

固着—滑り実験下での岩石内応力場の 有限要素解析*

阿南 恒明**・小菅 正裕***

Stress Field Analysis in the Rock Specimen During Stick-Slip Experiment by Finite Element Method*
Tsuneaki Anami** and Masahiro Kosuga***

Stick-slip is regarded as a realistic model of shallow earthquakes. Recent experimental studies of stick-slip have revealed that small scale heterogeneities on a simulated fault play an important role in rupture process. We investigated stress distribution on a rock specimen in a stick-slip experiment. We employed the finite element method to estimate the disturbance in the stress field due to rectangular holes on the sliding surface, and compared the calculated stress field with the observed stress. By this, we found out that in a rock specimen during the sticking stage of stick-slip, the pattern of stress distribution along the fault obtained by the finite element method is nearly the same as the observed stress.

Thus, the finite element method was found to be effective in the detailed analysis of stick-slip.

§ 1. はじめに

地震は地下での断層運動によって発生する。特に浅発地震の断層運動は、第一近似的には、有限な面積を持った滑らかな断層面上を破壊が一樣に進行するものとして表される。しかし、近年の詳細な解析によって、断層面上の破壊は、空間的にも時間的にも必ずしも一樣ではないことが明らかになってきた。すなわち、詳細にみると、破壊(変位、あるいは、くい違い)の進行は一定速度とは限らず、その大きさも断層面上の場所によって異なる場合がある。

この様な断層運動の代表的なモデルの一つに固着—滑り(stick-slip)がある。固着—滑りが実際の地震断層の運動により近いものであるということは岩石破壊実験などにより以前から予想されていたことである(例えば、Brace and Byerlee (1966))。しかし、固着—滑りの起こり方は一樣ではなく、その周りの環境条件—岩石を構成する物質の不均質性、クラックや水の分布、温度、封圧など—や偶然的な要因にもよっている。この

様な固着—滑りの性質は、これまでは、種々の条件を比較的容易に制御できる室内実験によって調べられてきた。

本論文では、室内実験の代わりに有限要素法を用いた数値計算を行い、室内実験による結果との比較を試みる。

§ 2. 有限要素法

有限要素法の有用性は、汎用性にある。差分法などの他の数値解法に比べると有限要素法では実際の物体の形状や境界条件を容易に再現できる。ここで取扱う岩石試料の形状は、差分法では十分に近似できないので解析法は有限要素法を用いることとする。

有限要素法は解析対象物を有限個の個体に分割し、その集合体に対して成立する方程式を解く方法である。言い換えると、物理的に厳密な支配方程式(今回は①仮想仕事の原理、②節点変位—ひずみ関係、③応力—ひずみ関係)を有限要素という概念により、近似的な方程式(連立一次方程式)に置き換えて数学的には厳密に解く方法である。具体的に、①、②、③はそれぞれ

* Received Oct. 23, 1989; Revised Dec. 22, 1989.

** 宮古測候所, Miyako Weather Station

*** 弘前大学理学部附属地震火山観測所, Earthquake and Volcano Observatory, Faculty of Science, Hirosaki University

$$\{\delta_e^*\}^T \{F_e\} = V \{\varepsilon^*\}^T \{\sigma\} \quad (1)$$

$$\{\varepsilon\} = [B] \{\delta_e\} \quad (2)$$

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (3)$$

但し

$\{\delta_e^*\}$: 分割した要素節点の仮想変位ベクトル

$\{F_e\}$: 節点に働く力のベクトル

$\{\varepsilon^*\}$: $\{\delta_e^*\}$ に対応するひずみ

$\{\sigma\}$: 応力

$\{\delta_e\}$: 節点変位ベクトル

$[B]$: 変位-ひずみマトリックス

$[D]$: 応力-ひずみマトリックス

V : 体積

である。この三式により δ_e と F_e の関係式 (剛性方程式)

$$\{F_e\} = [K_e] \{\delta_e\} \quad (4)$$

$$\text{ただし } [K_e] = V [B]^T [D] [B] \quad (5)$$

が求まる。ここで $[K_e]$ は剛性マトリックスと呼ばれ要素の形状と弾性定数によって決まる行列である。これを全要素について加えあわせて、系全体の剛性方程式

$$\{F\} = [K] \{\delta\} \quad (6)$$

をつくり、この連立方程式を解くことで全体の節点変位 $\{\delta\}$ が求められる。節点変位 $\{\delta\}$ より各要素の応力、歪は(2)および(3)式を用いて求められる。

§ 3. 形状と要素分割

今回、数値実験の対象とした実験は加藤・他 (1987) によって行われたものである。この実験は Fig.1 のように $30\text{cm} \times 30\text{cm} \times 10\text{cm}$ の花崗岩を対角線に切断した試料 (この切断面を以後断層と呼ぶことにする) でおこなわれた。加藤・他 (1987) は、この断層面上に長さ L 、幅 W の長方形のノッチ (HOLE) を入れることで試料内応力場に極端な不均質性を与え、これが滑りの開始・停止にどのような影響を与えているか考察した。実験においては、試料表面の数カ所に接着した歪ゲージにより歪及び応力が測定され、断層面上の平均法線応力 $\bar{\sigma}_n = 2.5, 5.0, 7.5$ MPa における応力の空間分布が得られている。

有限要素法における分割は任意であるが分割要素内において応力、歪は一定であるという仮定があるため、応力や歪が急激に変化する所では分割を細かくする必要がある。実験結果ではノッチ付近で応力の集中がみられたのでノッチ付近は分割を細かくして、又ノッチは幅 $W = 1\text{cm}$ 、間隔 $d = 6\text{cm}$ であるが長さ L は 3cm と 7cm の場合の二通りについて実験が行われているので、それぞれの場合につ

いて要素分割のしかたを Fig. 2 のように変えてある。要素数と節点数は $L = 3\text{cm}$ の場合は 224 要素、127 節点、 $L = 7\text{cm}$ の場合は 214 要素、124 節点である。弾性定数は実験に用いられた東山花崗岩についての実測値、ヤング率 5.6×10^4 MPa、ポアソン比 0.17 を用いた。

§ 4. 境界条件と荷重条件

本研究の対象とした岩石試料の応力場は実際には三次元である。しかし、荷重条件が二軸圧縮で解析対象となる垂直面が自由表面であるので平面応力状態と考えてよい。従って本研究では二次元問題として扱う。

実際の実験では Fig. 1 のように荷重として σ_x, σ_y を加えているが有限要素法では変位の拘束点が必要なので、

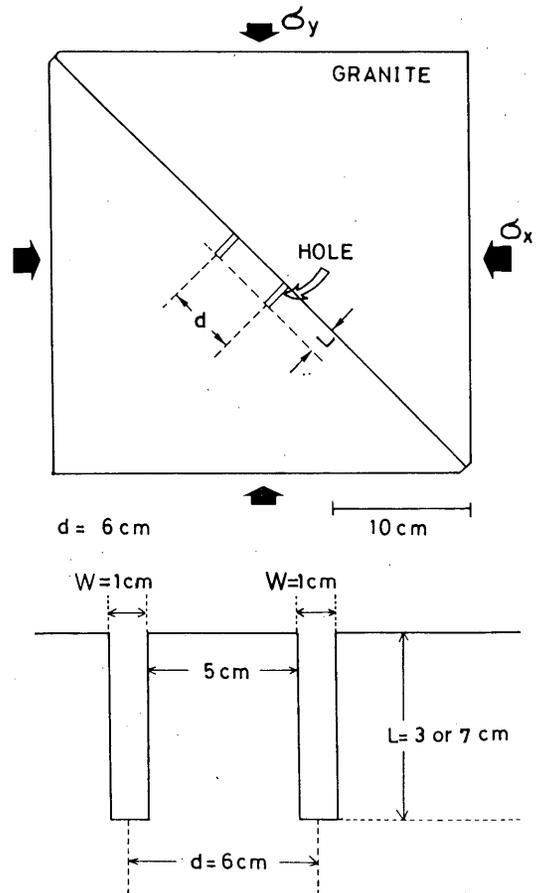


Fig. 1 Configuration of the rock specimen used for stick-slip experiment by Kato et al (1987). The specimen has two rectangular holes on the sliding surface. The bottom figure is the close-up of the holes.

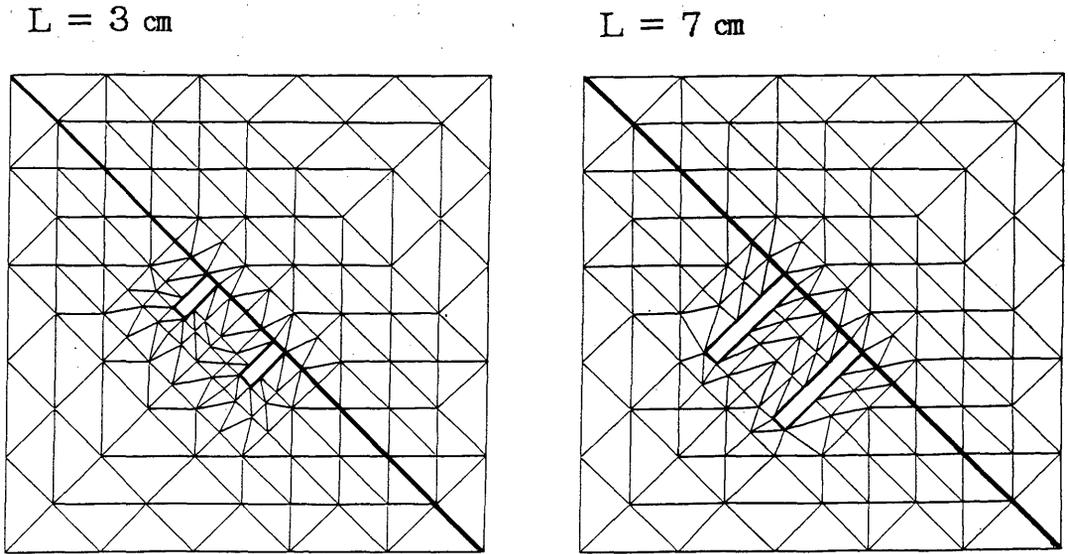


Fig. 2 Finite element grids used to calculate stress distribution in the rock specimens. They have rectangular holes with a length of 3 cm(left) and 7 cm (right).

Fig.3に示す通りAおよびB面ではそれぞれx, y軸方向への変位を0に拘束し, CおよびD面に一様な圧縮応力 σ_x, σ_y を加えることとした。

固着一滑り実験を有限要素法で扱う場合, 固着状態においては断層の両側の岩石は静止摩擦力によってつりあっているため, 断層の存在を無視して解析してよいであろう。そこで固着状態では断層面を持たない試料として取り扱う。

滑り状態における扱いは, 固着状態に比べるとかなり複雑になる。第一に断層が滑っている時に, どのような物理法則が支配しているかは, その詳細までわかっている訳ではない。第二に我々のプログラムはこの様な運動中の状態を解析するには適していない。以上の二点より, 試料の外側の境界では変位を0に拘束し, 断層面で分けられている二つの岩石ブロックの断層面の一部 (Fig. 3のS1, S2, S3) をそれぞれ反対向きに強制変位を与えて試料内の応力場を計算した。

断層面での変位の食い違いは, 有限の時間をかけて起こる。しかしここでは, 滑りは瞬間的に完了したとし, 静的な場について計算した。また与えた変位量は $100\mu\text{m}$, すなわち食い違い変位量として $200\mu\text{m}$ を与えた。実験における変位量は, $1\sim 10\mu\text{m}$ のオーダーであるが, 計算上の精度を落とさないようにそれよりも大きな変位量を与えてある。断層を動かした場所は, ノッチの長さがそ

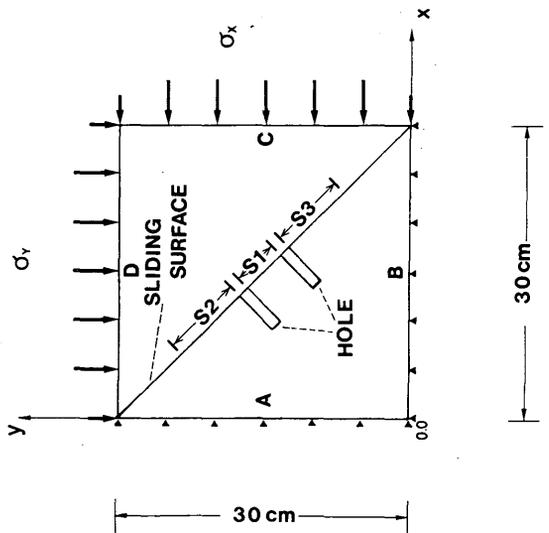


Fig. 3 Configuration of the rock specimen, load conditions and boundary conditions used in the finite element analysis of stick-slip. Uniform compressional stress is applied to sides C and D, while displacements on sides A and B are constrained to be zero in the direction perpendicular to the sides.

れぞれ $L = 3\text{ cm}$, $L = 7\text{ cm}$ の場合も断層上の三か所 (Fig.3のS1, S2, S3) で行った.

§ 5. 計算結果

5.1 固着状態

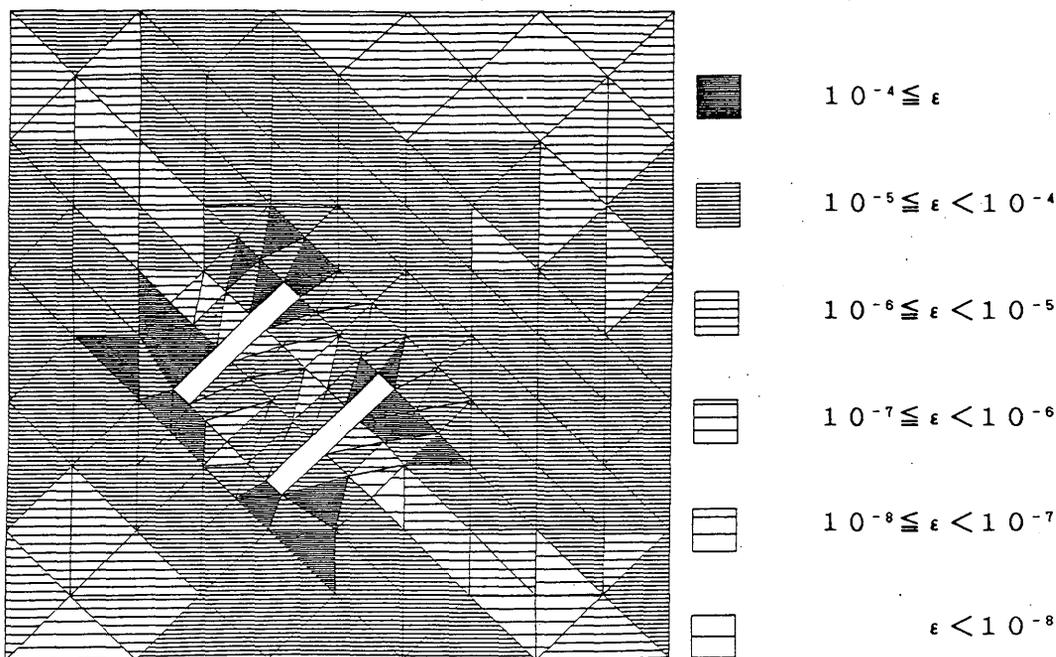
ノッチの長さ $L = 3\text{ cm}$ 及び $L = 7\text{ cm}$ のそれぞれの場合について, σ_x, σ_y を何通りかに変化させて計算した. その結果, ノッチの長さ $L = 3\text{ cm}$ と $L = 7\text{ cm}$ とを比較すると不均質の効果はノッチの長さ $L = 3\text{ cm}$ よりも $L = 7\text{ cm}$ の方が深部まで及んでいたが, 全体的な分布の傾向には同じであった. 一例としてノッチの長さ $L = 7\text{ cm}$, $\sigma_x = \sigma_y = 1\text{ MPa}$ の場合の最大剪断歪値を Fig.4に示す. 分布としては断層に対してほぼ対称となるはずであるが, 最大剪断歪値が小さいため計算上の誤差が含まれていると思われる. 分布の特徴としてはノッチの頭部と底部で最大剪断歪値が大きくなっているがノッチにはさまれた領域ではそれよりもやや小さくなっている. 歪エネルギー

の分布についてもほぼ同様な結果を得たが, 最大剪断歪値の分布よりもノッチの頭部, 底部とその他の場所との値のばらつきが大きいなどの特徴がみられた.

5.2 滑り状態

ノッチの長さ $L = 3\text{ cm}$ 及び $L = 7\text{ cm}$ のそれぞれの場合について, 動かす断層の位置 (Fig.3のS1, S2, S3) を変えて計算した. その結果, ノッチの長さ $L = 3\text{ cm}$ と $L = 7\text{ cm}$ とを比較すると固着状態と同様, 不均質の効果はノッチの長さ $L = 7\text{ cm}$ の方が大きかったが, 全体的な傾向には有意の差はみられなかった. 一例として, ノッチの長さ $L = 3\text{ cm}$ で断層の中央 (Fig.3のS1) を $100\text{ }\mu\text{m}$ 変位させた場合の最大剪断歪の分布を Fig.5に示す. ここで注意しなければならないことは, 実際の滑りは歪を解放しながら伝播していくのに対し, 本研究では §4 の様な仮定をおこなっているため, 滑りの進行方向に歪が拡大する結果となった. しかし, この図の符号

MAX. SHEAR STRAIN



$\sigma_x = \sigma_y = 1\text{ MPa}$ $L = 7\text{ cm}$

Fig.4 Distribution of calculated maximum shear strain in the free surface of the rock specimen in the sticking stage which has two rectangular holes with a length of 7 cm.

MAX. SHEAR STRAIN

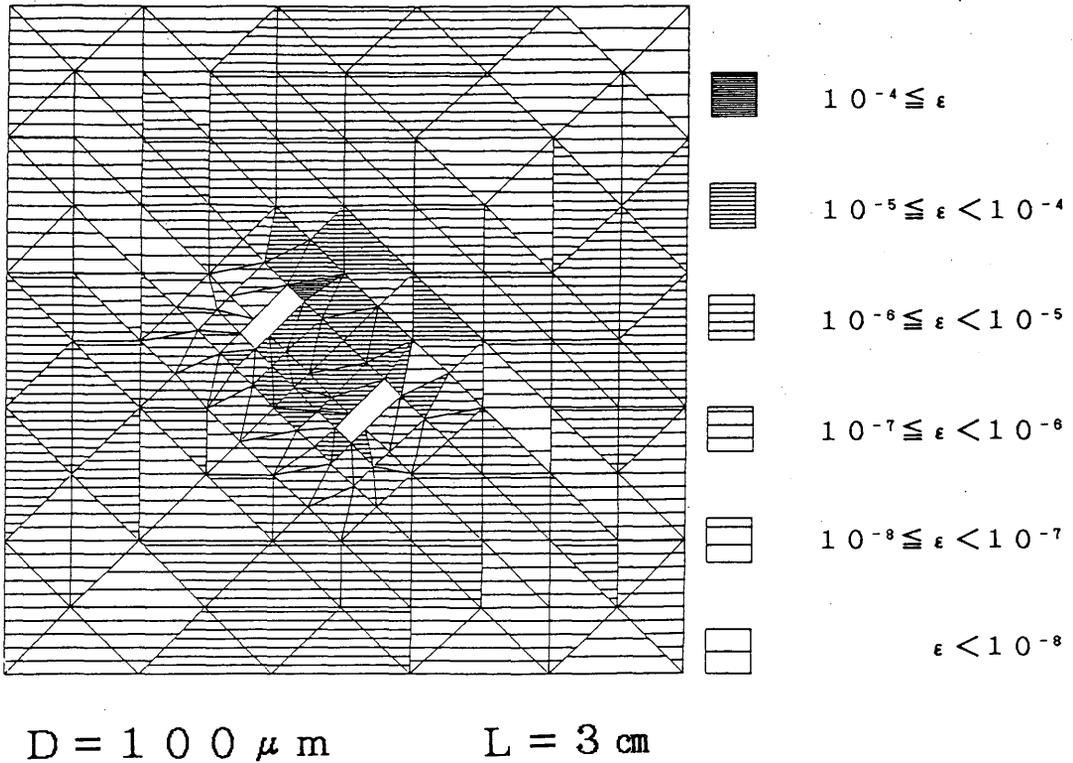


Fig. 5 Distribution of calculated maximum shear strain in the free surface of the rock specimen in the slipping stage which has two rectangular holes with a length of 3 cm. Displacement $D=100\mu m$ is given on the fault segment between the holes.

を反転させて考えこれを歪の解放量とみなせばよいであろう。ノッチの近傍において、応力、歪の集中が見られたが、ノッチを境に応力、歪の分布傾向が変化することより、歪域の拡大に対してノッチがバリアー的な効果を果たしていることが示唆される。

§ 6. 実験結果との比較

6.1 固着状態における実験との比較

加藤・他(1987)の実験では断層面の剪断応力値が測定されているので、これについて計算結果と比較対照する。しかし両者をそのまま比較することはできない。実際に測定された断層面の剪断応力値にはノッチによってもたらされた効果だけではなく、断層面の粗さや摩擦力の分布が不均質であることや断層面の形状のうねりなど

による効果も含まれていると考えられるが、これらの効果を有限要素法を用いた計算に考慮することは困難である。そこで実験結果からノッチによる効果だけを抽出し、それを計算結果と比較する必要がある。実験ではノッチを入れる前の断層面上の応力値が測定されているので、その値を平均化し、ノッチを入れた時の断層面上の応力値から、その平均化した値を差し引いた。その結果がFig.6である。これは滑りを起こす直前の剪断応力値なので固着状態の計算結果と比較できる。断層面上の平均法線応力 $\bar{\sigma}_n$ が2.5 MPaになるように σ_x, σ_y を調節した時の計算結果をFig.6と同様に示したのがFig.7である。実験結果(Fig.6)と比較すると、有限要素法を用いた数値計算の方が全体的に値が小さく、またノッチの長さの違いによる値のばらつきも大きい。ノッチの左側に

極小値、右側に極大値というようにピークの位置関係が一致している。この類似性から、数値計算における近似、及び仮定がほぼ正しかった事を示唆していると思われる。

6.2 滑り状態における実験との比較

加藤・他(1987)の実験の主たる目的はノッチによる応力場の不均質性が滑りに与える影響の評価であった。ノッチによる応力場の不均質性については6.1で実験結果と計算結果とを比較し、固着状態での応力状態がほぼ再現されていることが分かった。

5.2で示した通りノッチが歪域の拡大に対してバリアー的な効果を果たしていることが解った。これはノッチを境にして滑りが停止あるいは減速することが多い、という実験結果を支持する。しかし実験結果を見ると歪エネルギーが極大になった点から滑りが開始するわけではない。従ってより詳細な議論のためには断層を動的に動かし、滑り伝播の時間分布を明らかにする必要があるが、それは今後の課題である。

§7. 考察

加藤・他(1987)の実験では断層面に沿う変位の測定も行われており、それから滑りの開始と伝播の状態が解っているので計算結果と比較して考察する。

滑りは、剪断応力が静止摩擦力を超えることによって開始すると考えた場合、滑りの開始条件は

$$\tau \geq \sigma_0 + \mu \sigma_n \quad (7)$$

と表される(Coulombの式)。ここで τ 、 σ_0 、 σ_n はそれぞれ、断層面に働く剪断応力、固着応力、法線応力、 μ は静止摩擦係数である。この場合、 τ/σ_n が滑りやすさの目安となる。この分布を表しているのがFig.8である。また歪エネルギーの分布についての計算結果も調べてみたが、傾向はほとんど同じであった。分布のパターンとしてはFig.6と同様に、ノッチの近傍に2つのピークをもっている。この2つのピークが滑り開始点の外側での局所的な応力増加を表している。Ohnaka et al.(1985)は彼らの実験結果からクラックがその長さを

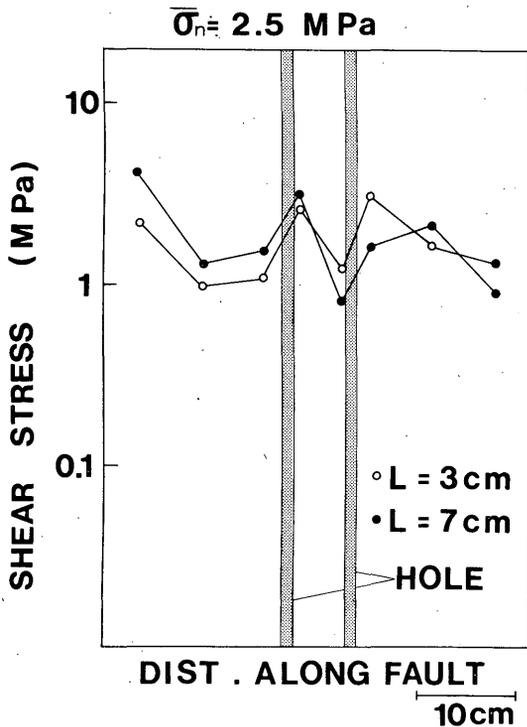


Fig. 6 Effect of the rectangular holes on observed shear stress distribution along the fault under an average normal stress $\bar{\sigma}_n \doteq 2.5$ MPa. Shaded areas show the location of the rectangular holes.

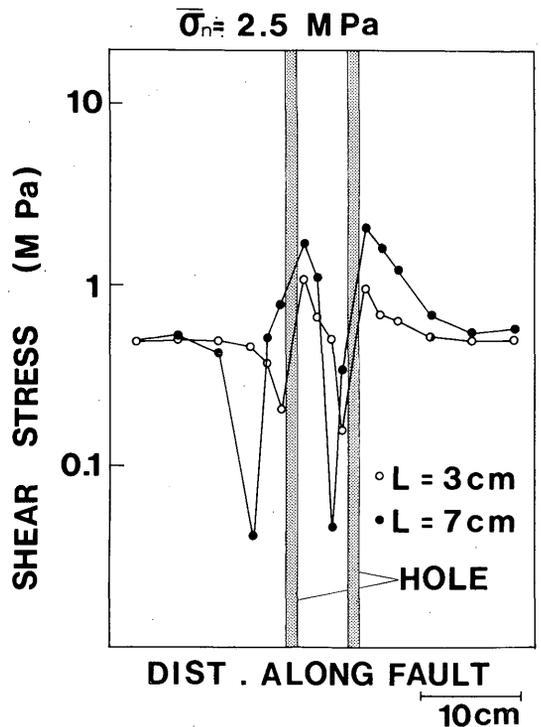


Fig. 7 Effect of the rectangular holes on calculated shear stress distribution along the fault under an average normal stress $\bar{\sigma}_n \doteq 2.5$ MPa. Shaded areas show the location of the rectangular holes.

越えると滑りが急激に成長する「臨界クラック長」が、存在することを指摘した。Fig. 8の2つのピークが臨界クラック長の先端だとすると滑りは2つのピークの間で起こったことになる。これはノッチの外側で滑り始めることが多いという加藤・他(1987)の報告とはくいちがう。これは滑りの開始が(3)式だけで記述できるものではなく、多数の条件を含んだ式〔例えばRuina(1983)〕で表されるべきものであることを示唆している。

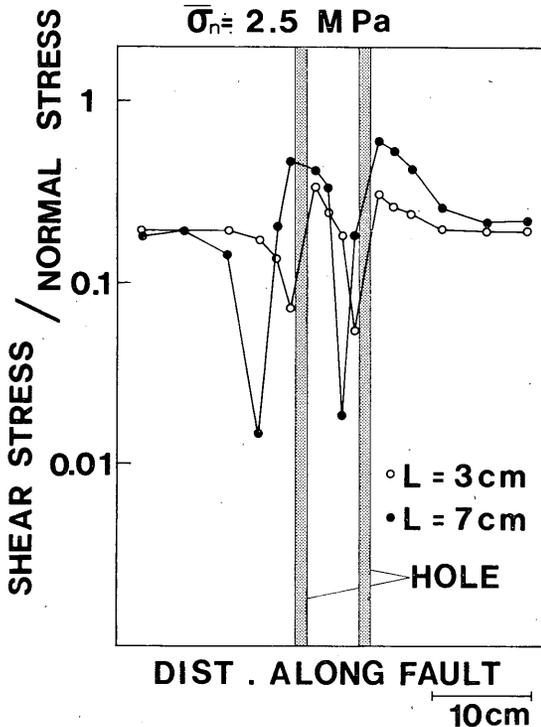


Fig. 8 Effect of the rectangular holes on calculated static friction factor distribution along the fault under an average normal stress $\bar{\sigma}_n = 2.5$ MPa. Shaded areas show the location of the rectangular holes.

以上の解析結果から、固着状態における試料内の応力場は近似的に断層面を持たない試料として扱っても再現できること、又、滑り状態における応力場の再現には多くの問題があった、ということが分かった。今後より詳細な議論のためには断層運動を支配している物理法則のさらなる解明が必要である。

謝 辞

本研究を進めるにあたり、東北大学理学部・平澤朋郎教授、山本清彦助教授、加藤尚之氏からは貴重な実験データをいただきました。また、弘前大学理学部・佐藤裕教授、田中和夫教授、佐藤魂夫助教授には貴重な御意見、御指導をいただきました。これらの方々から感謝致します。

参考文献

- 加藤尚之、虜振業、山本清彦、平沢朋朗(1987): 応力の極端な不均一性が不安定滑りに及ぼす影響, 地震学会講演予稿集, No. 2, 29.
- Brace, W.F. and J.D. Byerlee (1966): Stick-slip as a Mechanism for Earthquakes, *Science*, 153, 990-992.
- Ohnaka, M., Y. Kuwahara, K. Yamamoto and T. Hirasawa (1985): Dynamic Breakdown Process and the Generating Mechanism for High-frequency Elastic Radiation during Stick-slip Instabilities, *Geophys. Mono.*, 37, 13-24.
- Ruina, A. (1983): Slip instability and state variable friction laws, *J. Geophys. Res.*, 88, 10359-10370.