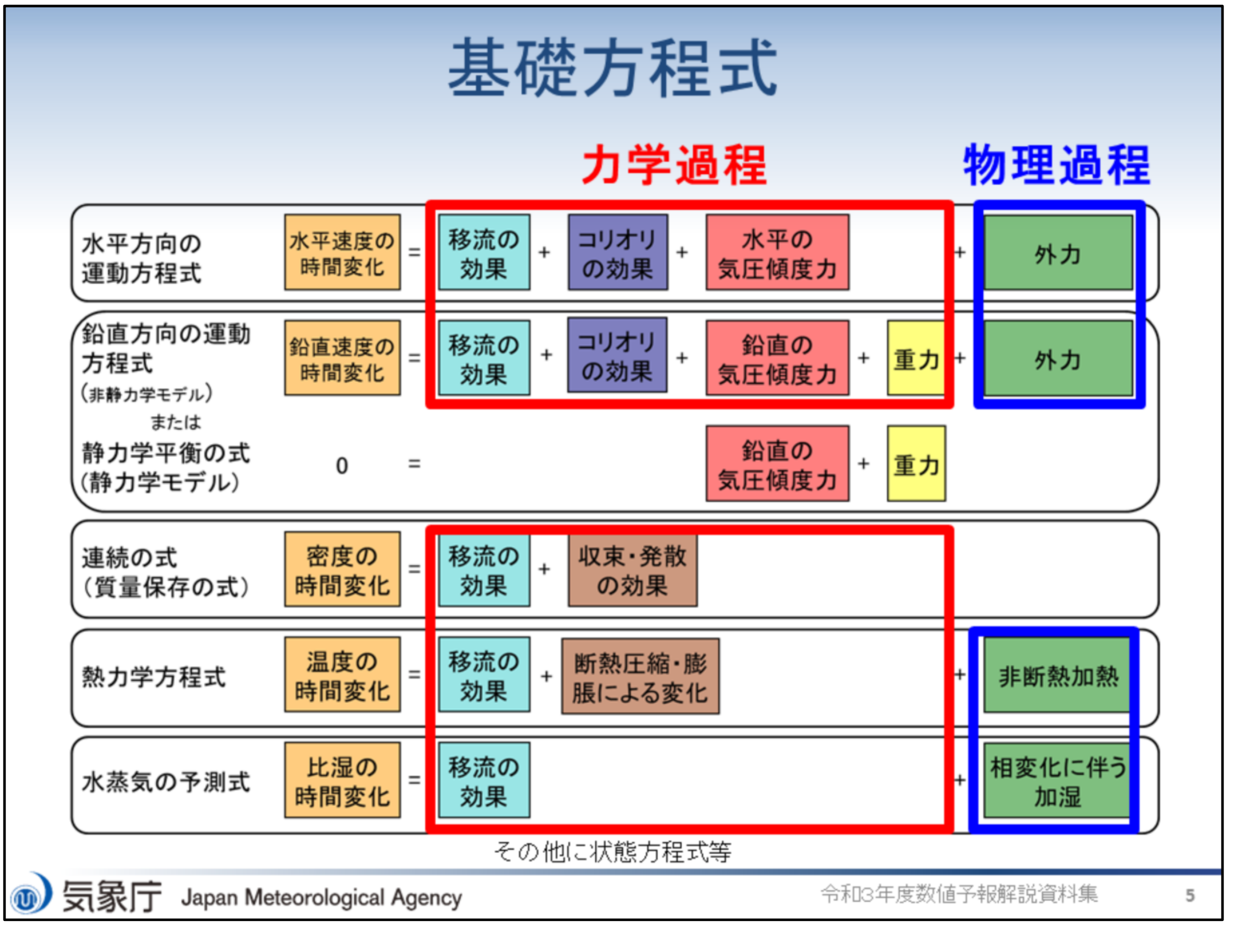
数値予報モデルにおいて、考慮されている主な過程をスライドの右下に示している。地球大気中には大規模な擾乱からメソスケール擾乱、さらに小さな乱流などのさまざまな時間・空間スケールの現象が存在する。これらを正確に予測するため、数値予報モデルでは、大気の流れを基本として、積乱雲の発生発達、雲と放射の相互作用、境界層の大気の乱れに伴う運動量・熱・水蒸気の輸送など、非常に複雑な過程を取り扱っている。



基礎方程式は一部を除いて、ある物理量について時間変化率を求めるという形になっている。したがって、実際の数値予報モデルのプログラムも、物理量毎に時間変化率を求め、それに細かい時間間隔を掛けること(時間積分)によって、未来の物理量を求める、という構造になっている。この物理量を「予報変数」と呼ぶ。なお、予報変数から時間積分を経ずに求められる量を「診断量」と呼ぶことがある。

時間変化率を求める際、現実の大気のような連続的な分布をコンピュータで取り扱うことが困難なため、「とびとびの値」が連続的な分布を構成していると考える(離散化、詳細は後述)。この離散化された値(格子点値)は時間・空間的な平均値を表し、この格子点値を用いて時間変化率を求める。また、時間変化率に寄与する各過程の特性によって扱いが異なるため、時間変化率を求める過程は力学過程と物理過程に分けられる。

「力学過程」(または「力学フレーム」)は数値予報モデルの基礎方程式に含まれる移流や気圧傾度力の時間変化率を求める部分と、実際に時間積分を行うところをあわせた部分を指す。一方、物理過程はそれ以外の外力、非断熱加熱、相変化に伴う加湿の効果を計算する部分と、それらの計算に必要な大気以外とのやりとりや内部的な変化を考慮する部分などをあわせた部分を指す。

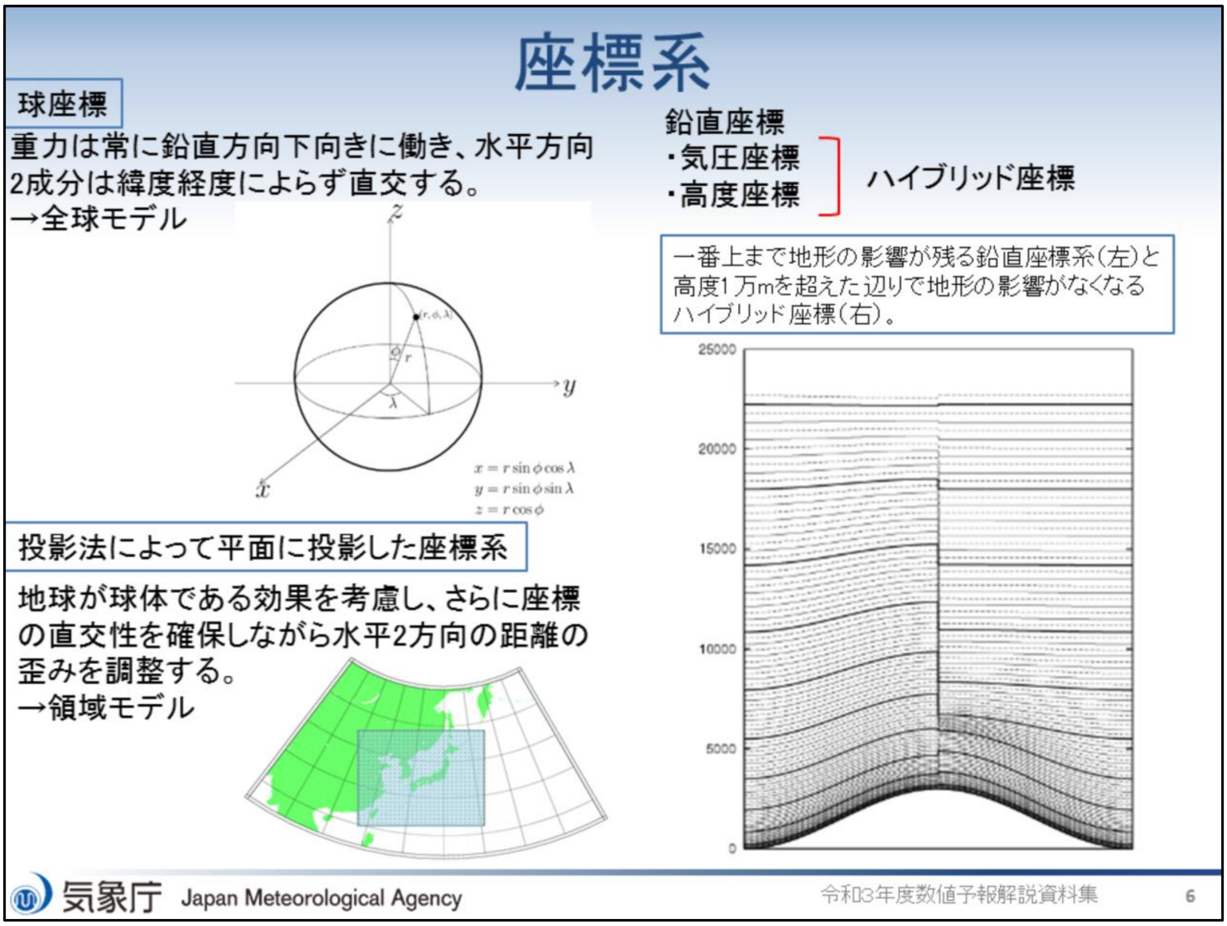


数値予報モデルで用いられる物理法則の基礎方程式を紹介する。

運動方程式は大気の流れ（風）を支配する方程式である。鉛直方程式の運動方程式は「静力学平衡」（もしくは「静水圧近似」）を仮定する場合（発達した積乱雲等でなければ、かなりよい精度で成り立つ）、3つ目の式の静力学平衡の式が用いられる。この式は大規模な運動で卓越するふたつの力が釣り合っている状態を示し、鉛直速度の時間変化率を予報する必要がないため、計算量が少なくなるというメリットがある。静力学平衡の仮定をする方程式系を採用した数値予報モデルを「静力学モデル」と呼び、静力学平衡の仮定をしない非静力学方程式系を採用したモデルを「非静力学モデル」と呼ぶ。

連続の式は水の相転移を除いて、空気の質量が保存されていることを表す方程式である。静力学モデルでは、鉛直方向の運動方程式の代わりに連続の式と水平方向の運動方程式による水平方向の風の計算結果を用いて、鉛直流が求められる。

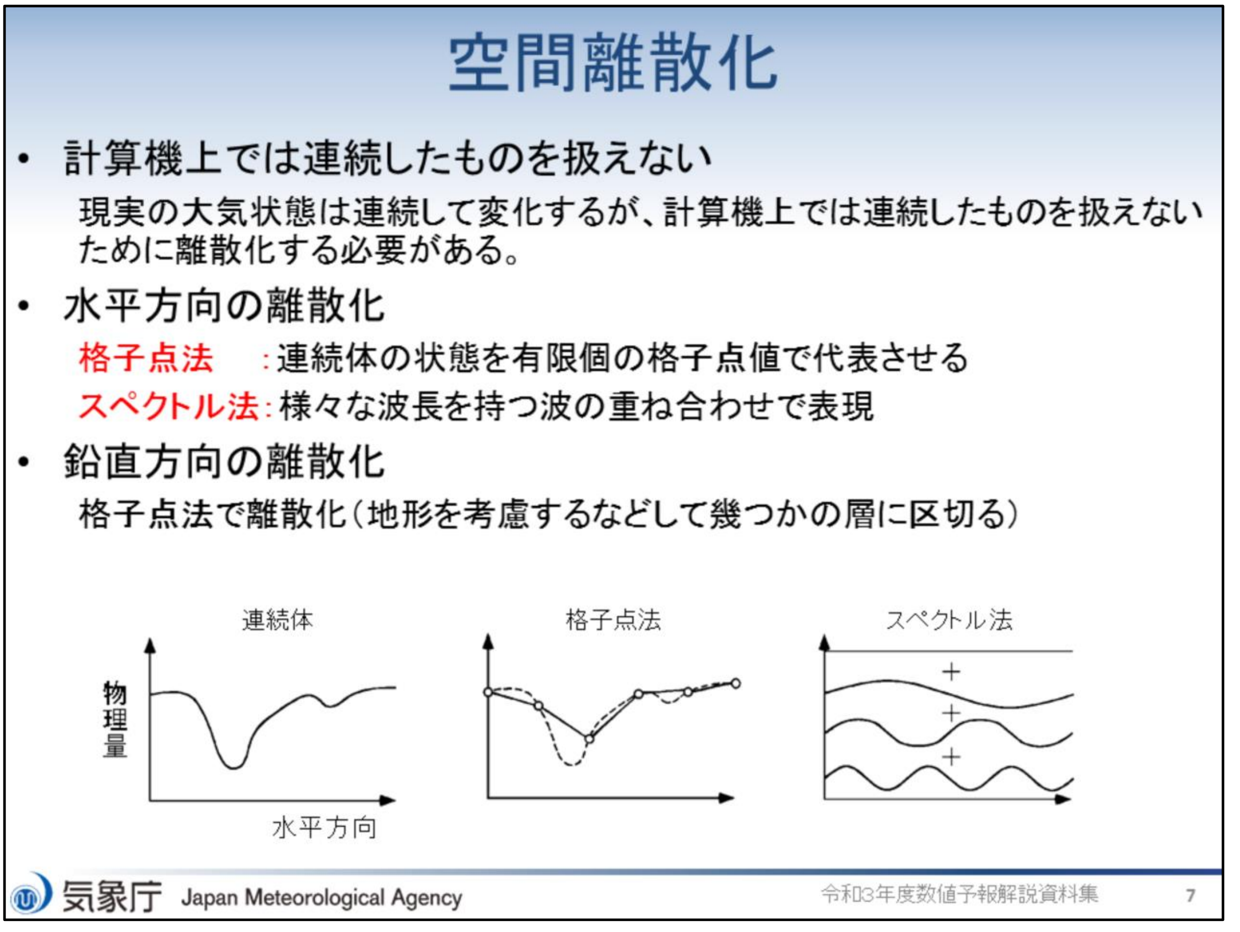
熱力学方程式は大気の温度変化に関する方程式である。温度の代わりに温位で表される場合もある。水蒸気の予測式は大気の水蒸気の変化に関する方程式である。このほかにも大気の状態に関する関係式である状態方程式や大気の乱流エネルギー、地中温度などの物理量の方程式を考える場合がある。



力学過程は基礎方程式をどのような座標系を用いて、どのように離散化を行い、どのように時間積分をするかという、数値予報モデルの基本構造をなす部分である。同じ基礎方程式を用いた数値予報モデルであっても、その基本構造の中身は同じとは限らず、それぞれの数値予報モデルによって特徴がある。ここでは、数値予報モデルで用いられる座標系について説明する。

大気の運動を表す方程式系は3次元空間での直交直線座標系で記述することができる。直交直線座標系のまま解くことも可能だが、地球はほぼ球体であることを利用して方程式を解きやすい形式に書き換えることがよく行われる。全球モデルでは球座標系に変換することにより、重力は常に鉛直方向下向きに働き、水平方向2成分は緯度経度によらず直交することから、解きやすくなる。領域モデルでは投影法によって平面に投影した座標系に変換される。これに基づき方程式を変換することにより、地球が球体である効果を考慮し、さらに座標の直交性を確保しながら水平2方向の距離の歪みを調整する。

鉛直方向の座標系については、気圧座標系と高度座標系に大きく分かれる。気圧座標・高度座標のいずれを採用するとしても、大気の流れに沿うように、大気最下層付近では地形や海面に沿った層配置となるが、一方上層では地形の影響を受けない層配置が都合がよいため、両者を組み合わせた「ハイブリッド座標」もよく採用される。



次に、離散化について説明する。一般に大気中のさまざまな物理量は連続的な分布をしている。しかし、このままではコンピュータで取り扱うことが困難なため、連続的な分布を「とびとびの値」で近似的に表現することを考える。このとびとびの値への置き換えを「離散化」と言う。離散化により、基礎方程式にある微分項などを近似的に求めることが可能になる。空間的にとびとびの位置に分布する値から微分計算を扱う方法として、大きく分けて格子点法とスペクトル法の2種類がある。ここでは格子点法を使用するモデルを総称して「格子モデル」と呼び、スペクトル法を採用したモデルは「スペクトルモデル」と呼ぶ。

スライドに格子点法とスペクトル法の模式図を示している。格子点法は近隣の格子との差分等の演算で予報変数の空間分布やその傾きを考える方法であり、スペクトル法では物理量の空間分布をさまざまな波数の波の重ね合わせで表現して、その波数の振幅を時間発展させることで物理量の将来予測を計算する。スペクトル法よりも格子点法の方が直感的に理解しやすいが、スペクトル法では微分項を解析的に計算できるなど、一般的に格子点法よりも精度良く計算できる。離散化の基本的な考え方から言えば、格子点法の場合は格子間隔を細かく、スペクトル法では考える波の数(単位長に含まれる波の数を「波数」、波長が最短の波の数を「切断波数」という)を多く計算したほうが精度は高い。

鉛直方向についても、水平方向と同様の原理だが、スペクトルモデルの場合でもスペクトル法が用いられるのは水平方向のみで、鉛直方向には通常は格子点法が用いられる。一般に大気の流れは上層へ向かうほど水平方向の流れが卓越し、下層ほど鉛直方向の流れの変化が大きくなるので、鉛直層の配置については、地形の影響や境界層の表現等も考慮して、下層ほど細かく設定されることが多い。

スペクトルモデルの解像度

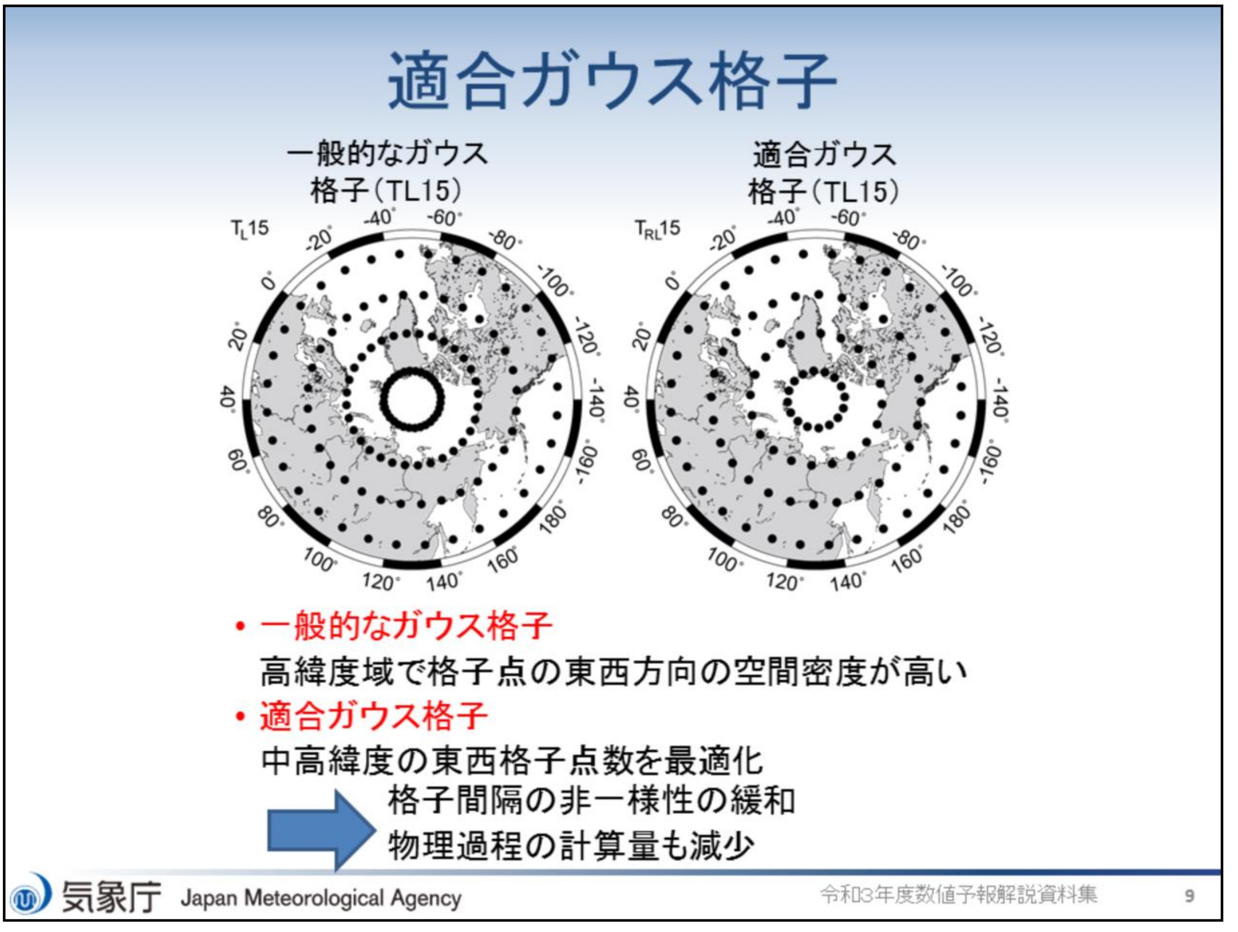
T　L　959

三角切断　線形格子　波数

切断波数	本資料での表記	格子間隔（北緯30度）	格子間隔（赤道）
TL959	20 km	18 km	21 km
TL479	40 km	36 km	42 km
TL319,T213	55 km	54 km	63 km
TL159,T106	110 km	108 km	125 km
T63	180 km	180 km	209 km
T42	270 km	271 km	313 km

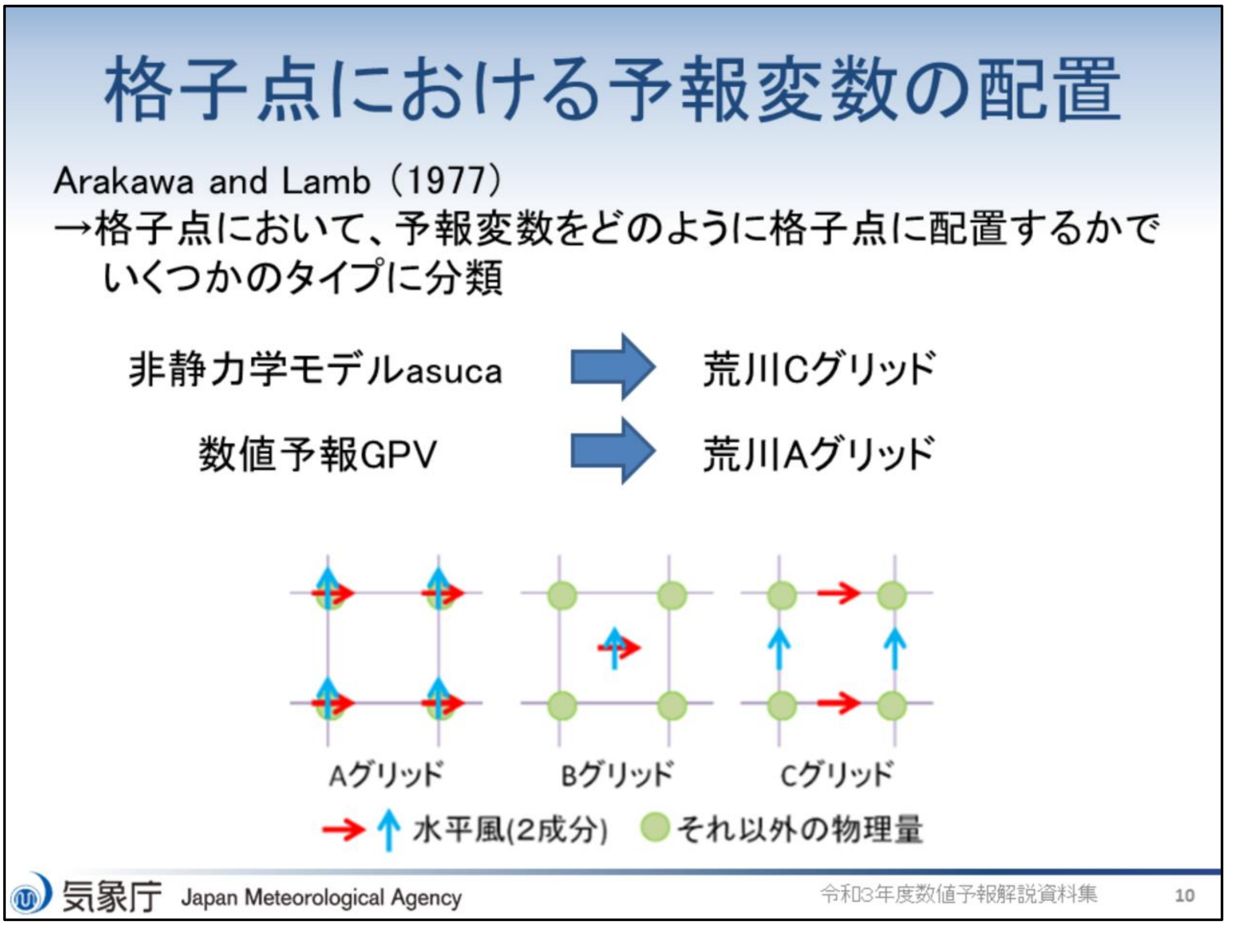
離散化の基本的な考え方から言えば、格子点法の場合は格子間隔を細かく、スペクトル法では考える波の数を多く計算したほうが精度は高い。全球スペクトルモデルの場合は球座標を採用しており、球面調和関数で表される波の重ね合わせで表現されるが、東西波数と全波数の空間で三角切断（triangular truncation）を行う場合には、先頭に“T”を付けてT213などと表記する。波と格子の対応はいくつかの方法があり、TL959のように先頭に“TL”が付く場合には、スペクトル空間では微分方程式の線形項のみを扱うことを想定した線形格子（linear grid）を採用した場合の解像度の表記である。

スペクトルモデルの場合の「解像度」については切断波数を使用する場合と、格子間隔を使用する場合がある。厳密には前者で表記することが正しいが、本資料や様々な資料ではプロダクト利用者へのわかりやすさを重視して、なるべく後者を用いている。例えばTL959の全球モデルの場合、赤道上には1920個の格子点がある。赤道上では地球一周が約40000 kmであるため、東西方向の格子間隔は約21 km、北緯30度ではやや狭まって約18 km となる。また南北方向は赤道上の東西方向と同じである。そこで解像度として一般的に格子間隔20 kmと表記している。



全球モデルでは格子点法で等緯度経度格子を用いた場合、両極付近で格子点が集中して微分計算の取り扱いなどが困難になる。従って、格子点法を用いる場合はその他の格子配置を用いるなどの工夫が必要になる。スペクトル法を用いる場合は極での格子点の集中の問題は緩和されるが、面積の大きく異なる格子が共存することは物理過程なども含めて考えると好ましいことではない。

気象庁全球モデルには「適合ガウス格子」（宮本2005;岩村2008）を使用している。ガウス格子は地球の球体表面の緯度方向の積分をガウスの求積法によって精度よく求めるために使用している。適合ガウス格子では中高緯度の格子が標準のガウス格子よりも、精度に影響がない範囲で少なくなっているため、格子間隔の非一様性が緩和される。また、物理過程などは局所的な効果や変化として取り扱う方が都合がよいために、格子点の値を直接用いた計算が併用されており、適合ガウス格子の利用によって、標準的なガウス格子より格子点数が少なくなり、物理過程の計算量も減少する。



格子点法において、Arakawa and Lamb（1977）は予報変数をどのように格子点に配置するかでいくつかのタイプに分類した（スライド）。わかりやすく言えば、囲碁のように格子の交点に置くか、将棋のように格子の中央に置くかということである。横方向は中央で縦方向は交点、という配置もある。詳細は省略するが、この配置により計算のしやすさや計算結果の精度が異なるという事情があり、実際には予報変数に応じてこれらを組み合わせて用いることが多い。

気象庁メソモデル・局地モデルで使われている非静力学モデルasucaでは、荒川Cグリッドの配置が用いられている。これは数値予報モデルが各時刻の予報変数を計算する格子点の配置であって、利用者に提供される数値予報GPVでは全ての予報変数が同じ点にある格子（荒川Aグリッド）に内挿して作成されている。

時間積分と計算安定性

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F \quad \xrightarrow{\text{離散化}} \quad \phi_{t+\Delta t} = \phi_t + F_t \Delta t$$

【時間積分法の安定条件】

情報が伝播する速度（$\Delta x/\Delta t$）が実際の現象が進む速さ（C）より大きくなければばならない。

Courant–Friedrichs–Lewy（CFL）条件

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} > C$$

Δt :計算時間ステップ（オイラー法の場合）
Δx :水平格子間隔
C: 風速や重力波の位相速度

気象庁 Japan Meteorological Agency　令和3年度数値予報解説資料集　11

数値予報モデルでは予報変数の時間変化率を求め、時間積分を行うという手順になる。以上の空間離散化により各方程式の時間変化率を求めることができるので、次のステップは時間積分である。空間離散化と同様、時間積分もなんらかの形に変換・離散化する必要がある。この時間方向の離散化を「時間積分法」といい、空間の格子間隔と同様、時間積分の刻み幅を「積分時間間隔」と呼ぶ。

空間離散化同様、一般的に積分時間間隔が短いほど精度が良い。しかしそれでは計算時間が膨大になるため、現業数値予報モデルでは、設定した格子間隔での予測精度を著しく損なわない範囲で可能な限り積分時間間隔を伸ばして計算時間を短縮する、という方針が基本になる。一方で、安定な計算のため、取りうる積分時間間隔には上限がある。その一つに、「CFL条件」というものがある。

「CFL条件」は情報が伝播する速度が実際の現象が進む速さ以上でなければいけないという条件で、これを満たさなければ、計算により流れに沿って情報を伝えることができなくなり、計算が破綻してしまう（精度が悪いという状態よりさらに悪化して、無意味な計算をして物理的にありえない値を出力してしまう）。

積分時間間隔を長く取るための工夫

セミ・インプリシット法

速度の大きい重力波の効果を計算する際に「陰解法（インプリシット法）」と呼ばれる手法を用いて解く。

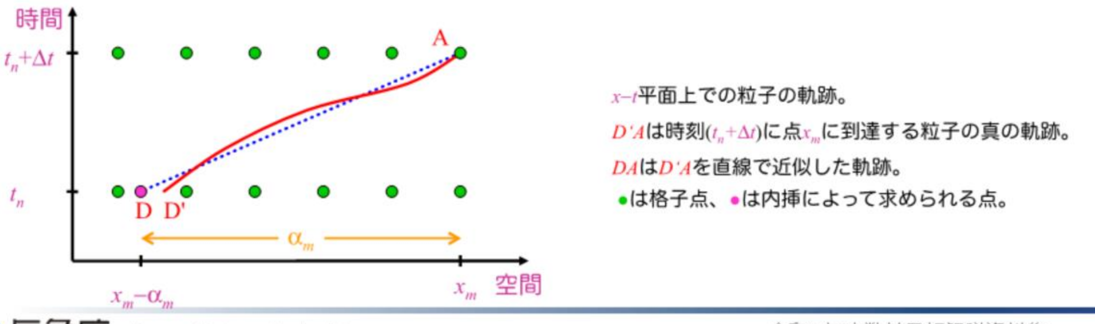
⇒ CFL条件を考慮しても積分時間間隔を大きめに取ることができる。

セミラグランジュ法

移流項を計算する時にだけ、ラグランジュ法（流体のある部分（流体塊）に着目し、それが時間とともにどのように移動し変化するかを追跡する方法）を用いる。

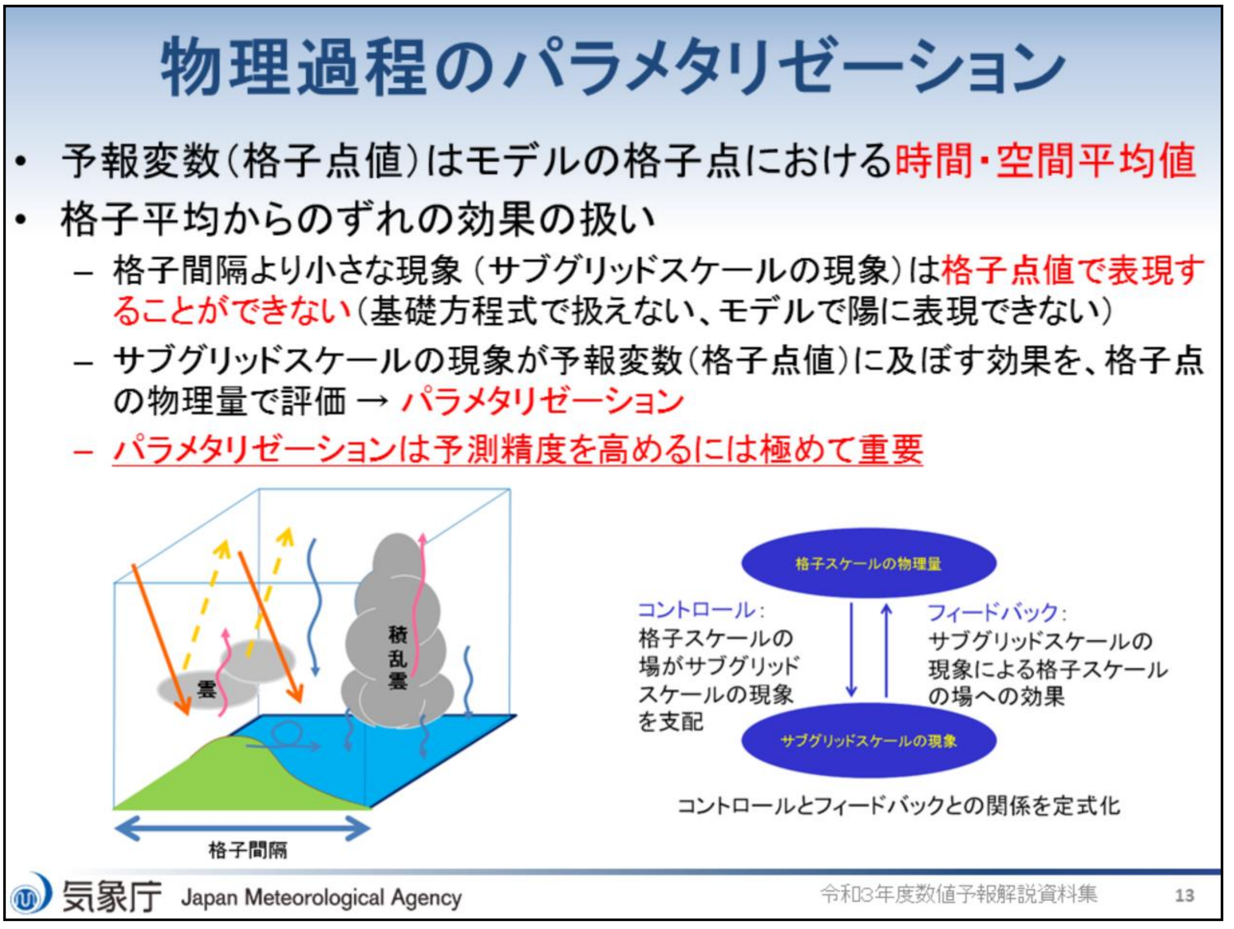
⇒ 移流による時間変化を考慮する必要がなく、CFL条件の制約がなくなる。

セミラグランジュ法の図



次に、CFL条件を一部回避して積分時間間隔を長く取るための工夫について紹介する。速度の大きい波の効果を計算する際に「陰解法（インプリシット法）」と呼ばれる手法を用いて解くことで、積分時間間隔をCFL条件に依らず決めることができる。それ以外の波の効果を計算する際には従来の「陽解法（イクスプリシット法）」で解くが、相対的に速度が小さいため、CFL条件を考慮しても積分時間間隔を大きめに取ることができる。これら2つの手法を併用する時間積分法を、半分は陰解法を用いることから「セミ・インプリシット法」と呼ぶ。

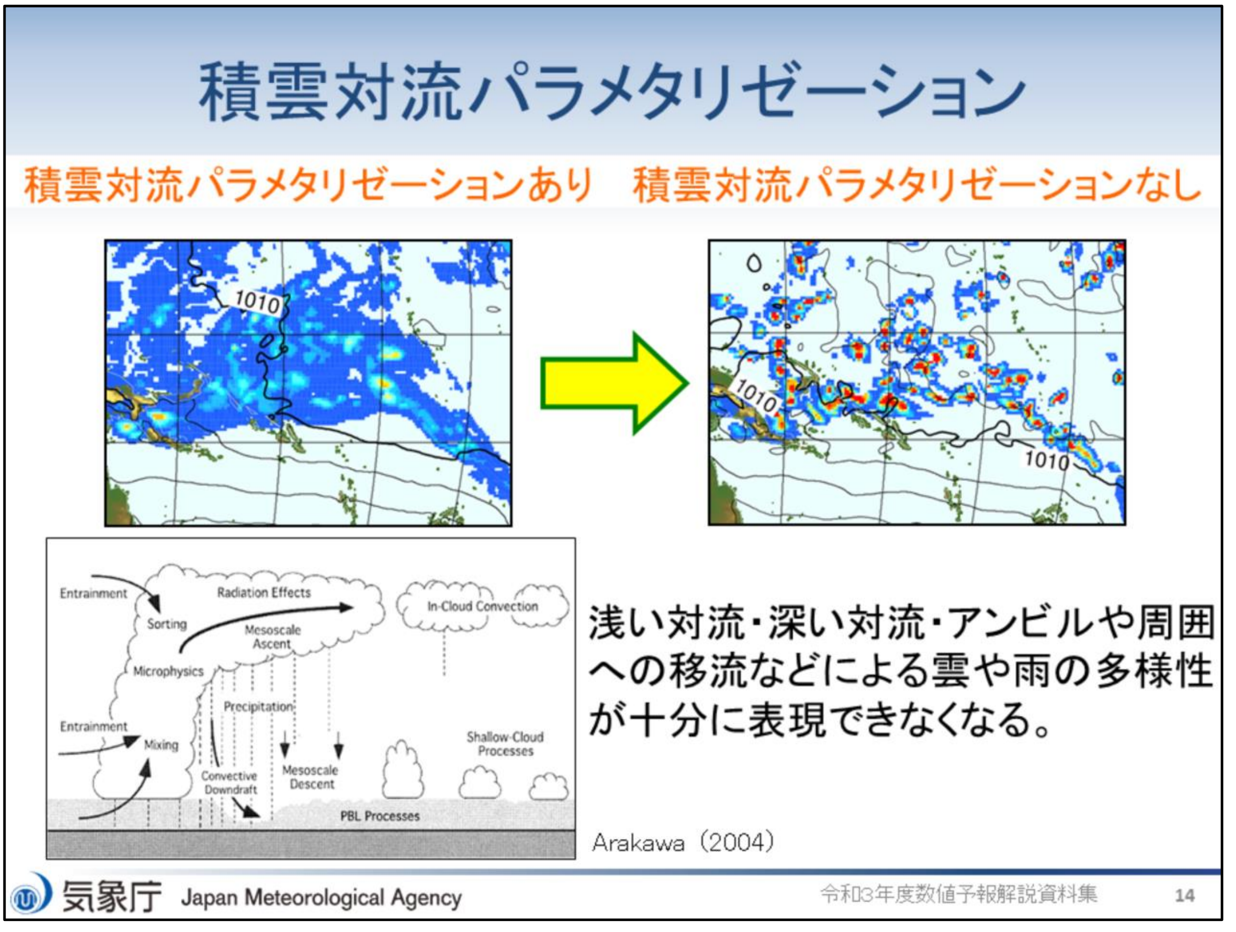
更に移流におけるCFL条件による積分時間間隔の上限を回避するために開発された手法が、セミラグランジュ法である。ラグランジュ法では流体のある部分（流体塊）に着目し、それが時間とともにどのように移動し変化するかを追跡する方法である。外力や加熱などの強制がなければ流体塊の運動や状態は変化しないことから、移流による時間変化を考慮する必要がなく、CFL条件の制約がなくなる。移流項を計算する時にだけこの手法を用いる計算方法を、セミラグランジュ法と呼ぶ。積分時間間隔の上限がないといっても、流体塊の移動を追跡する必要があるため、あまり長くすると精度が低下することから、実際には予報精度に大きな影響が出ない範囲で決められている。水平格子間隔20 kmの大気モデルで与えられる積分時間間隔はCFL条件では100秒程度だが、セミラグランジュ法を採用した全球モデルの積分時間間隔は400秒としている。



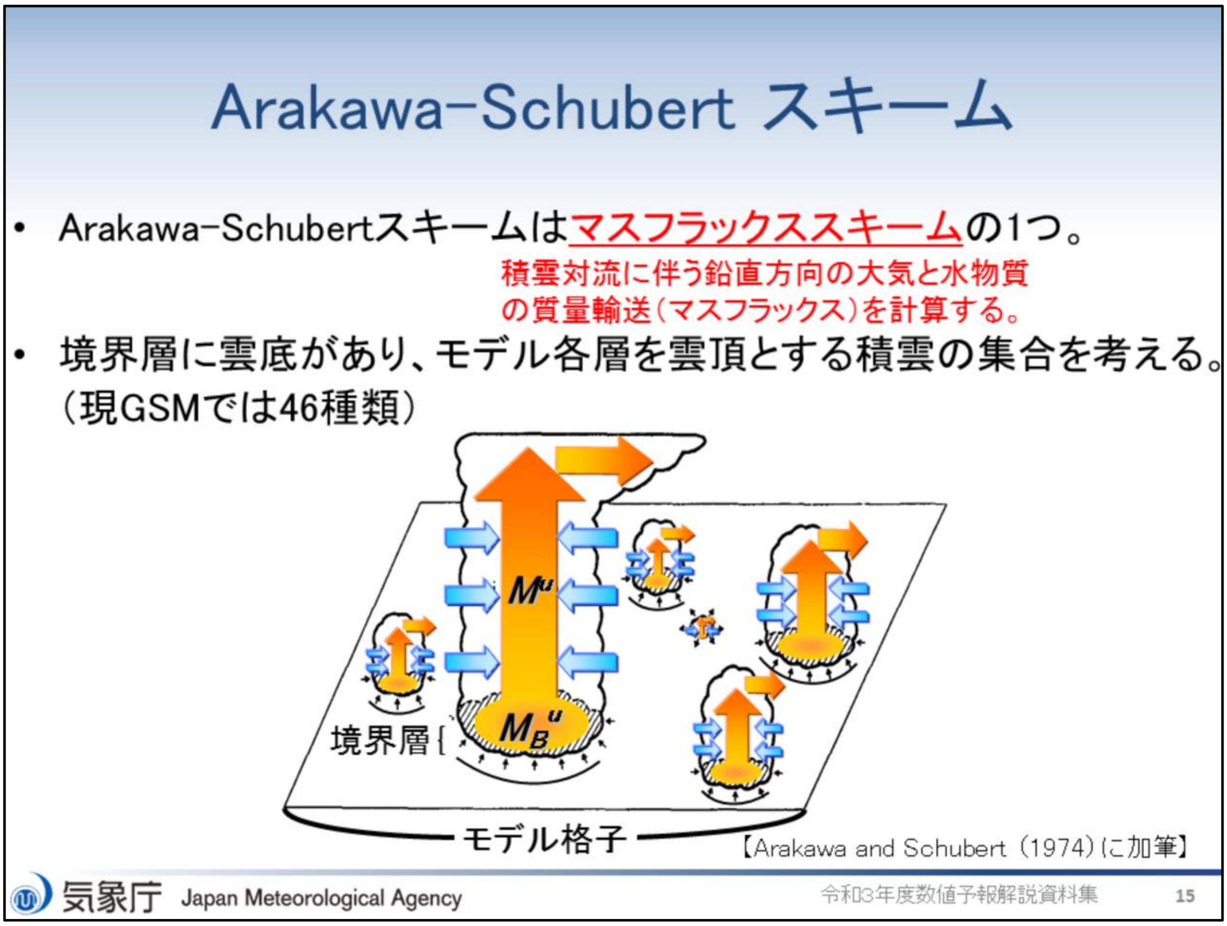
物理過程は大気の流れに関するもの以外の効果や、離散化により取り扱われなくなった、物理量の格子平均からのズレにより生じる効果を考慮する部分である。例えば、数個の格子に渡る広がりを持つほどに発達した積乱雲や水平方向に広がった層雲が発生することもあり得るが、現在の数値予報モデルで設定される格子間隔よりも小さい雲の方が多い。したがって、格子平均の物理量により直接雲の存在をすべて表すことはできない。しかし、雲は大気において放射量に影響を及ぼす重要な要素であり、また雲はその中で降水粒子が生成、落下することにより地上に降水をもたらすものであるため、天気予報の精度にとっては非常に重要である。そのため、格子平均の物理量により直接表現することができない効果を何らかの形で表現する必要がある。

ひとつの格子の中の一部で生じている現象を取り扱うことから、こうした現象のスケールを「サブグリッドスケール」と言い、サブグリッドスケールの現象の効果を近似的に評価することを「パラメタリゼーション」と言う。このとき、サブグリッドスケールの現象を、格子スケールの物理量から計算する必要がある。この計算では、サブグリッドスケールの現象は格子スケールの現象によりコントロールされており、そのフィードバックが計算できることを前提としている。

物理過程が予報精度に与える影響は非常に大きく、物理過程の高度化や精緻化が数値予報モデルの重要課題である。格子平均で現象を表すことができない物理過程は観測から得られる現実の大気のメカニズムの特徴を模した計算を行う。しかし、各物理過程で用いる大気のメカニズムには未解明の部分が依然多く、数値予報実験や過去の運用時の経験則のみから決められたパラメータや仮定が入っている場合もあり、科学的な知見に照らした改良が必要である。こうした改良に向けて、観測とモデルの予測との比較に関する国際プロジェクトなどによる調査研究も盛んに行われている。



代表的な物理過程として、GSMで採用されている積雲対流パラメタリゼーションのArakawa-Schubertスキームを紹介する。現在の現業数値予報モデルは、積雲を直接表現するだけの十分な分解能を持たない。直接表現できないからといって積雲を何らかの形で表現しなければ、積雲対流に伴う熱・水・運動量の輸送やそれに伴う雲や雨の多様性が十分に表現できなくなる。その結果、数値予報モデルの予測は雲ひとつない晴れか、もしくは非現実的な降水か、のどちらかの極端な予測になってしまう。したがって、積雲対流パラメタリゼーションにより、熱、水蒸気、運動量の鉛直方向の再分配を行う仕組みを導入している。



GSMで採用されているArakawa-Schubertスキームはマスフラックススキームと呼ばれる積雲対流スキームの1つである。マスフラックススキームでは積雲のふるまいやそれによる大気への影響を表現するために、積雲対流に伴う鉛直方向の大気と水物質の質量輸送(マスフラックス)を計算することによって、その質量とともに鉛直流で輸送される運動量、熱、水蒸気の輸送量を見積もる。

積雲の中の大気は、積雲周辺の乾いた冷たい空気を取り込み(これを「エントレインメント」と呼ぶ)、積雲内部の湿った暖かい空気の一部を放出しながら(これを「デトレインメント」と呼ぶ)上昇していく。Arakawa-Schubertスキームではモデル各格子あたりにいろいろな高さの積雲(複数の上昇流、代表的なひとつの下降流、さらに補償下降流)があると考え、積雲の高さの違いはエントレインメントの起き方の違いに対応している。また、ある高さの積雲が発生するかどうかやその活動の強さは、雲底と雲頂の間の大気の安定度に関連する量である「雲仕事関数」など様々な条件によって決まる。GSMで採用されているArakawa-Schubertスキームでは、エントレインメントは中間の高度でも起きる一方、デトレインメントは雲頂と雲底でのみで起きるとしている。

参考文献

- 岩村公太, 2008: 高解像度全球モデルの改良. 平成20年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 1-6.
- 本田有機, 坂本雅己, 藤田匡, 室井ちあし, 2018: 数値予報モデル. 平成30年度数値予報研修テキスト, 気象庁予報部, 90-105.
- 宮本健吾, 2005: 適合ガウス格子. 数値予報課報告・別冊51号, 気象庁予報部, 39-42.
- Arakawa, A, 2004: The cumulus parameterization problem: Past, present, and future. J. Climate, 2493-2525.
- Arakawa, A., and Schubert, W. H., 1974: Interaction of a Cumulus Cloud Ensemble with the Large-Scale Environment, Part I. Journal of Atmospheric Sciences, 31(3), 674-701.
- Arakawa, A. and V. R. Lamb, 1977: computational design of the basic dynamical processes of the UCLA general circulation model. Methods in Computational Physics, Academic Press, 17, 173-265.