# 海洋底を伝播する表面波について

### 市 川 政 治\*

§ 1. 海洋底を伝播する表面波については Browmich<sup>(1)</sup>, Stoneley<sup>(2)</sup>, Sezawa<sup>(3)</sup> らにより論ぜられている。一方大陸,太平洋,大西洋等を通過して来た表面波の分散は大分異るということが Gutenberg 及び Richterにより発見された。この分散の相違は地殼構造の相違特に中間層の厚さの相違によるものであるとされている。

最近 Ewing, Press 及び Tolstoy<sup>(4)</sup> らにより海洋底を通過する Rayleigh Wave 型の表面波についての計算がなされた。かれらはこの波を Airy-phase と名ずけ, 脈動と結びつけている。さらに Linehan<sup>(5)</sup> により発見された T phase を J. Coulomb<sup>(6)</sup> は大西洋下の沈澱物層 と 地殼上層との System を伝播する Love Wave であるとしている。

著者は液層、中間層、下層の三層よりなる System を伝播する Rayleigh Wave 型の表面波の特性方程式を求め、二つの場合について分散曲線を求めた。

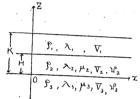


Fig. 1

<sup>\*</sup> 中央気象台地震課

$$\widehat{zx_3} = \mu_3 \{ 2i\alpha \gamma_3 \Phi_3 e^{\gamma_3 z} + (\alpha^2 + \xi_3^2) \Psi_3 e^{\xi_3 z} \} e^{i(vt + \alpha x)}$$

こ」で  $\Phi_{ij}$ ,  $\Psi_{ij}$  は常数,

$$p=rac{2\pi}{T}$$
 ,  $lpha=rac{2\pi}{L}$  ( $T$ : 週期, $L$ : 波長)  $h_1{}^2=rac{
ho_1}{\lambda_1}\,p^2$  ,  $h_2{}^2=rac{
ho_2}{\lambda_2+2\mu_2}p^2$  ,  $h_3{}^2=rac{
ho_3}{\lambda_3+2\mu_3}p^2$   $k_2{}^2=rac{
ho_2}{\mu_2}\,p^2$  ,  $k_3{}^2=rac{
ho_3}{\mu_3}\,p^2$   $h_1{}^2=lpha^2+\gamma_1{}^2$  ,  $h_2{}^2=lpha^2+\gamma_2{}^2$  ,  $h_3{}^2=lpha^2-\gamma_3{}^2$   $k_2{}^2=lpha^2+arepsilon_2{}^2$  ,  $k_3{}^2=lpha^2-arepsilon_3{}^2$ 

Rayleigh Wave 型の表面波に対する境界条件は

$$z = K : \widehat{zz} = 0$$

$$z = H : \widehat{zz_1} = \widehat{zz_2}, \widehat{zx_1} = \widehat{zx_2}, w_1 = w_2$$

$$z = 0 : \widehat{zz_2} = \widehat{zz_3}, \widehat{zx_2} = \widehat{zx_3}, u_2 = u_3, w_2 = \widehat{w_3}$$

$$\text{CBR2DIOS}$$

上記の境界条件(2)に各層に於ける変位及び歪力(2)を代入すると下のようになる。

- (i)  $\lambda_1 h_1^2 X_K \Phi_{11} + \lambda_1 h_1^2 Y_K \Phi_{12} = 0$
- (ii)  $-\gamma_1 Y_1' \Phi_{11} + \gamma_1 X_1' \Phi_{12} + \gamma_2 Y_2 \Phi_{21} \gamma_2 X_2 \Phi_{22} + i\alpha X_2' \Psi_{21} + i\alpha Y_2' \Psi_{22} = 0$
- (iii)  $\lambda_1 h_1^2 X_1' \Phi_{11} + \lambda_1 h_1^2 Y_1' \Phi_{12} (\lambda_2 h_2^2 + 2\mu_2 \gamma_2^2) X_2 \Phi_{21}$  $- (\lambda_2^2 h_2^2 + 2\mu_2 \gamma_2) Y_2 \Phi_{22} + 2i\alpha \mu_2 \mathcal{E}_1 Y_2 \Psi_{21} - 2i\alpha \mu_2 \mathcal{E}_2 X_2 \Psi_{22} = 0$

(iv) 
$$-2i\alpha\mu_2\gamma_2Y_2\Phi_{21} + 2i\alpha\mu_2\gamma_2X_2\Phi_{22} + \mu_2(\alpha^2 - \xi_2^2)X_2\Psi_{21} + \mu_2(\alpha^2 - \xi_2^2)Y_2\Psi_{22} = 0$$

- (v)  $i\alpha\Phi_{21} + \varepsilon_2\Psi_{22} i\alpha\Phi_3 \varepsilon_3\Psi_3 = 0$
- (vi)  $\gamma_2 \Phi_{22} i\alpha \Psi_{21} \gamma_3 \Phi_3 + i\alpha \Psi_3 = 0$

(vii) 
$$-(\lambda_2 h_2^2 + 2\mu_2 \gamma_2^2) \Phi_{21} - 2i\alpha \mu_2 \varepsilon_2 \Psi_{22} - (2\mu_3 \gamma_3^2 - \lambda_3 h_3^2) \Phi_3 + 2i\alpha \mu_3 \varepsilon_3 \Psi_3 = 0$$
 (3)

(viii) 
$$2i\alpha\mu_{3}\gamma_{2}\Phi_{22} + \mu_{2}(\alpha^{2} - \varepsilon_{2}^{2})\Psi_{21} - 2i\alpha\mu_{3}\gamma_{3}\Phi_{3} - \mu_{3}(\varepsilon_{3}^{2} + \alpha^{2})\Psi_{3} = 0$$

こ」で

$$f_i = \frac{\gamma_i}{\alpha} \quad (i=1,2,3), \quad g_i = \frac{\mathcal{E}_i}{\alpha} \quad (i=2,3)$$

$$X_K = \cos \gamma_1 K, \qquad Y_K = \sin \gamma_1 K$$

$$X_1' = \cos \gamma_1 H, \qquad Y_1' = \sin \gamma_1 H$$

$$X_2 = \cos \gamma_2 H, \qquad Y_2 = \sin \gamma_2 H$$

$$X_2' = \cos \mathcal{E}_2 H, \qquad Y_2' = \sin \mathcal{E}_2 H$$

上の (i) $\sim$ (viii) の式中  $\Phi_{ii}$ ,  $\Psi_{ii}$  のすべてが 0 となることなく, 定まるためには次の行列式 $\Delta$ 

#### がりとなれば良い。すなわち

$$\Lambda =$$

次に 
$$m=\frac{\mu_3}{\mu_2}$$
,  $n=\frac{\mu_2}{\lambda_1}$ 

$$a_1 = rac{1}{2} \left(rac{h_1}{lpha}
ight)^2, \quad a_2 = rac{\lambda_2 h_2^2 + 2\mu_2 \gamma_2^2}{2\mu_2 lpha^2}, \quad a_3 = rac{\lambda_3 h_3^2 - 2\mu_3 \gamma_3^2}{2\mu_3 lpha^2},$$
  $b_2 = rac{lpha^2 - {\mathcal E}_2^2}{2lpha^2}, \quad b_3 = rac{{\mathcal E}_3^2 + lpha^2}{lpha^2}$ 

と置き上式を展開すると,

$$n(a_2-b_2)f_1f_2g_2[(m-1)(b_2-m)f_3g_3+(1+ma_3)(b_2-mb_3)]X_1\\+nf_1f_2g_2[-\{(a_2+m)(m-b_2)+a_2b_2(b_2-mb_3)(a_2-ma_3)\}f_3g_3\\-\{(b_2-mb_3)(a_2-ma_3)+a_2b_2(1-mb_3)(1+ma_3)\}]X_1X_2X_2'\\+mnf_1f_2[a_2b_2(b_2-1)(a_3+1)g_3-(a_2+1)(b_3-1)g_2^2f_3]X_1X_2Y_2'\\-f_2^2g_2a_1(1-b_2)[(1-mb_3)(1+ma_3)-(m-1)^2f_3g_3]Y_1Y_2X_2'\\-mf_2^2g_3a_1(b_2-1)^2(a_3+1)Y_1Y_2Y_2'\\+mnf_1g_2[a_2b_2(a_2+1)(b_3-1)f_3^2-(b_2-1)(a_3+1)f_2^2g_3]X_1Y_2X_2'\\+nf_1[\{-a_2b_2(a_2+m)(m-b_2)+f_2^2g_2^2(m-1)^2\}f_3g_3-a_2b_2(a_2-ma_3)(b_2-mb_3)$$

$$+ma_1(b_2-1)(a_2+1)(b_3-1)f_2g_2f_3Y_1X_2X_2'$$

 $-(1-mb_3)(1+ma_3)f_2{}^2g_2{}^2]X_1Y_2Y_2{}^\prime$ 

$$+a_1(1-b_2)f_2[(a_2+m)(m-b_2)f_3g_2+(b_2-mb_3)(a_2-ma_3)]Y_1X_2Y_2'=0$$
(5)

特に  $\lambda_i = \mu_i (i=2,3)$  のときは

上の(6)式がこの表面波の分散曲線をあたえる特性方程式であるが、これを他の場合の特性方程式と比較してみよう。

先ず K-H=0 卽ち液層を無くすると、上式中  $X_1=1$ ,  $Y_1=0$  となり、変形、整頓することにより Sezawa の表面波の特性方程式 $^{(7)}$ 

$$\frac{4r's'}{f^{2}} \left(2 - \frac{k'^{2}}{f^{2}}\right) \eta - \frac{r's'}{f^{2}} \left\{4\vartheta + \left(2 - \frac{k'^{2}}{f^{2}}\right)^{2} \zeta\right\} \operatorname{ch} r'H \cdot \cos s'H 
+ \frac{r'}{f} \varphi \left\{\frac{4rs^{2}}{f^{3}} + \frac{s}{f} \left(2 - \frac{k'^{2}}{f^{2}}\right)\right\} \operatorname{ch} r'H \cdot \sin s'H + \frac{s'}{f} \varphi \left\{-\frac{4sr^{2}}{f^{3}} + \frac{r}{f} \left(2 - \frac{k'^{2}}{f^{2}}\right)\right\} 
\operatorname{sh} r'H \cdot \cos s'H + \left\{-\frac{4r'^{2}s'^{2}}{f^{4}} \zeta + \left(2 - \frac{k'^{2}}{f^{2}}\right)\vartheta\right\} \operatorname{sh} r'H \cdot \sin s'H = 0$$
(7)

こ」で.

$$\begin{split} & \varphi = \frac{\mu'}{\mu} \frac{k^2 k'^2}{f^4} \;, \quad \zeta = \frac{4rs}{f^2} \left( \frac{\mu'}{\mu} - 1 \right)^2 - \alpha^2 , \quad \eta = \frac{2rs}{f^2} \left( \frac{\mu'}{\mu} - 1 \right) \beta - \alpha \gamma \\ & \vartheta = \frac{rs}{f^2} \; \beta^2 - \gamma^2 , \quad \alpha = \frac{2\mu'}{\mu} - \left( 2 - \frac{k^2}{f^2} \right) , \quad \beta = \frac{\mu'}{\mu} \left( 2 - \frac{k'^2}{f^2} \right) - 2 \\ & \gamma = \frac{\mu'}{\mu} \left( 2 - \frac{k'^2}{f^2} \right) - \left( 2 - \frac{k^2}{f^2} \right) , \quad p = \frac{2\pi}{T} \;, \quad f = \frac{2\pi}{L} \quad T \colon \; \mathbb{U} \oplus \mathbb{H} \;, \quad L \colon \; \mathbb{U} \oplus \mathbb{H} \;. \end{split}$$

とおなじになる。

次に中間層の厚さを無くするすなわち H=0 とすると

Airy phase の特性方程式

$$\operatorname{tg} \gamma_{1} K = \frac{\rho_{2}}{\rho_{1}} \frac{\mathfrak{B}_{3}^{4}}{V^{4}} \frac{\sqrt{\left(\frac{V}{V_{1}}\right)^{2} - 1}}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_{3}}\right)^{2}}} \left\{ 4\sqrt{1 - \left(\frac{V}{\mathfrak{B}_{3}}\right)^{2}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_{3}}\right)^{2}} - \left(2 - \left(\frac{V}{\mathfrak{B}_{3}}\right)^{2}\right)^{2} \right\}$$
 (8)

になる。

また 
$$V_3 > \mathfrak{V}_3 > V_2 > \mathfrak{V}_2 > V_1 > V$$
  
 $V_3 > \mathfrak{V}_3 > V_2 > V_1 > \mathfrak{V}_2 > V$   
 $V_3 > \mathfrak{V}_3 > V_1 > V_2 > \mathfrak{V}_2 > V$ 

の時すなわち各層でのそれぞれの実体波の速度中の最低のものよりもこの表面波の速度の方がおそいような時は、式中の  $X_i$ ,  $Y_i$  は総て双曲線函数となる。この時  $kH\to\infty$  いいかえれば、上の二層の夫々の厚さに比して波長が極く短い時は(6)式は

$$[a_1(1+a_2)f_2+nf_1(a_2^2-f_2g_2)] \cdot [f_2g_2(1+ma_3)^2+(a_2+ma_3)^2+(a_2+m)^2f_3g_3$$

$$-(m-1)^2 f_2 g_2 f_3 g_3 + m(1+a_2)(1+a_3)(f_2 g_3 + g_2 f_3) = 0$$

即ち 
$$[a_1(1+a_2)f_2+nf_1(a_2^2-f_2g_2)]=0$$
 (9)

又は  $[f_2g_2(1+ma_3)^2-(a_2-ma_3)^2+(a_2+m)^2f_3g_3$ 

$$-(m-1)^{2}f_{2}g_{2}f_{3}g_{3}+m(1+a_{2})(1+a_{3})(f_{2}g_{3}+g_{2}f_{3})=0$$
(10)

の二式に分解される。

(9) 式は液層と中間層の境界を伝播する境界波の特性方程式であり、(10) 式は中間層と下層との境界面を伝播する境界波(Stoneley Wave) の特性方程式で Sezawa の求めた Stoneley Wave の特性方程式<sup>(3)</sup>

$$\begin{split} &-\frac{rs}{f^2} \left\{ \frac{\mu'}{\mu} \left( 2 - \frac{k'^2}{f^2} \right) - 2 \right\}^2 - \left\{ \frac{\mu'}{\mu} \left( 2 - \frac{k'^2}{f^2} \right) - \left( 2 - \frac{k^2}{f^2} \right) \right\}^2 - \frac{4rsr's'}{f^4} \left( \frac{\mu'}{\mu} - 1 \right)^2 \\ &+ \frac{r's'}{f^2} \left\{ 2 \frac{\mu'}{\mu} - \left( 2 - \frac{k^2}{f^2} \right) \right\}^2 + \frac{1}{4} \frac{\mu'}{\mu} \frac{k^2k'^2}{f^4} \left( \frac{rs'}{f^2} + \frac{r's}{f^2} \right) = 0 \end{split}$$

と書き直すことができる。この式は中間層と下層の密度及び彈性常数の間にある関係が存在すると きのみ満足される。また  $V_3>\mathfrak{V}_3>V_2>\mathfrak{V}_2>V \ge V_1$  のときは,  $kH\to\infty$  に対して(6)式は x=1  $(V=V_1)$  の時満足され,Airy phase と同様水中音速度で伝播することになる。

以上の結果よりこの表面波は上の二層の厚さに比して波長が極く短い時は、各層の実体波の速度 分布により

- (i) 水中音速度で伝播する。
- (ii) 液層と中間層の間の境界波の速度で伝播する。
- (iii) 中間層と下層の間の境界波の速度で伝播する。

の三つに別れる。

今回は(i),(ii)の様を速度で伝播する速度分布狀態について分散曲線を求めた。

§ 3.

(i)  $V_1=1.5 \text{km/s}$ ,  $V_2=4.3 \text{km/s}$ ,  $V_3=6.1 \text{km/s}$ ,  $\mathfrak{B}_2=2.5 \text{km/s}$ ,  $\mathfrak{B}_3=3.5 \text{km/s}$ 

$$\left( 
ho_1 = rac{1}{3} 
ho_2 = rac{1}{3} 
ho_3, \ 16 \lambda_1 = 2 \mu_2 = \mu_3, \ \mu_2 = \lambda_2, \ \mu_3 = \lambda_3 
ight)$$

(ii)  $V_1=1.5 \text{km/s}$ ,  $V_2=1.6 \text{km/s}$ ,  $V_3=5.2 \text{km/s}$ ,  $\mathfrak{B}_2=0.9 \text{km/s}$ ,  $\mathfrak{B}_3=3.0 \text{km/s}$ 

$$\left(\rho_1 = \frac{1}{2 \cdot 5} \rho_2 = \frac{1}{2 \cdot 5} \rho_3, \ 10 \lambda_1 = 10 \mu_2 = \mu_3, \ \mu_2 = \lambda_2, \ \mu_3 = \lambda_3\right)$$

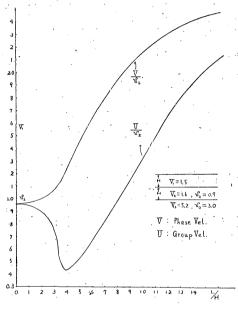
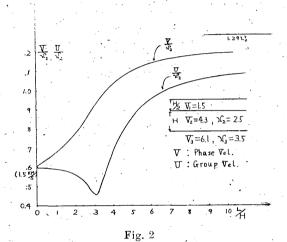


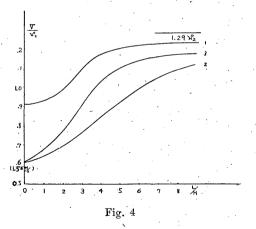
Fig. 3

の二例について分散曲線を求めた。(i) の場合は分2図に示すように水中音速で始まり、

皮長が層の厚さに比して大となると下層の

Rayleigh Wave の速度に近ずく。又(ii) の
場合は分3図に示すように、液層と中間層と
の境界を伝播する境界波の速度で始まり、下





層の Rayleigh Wave の速度に近ずく。次に比較のため Sezawa の表面波<sup>(1)</sup> ( $\rho_2 = \rho_3$ ,  $\mu_3 = 2\mu_2$ ), Airy phase<sup>(2)</sup>( $\rho_2 = 2.5\rho_1$ ,  $\mu_2 = 10\gamma_1$ ), 今回の表面波<sup>(3)</sup> ( $\rho_2 = \rho_1$ ,  $3\rho_1 = \rho_2$ ,  $8\lambda_1 = \mu_2$ ,  $2\mu_2 = \mu_3$ ) の分散曲線を一緒にして才 4図に示す。

これら三本の分散曲線は層の厚さに比して波長が極く長くなると、下層の Rayleigh Wave の速度に近ずくが、層の厚さに比して波長が極く短くなると、Airy phase と今回の表面波は水中音速

度で始まる。(今回の表面波は中間層の横波の速度が水中音速度より小である時は、Stoneley Wave の速度(水中音速度より小さい)ではじまる。) 一方 Sezawa 表面波は上層の Rayleigh Wave の速度で始まる。その途中では今回の表面波や Airy phase は、液層や中間層の影響を受けるため、Sezawa の表面波よりおそく、Sezawa 表面波、今回の表面波、Airy phase の順である。

### 結 論

上に求めた特性方程式(6)は三層の場合の Rayleigh Wave 型の表面波の特性方程式の特別な場合のそれである。当然のことではあるが、液層の厚さを零にすると、二層の場合の特性方程式に上の二つの層を無くすると、一般の Rayleigh Wave の特性方程式に、中間層を無くすると Airy phase のそれになる。

またこの表面波の速度が各層中の最もおそい横波の速度よりおそい時は特性方程式中の三角函数がすべて双曲線函数となるため, $kH\to\infty$  の時はこの特性方程式は液層と中間層の境界を伝播する境界波の特性方程式と,中間層と下層を伝播する Stoneley Wave の特性方程式との積となり,各層の速度分布狀態いかんにより両者の中いずれかが有効な特性方程式になる。

また分散曲線より分るように、波長が層の厚さに比して充分長い時は、液層や中間層の影響は小であるが、波長が層の厚さの数倍以下の所では、液層や中間層の存在の影響が出てき、特に波長が層の厚さに比して極く短い時は中間層の影響が非常にきき、中間層の横波の速度が水波音速度より小の場合は Stoneley Wave の速度で始まり、中間層の横波の速度が水波音速度より大である場合は水中音速度で始まる。

以上より海洋底を通過した Rayleigh Wave の分散曲線の長波長の部分から、地殻下層部の狀態は伺い知ることができるが、その上の中間層についてうんねんすることは適当ではないと思う。また大きな浅い地震の記象に現われるという T phase は中間層の横波の速度が水波音波速度より小であるとき生する Stoneley Wave のようなものではないだろうか。

最後に種々御指導下された井上地震課長及び酒井驗震係長に深く感謝致します。

#### 窓 考 文 献

- (1) T. J. l'A. Browmich: Proc. Math. Soc., London, 30, 1898 pp 98-120
- (2) R. Stoneley: "The Effect of the Ocean on Rayleigh Waves." M.N.R.A.S., Geophys. Suppl., 1, 1926 pp 349-356
- (3) K. Sezawa: "On Transmission of Seismic Waves on the Bottom Surface of an Ocean." Bull, Earthq. Res. Inst. 9, 1931 pp 115-143.
- (4) F. Press, M. Ewing and I. Tolstoy: "The Airy phase of shallow focus submarine earth-quake" Technical Reports on Seismology, Columbia University.
- (5) D. Linehan; "Earthquakes in the West India region" Trans. Amer. Geophys. Union, 1940 pp 229-232.

- (6) J. Coulomb et P. Molard: "Ondes seismique au fond de la mer des Antilles" Annales de Geophysique 5, 1949 pp 212-214
- (7) K. Sezawa Bull. Earthq. Res. Inst. 12, 1938
- (8) K. Sezawa and K. Kanai: "The Formation of Boundary Waves at the Surface of Discontinuity within the Earth's Crust." Bull. Earthq. Res. Inst. 16, 1938
  - K. Sezawa and K. Kanai: "The Range of Possible Existence of Stoneley Waves and Some Related Problems", Bull. Earthq. Res. Inst., 27, 1939

## On the Propagation of Surface Waves through the Ocean Bottom

M. Ichikawa (Seismological Section, Cent. Met. Obs.)

In this paper, the author derives the characteristic equation of Rayleigh waves through the system consisting of the ocean and double rigid layers, and numerically calculates for the next two cases,

 $V_1 = 1.5 \text{ km/s}, V_2 = 4.3 \text{ km/s}, \mathfrak{B}_2 = 2.5 \text{ km/s}, V_3 = 6.1 \text{ km/s}, \mathfrak{B}_3 = 3.5 \text{ km/s}$ and  $V_1 = 1.5 \text{ km/s}, V_2 = 1.6 \text{ km/s}, \mathfrak{B}_2 = 0.9 \text{ km/s}, V_3 = 5.2 \text{ km/s}, \mathfrak{B}_3 = 3.0 \text{ km/s}$ 

From this characteristic equation, the following results are obtained. As the wave-length becomes very long in the comparison to the thickness of two upper layers, the phase velocity approaches to the velocity of Rayleigh waves in the lower layer. But for the short wave-length, it approaches to the different values according to the distribution of velocity in each layer. They are the sound velocity in the water, the velocity of boundary wave between the liquid and intermediate layer and the velocity of boundary wave between the intermediate and lower layers (Stoneley wave). The above two numerical calculations correspond to the first two cases.