

地表物質の水平不均質が表面振動に及ぼす影響

本 間 正 作*

1. 緒 言

私は先に地表に種々の凹凸がある場合に、此處で反射する實體波や、之に沿ふて傳播する表面波が如何なる影響を受け夫等の波による地表振動が如何に變形されるものであるかを理論的に調べた⁽¹⁾。今回は更に一步進めて地表附近の物質の弾性が水平的に不均質な場合を取扱つて見よう⁽²⁾。又前回に於て説明の不十分であつた點を補つて置く。

扱て物性が水平方向に變化して居ると云つても、夫をそのまま取扱つたのでは到底解を導けない事は明らかであるから、次の様に假定する。地殻は大體に於て均質であるが地表の極く近くの薄い(地震波の波長に較べて)層内では水平方向に弾性の變化がある。然しどんなに變化して居る箇所でも内部の様な弾性との差は極く僅かである。今この不均質が無い時自由表面で應力 0 と云ふ境界條件を満す波を第一波とすると、實際には不均質があるから完全に應力が 0 とならずに多少残る。この残留應力に依つて様な弾性体内に起される擾亂波が不均質性の影響を與へ、この擾亂波による自由表面の變位が地表の振動の變形を與へる事になる。而して不均質は微量であり不均質の層は薄いから、この他の影響は盡く高次の微小量として無視出来るのである。

地形の場合には主に二次元的問題⁽³⁾を取扱つたが、茲では三次元的にした。之は地形の場合に較べて解析が簡單だから三次元に擴張して取扱つても割合面倒でないし、地塊と云ふ様なものと連關した物理的興味も三次元的に考へなければしつくりしないからである。

2. 解 式

地表附近の弾性體のラーメの常數を $\lambda + \bar{\lambda}$, $\mu + \bar{\mu}$ とし λ, μ は一定で地下深所のものと同一であるが、 $\bar{\lambda}, \bar{\mu}$ は前者に比して十分小さい値で水平座標 x, y の函數とする。鉛直座標 z は下方を正に採る。一次波にて依る表面應力は前節に依り、

$$X_z = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0, \quad Y_z = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) = 0, \quad Z_z = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}$$

故に不均質があると残留應力は

* 中央氣象臺

(1) 驗震時報, 第 11 卷, 第 4 號; 及び本誌

(2) 鉛直方向に不均質な場合(特に水平な層がある場合も含む)に既に數多く論ぜられたものである。

(3) 例へば或る形の山脈が一方向に無限に續いて居る様な問題。三次元と云へば孤立した山のある様な場合を指す。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\lambda}(x, y) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int \int \int \int \bar{\lambda}(\xi, \eta) \cdot \cos[p(x-\xi)] \cdot \cos[q(y-\eta)] dp dq d\xi d\eta, \\ \bar{\mu}(x, y) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int \int \int \int \bar{\mu}(\xi, \eta) \cdot \cos[p(x-\xi)] \cdot \cos[q(y-\eta)] dp dq d\xi d\eta, \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

に應ずるフーリエの二重積分で一般化すればよろしい。

一次波が地表で反射する P 波と SV 波の一組とすれば、その變位ポテンシャルは⁽¹⁾

$$\left. \begin{aligned} \phi &= (Ae^{ikz \cos e} + Ce^{-ikz \cos e}) \cdot e^{ikX \sin e + iat}, \\ \psi &= (Be^{i\sqrt{\rho} kz \cos f} + De^{-i\sqrt{\rho} kz \cos f}) \cdot e^{ikX \sin e + iat}, \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

但し

$$\sin e = \sqrt{\rho} \sin f, \quad \cos e = -i\sqrt{\rho \sin^2 f - 1}, \dots (9)$$

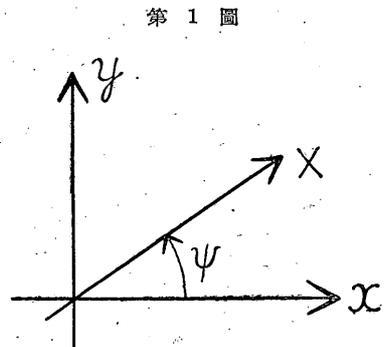
$$\rho = \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} \dots (10)$$

又 $\frac{2\pi}{k}$, $\frac{2\pi}{\rho\sqrt{k}}$ は振動数 a なる P 波及び S 波の波長, X は地表に於ける波の進行方向で x 軸となす角を ψ とすると (第 1 圖)

$$X = x \cos \psi + y \sin \psi \dots (11)$$

である。A, B, C, D 間には擾亂を無視した境界条件から定まる関係があり、

$$\left. \begin{aligned} C &= -\frac{(\rho \cos^2 2f - \sin 2e \cdot \sin 2f)A - \rho \sin 4f \cdot B}{\rho \cos^2 2f + \sin 2e \cdot \sin 2f}, \\ D &= -\frac{2 \sin 2e \cdot \cos 2f \cdot A + (\rho \cos^2 2f - \sin 2e \cdot \sin 2f)B}{\rho \cos^2 2f + \sin 2e \cdot \sin 2f} \end{aligned} \right\} (12)$$



第 1 圖

變位成分は、水平を U 上下を w とすれば

$$\left. \begin{aligned} U &= i\sqrt{\rho}k \{ (Ae^{ikz \cos e} + Ce^{-ikz \cos e}) \cdot \sin f + (Be^{i\sqrt{\rho} kz \cos f} - De^{-i\sqrt{\rho} kz \cos f}) \cos f \} e^{ikX \sin e + iat}, \\ w &= ik \{ (Ae^{ikz \cos e} - Ce^{-ikz \cos e}) \cos e - (Be^{i\sqrt{\rho} kz \cos f} + De^{-i\sqrt{\rho} kz \cos f}) \sin e \} e^{ikX \sin e + iat} \quad // \end{aligned} \right\} (13)$$

(6) に應ずる表面應力を (1) か計算すると、

$$\frac{1}{\mu} [z_z]_{z=0} = -\frac{k^2}{2} \left(\frac{n}{\mu} - \frac{m}{\lambda} \right) P \left[e^{t(k \sin e \cos \psi + p)x - t\rho\xi} + e^{t(k \sin e \cos \psi - p)x + t\rho\xi} \right] \times [e^{t(k \sin e \sin \psi + q)y - t\eta} + e^{t(k \sin e \sin \psi - q)y + t\eta}] \cdot e^{iat}, \dots (14)$$

但し

(1) 筆者； 驗震時報，第 11 卷 第 4 號。

$$P = (A + C) \cos^2 e - \rho \cdot (B - D) \cdot \sin f \cos f \dots \dots \dots (15)$$

となる。故に (2)~(4) に依り擾亂振動は

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \phi_{+,+} + \phi_{+,-} + \phi_{-,+} + \phi_{-,-} \\ E &= E_{+,+} + E_{+,-} + E_{-,+} + E_{-,-} \\ F &= F_{+,+} + F_{+,-} + F_{-,+} + F_{-,-} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

又共通因子 $e^{i(k \sin e \cos \psi + p)x + i(k \sin e \sin \psi + q)y + iat}$ は略して

$$\left. \begin{aligned} \phi_{+,+} &= \frac{k^2}{2(2\pi)^2 \Delta_{+,+}} \left(\frac{n}{\mu} - \frac{m}{\lambda} \right) \cdot P \cdot e^{-ip\xi - iq\eta} \cdot [2(k \sin e \cos \psi + p)^2 \\ &\quad + 2(k \sin e \sin \psi + q)^2 - \rho k^2] e^{i\sigma_{+,+} z} \\ E_{+,+} &= \frac{k^2}{(2\pi)^2 \Delta_{+,+}} \left(\frac{n}{\mu} - \frac{m}{\lambda} \right) \cdot P \cdot e^{-ip\xi - iq\eta} \cdot (k \sin e \sin \psi + q) \sigma_{+,+} \cdot e^{i\chi_{+,+} z} \\ F_{+,+} &= \frac{k^2}{(2\pi)^2 \Delta_{+,+}} \left(\frac{n}{\mu} - \frac{m}{\lambda} \right) \cdot P \cdot e^{-ip\xi - iq\eta} \cdot (k \sin e \cos \psi + p) \sigma_{+,+} \cdot e^{i\chi_{+,+} z} \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{+,+} &= i \sqrt{(k \sin e \cos \psi + p)^2 + (k \sin e \sin \psi + q)^2 - k^2}, \\ \chi_{+,+} &= i \sqrt{(k \sin e \cos \psi + p)^2 + (k \sin e \sin \psi + q)^2 - \rho k^2}, \\ \Delta_{+,+} &= [2(k \sin e \cos \psi + p)^2 + 2(k \sin e \sin \psi + q)^2 - \rho k^2]^2 \\ &\quad + 4[(k \sin e \cos \psi + p)^2 + (k \sin e \sin \psi + q)^2] \sigma_{+,+} \cdot \chi_{+,+} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18)$$

又 +,+ 等は前者は p の符號後者は q の符號を表はす。従つて $\phi_{+,-}$ と云へば (17) に於て p の符號はそのまゝにし、 q の符號を變じたものを示すのである。

次に $\bar{\lambda}, \bar{\mu}$ を (7) の方法で一般化すると、例へば ϕ に就て云へば $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi dp dq$ なる演算が行はれ、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi dp dq = \int_{-\infty}^{\infty} dp \int_{-\infty}^{\infty} \{(\phi_{+,+} + \phi_{+,-}) + (\phi_{-,+} + \phi_{-,-})\} dq$$

しかるに $\phi_{+,-}$ は $\phi_{+,+}$ で q の符號を入れ代へたものであり $\phi_{-,-}$ は $\phi_{-,+}$ で q の符號を入れ代へたものであるから

$$\begin{aligned} &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} dp \int_{-\infty}^{\infty} (\phi_{+,+} + \phi_{-,+}) dq = 2 \int_{-\infty}^{\infty} dq \int_{-\infty}^{\infty} (\phi_{+,+} + \phi_{-,+}) dp \\ &= 4 \int_{-\infty}^{\infty} dq \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{+,+} dp = 4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{+,+} dp dq \end{aligned}$$

故に +,+ 等の脚符を取り去る事が出来、又 $\tau = k \sin e \cos \psi + p$, $\tau' = k \sin e \sin \psi + q$ と置いて多少變形すると、

性を失はないからさう假定して ω を吟味すると、

(1) $l^2 > p^2 + q^2$ の時;

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \sqrt{(p \cos \psi + q \sin \psi)^2 + l^2 - p^2 - q^2} - p \cos \psi - q \sin \psi, \\ \omega_2 &= \sqrt{(p \cos \psi - q \sin \psi)^2 + l^2 - p^2 - q^2} - p \cos \psi + q \sin \psi, \\ \omega_3 &= \sqrt{(p \cos \psi - q \sin \psi)^2 + l^2 - p^2 - q^2} + p \cos \psi - q \sin \psi, \\ \omega_4 &= \sqrt{(p \cos \psi + q \sin \psi)^2 + l^2 - p^2 - q^2} + p \cos \psi + q \sin \psi,\end{aligned}$$

(2) $l^2 < p^2 + q^2$ の時;

(a) $(p \cos \psi - q \sin \psi)^2 + l^2 > p^2 + q^2$,

$$\begin{aligned}\omega_{1,2} &= \begin{cases} p \cos \psi - q \sin \psi \pm \sqrt{(p \cos \psi - q \sin \psi)^2 + l^2 - p^2 - q^2} & (p \cos \psi > q \sin \psi), \\ q \sin \psi - p \cos \psi \pm \sqrt{(p \cos \psi - q \sin \psi)^2 + l^2 - p^2 - q^2} & (p \cos \psi < q \sin \psi), \end{cases} \\ \omega_{3,4} &= p \cos \psi + q \sin \psi \pm \sqrt{(p \cos \psi + q \sin \psi)^2 + l^2 - p^2 - q^2}\end{aligned}$$

(b) $(p \cos \psi + q \sin \psi)^2 + l^2 > p^2 + q^2 > (p \cos \psi - q \sin \psi)^2 + l^2$,

(a) に於て ω_1, ω_2 が起らないで ω_3, ω_4 のみが共鳴を興へる。

(c) $p^2 + q^2 > (p \cos \psi + q \sin \psi)^2 + l^2$

共鳴は全然起らない。この吟味で l と云ふのは一次波の振動数 a で決るものであるから、一次波の周期を興へて初めて ω が決るのである。一次波が P 或ひは SV 波の時は一つの ω に對しても入射角と波長の色々の組合せがあるわけであるが、一次波が L 波であると $\omega = l$ でなければならぬから特別な周期のものだけが共鳴する。又假令 P や SV 波でも入射角を興へた場合には波長が決めるから、矢張り特別な周期のものに限つて共鳴する。而して一般に大きい地塊は長周期の一次波で、小さい地塊は短周期の一次波で共鳴することも分る。

地塊内の物性配分がもつと一般的な場合の格子状地塊では $\bar{\lambda}, \bar{\mu}$ が

$$\left. \begin{aligned}\bar{\lambda} &= \sum_{i,j} m_{ij} \cos[ip(x-\xi_i)] \cdot \cos[jq(y-\eta_j)], \\ \bar{\mu} &= \sum_{i,j} m_{ij} \cos[ip(x-\xi_i)] \cdot \cos[jq(y-\eta_j)],\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

(但し i, j は自然數)

と表はされるから、地震動中に種々の周期の成分が含まれて居る時は澤山の共鳴振動が起り得る事になる⁽¹⁾。

擾亂が表面振動になる場合と實體波になる場合のある事は地形の影響の吟味の場合と同様に出来るが、(28) の様な場合には實體波として勢力逸散に與る部分も随分多く成るものである。

4. 一箇の地塊の作用

(1) 一次波が種々の周期の成分を重ね合せた衝撃型の場合の詳論は後の機會に譲る。

但し

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= i\sqrt{\zeta^2 - k^2}, \quad \chi = i\sqrt{\zeta^2 - \rho k^2}, \\ \Delta &= (2\zeta^2 - \rho k^2)^2 + 4\zeta^2 \sigma \chi, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

次に平面極座標を使い

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta, \quad \dots\dots\dots (33)$$

と置けば

$$e^{i\zeta(x \cos \varphi + y \sin \varphi)} = e^{i\zeta r \cos(\varphi - \theta)} = J_0(\zeta r) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} i^n J_n(\zeta r) \cdot \cos \{n(\varphi - \theta)\},$$

又

$$\frac{\zeta l \cos \varphi}{e^{2m}} = I_0\left(\frac{\zeta l}{2m}\right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n\left(\frac{\zeta l}{2m}\right) \cdot \cos(n\varphi),$$

但し J_n, I_n は夫々次のベッセル函数及び變形ベッセル函数で、

$$I_n(x) = i^{-n} J_n(x).$$

之等より容易に

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} e^{i\zeta(x \cos \varphi + y \sin \varphi) + \frac{\zeta l \cos \varphi}{2m}} \cdot \cos \varphi \, d\varphi \\ &= 2\pi \left\{ I_0\left(\frac{\zeta l}{2m}\right) \cdot J_0(\zeta r) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} i^n I_n\left(\frac{\zeta l}{2m}\right) \cdot J_n(\zeta r) \cos(n\theta) \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} e^{i\zeta(x \cos \varphi + y \sin \varphi) + \frac{\zeta l \cos \varphi}{2m}} \sin \varphi \, d\varphi \\ &= \frac{4\pi}{\left(\frac{\zeta l}{2m}\right)} \sum_{n=1}^{\infty} n i^n I_n\left(\frac{\zeta l}{2m}\right) \cdot J_n(\zeta r) \sin(n\theta), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} e^{i\zeta(x \cos \varphi + y \sin \varphi) + \frac{\zeta l \cos \varphi}{2m}} \, d\varphi \\ &= 2\pi \left\{ I_0\left(\frac{\zeta l}{2m}\right) \cdot J_0(\zeta r) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} i^n I_n\left(\frac{\zeta l}{2m}\right) \cdot J_n(\zeta r) \cos(n\theta) \right\}, \end{aligned}$$

或ひは

$$R = \sqrt{r^2 - \frac{l^2}{4m^2} - i \frac{rl}{m} \cos \theta} \quad \dots\dots\dots (34)$$

と置くと、ノイマンの加法定理に依り、

$$I_0\left(\frac{\zeta l}{2m}\right) J_0(\zeta r) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} i^n I_n\left(\frac{\zeta l}{2m}\right) \cdot J_n(\zeta r) \cos(n\theta) = J_0(\zeta R)$$

又

$$I_0' \cdot J_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} i^n I_n' \cdot J_n \cos(n\theta) = \frac{2m}{\zeta} \cdot \frac{\partial}{\partial l} J_0(rR) = \frac{ir \cos \theta + \frac{l}{2m}}{R} J_1(\zeta R),$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n i^n I_n \cdot J_n \sin(n\theta) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} J_0(\zeta R) = \frac{i \frac{\zeta l}{2m} r \sin \theta}{2R} J_1(\zeta R),$$

となり、之等を (31) に代入すると

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= \frac{\varepsilon k^2 Q e^{-\frac{l^2}{4m} + iat} \left(r \cos \theta - i \frac{l}{2m} \right)}{mR} \int_0^{\infty} \frac{\zeta^2}{\Delta} (2\zeta^2 + 2\sigma\chi - \rho k^2) e^{-\frac{\zeta^2}{4m}} J_1(\zeta R) d\zeta, \\ v_0 &= \frac{\varepsilon k^2 Q e^{-\frac{l^2}{4m} + iat} \cdot r \sin \theta}{mR} \int_0^{\infty} \frac{\zeta^2}{\Delta} (2\zeta^2 + 2\sigma\chi - \rho k^2) e^{-\frac{\zeta^2}{4m}} J_1(\zeta R) d\zeta, \\ w_0 &= \frac{i \varepsilon \rho k^4 Q e^{-\frac{l^2}{4m} + iat}}{m} \int_0^{\infty} \frac{\zeta \sigma}{\Delta} e^{-\frac{\zeta^2}{4m}} J_0(\zeta R) d\zeta, \end{aligned} \right\} \dots (35)$$

或ひはハンケルの函数を使へば、

$$J_n(x) = \frac{1}{2} \{H_n^{(1)}(x) + H_n^{(2)}(x)\},$$

$$H_0^{(1)}(-x) = -H_0^{(2)}(x), \quad H_1^{(1)} = H_0^{(2)}(x)$$

であるから、

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= \frac{\varepsilon k^2 Q \left(r \cos \theta - i \frac{l}{2m} \right) e^{-\frac{l^2}{4m} + iat}}{2mR} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\zeta^2}{\Delta} (2\zeta^2 + 2\sigma\chi - \rho k^2) e^{-\frac{\zeta^2}{4m}} H_1^{(2)}(\zeta R) d\zeta, \\ v_0 &= \frac{\varepsilon k^2 Q r \sin \theta \cdot e^{-\frac{l^2}{4m} + iat}}{2mR} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\zeta^2}{\Delta} (2\zeta^2 + 2\sigma\chi - \rho k^2) e^{-\frac{\zeta^2}{4m}} H_1^{(2)}(\zeta R) d\zeta, \\ w_0 &= \frac{i \varepsilon \rho k^4 Q e^{-\frac{l^2}{4m} + iat}}{2m} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\zeta \sigma}{\Delta} e^{-\frac{\zeta^2}{4m}} H_0^{(2)}(\zeta R) d\zeta, \end{aligned} \right\} \dots (36)$$

となる。(35), (36) は一次波がレーレー波 (22) の場合であるが、一次波が實體波 (8) の場合には Q の代りに P , l の代りに $k \sin e$ と置くだけである。實體波が鉛直下方から来た時は (12) 及び (15) より $P=0$ となるから擾亂は起らない。然し実際には此處で假定した様な簡単な機構で擾亂が発生するとも限らないから、鉛直下方から入射した實體波に依つても擾亂は起り得るかも知れないが、さう云ふ場合でも振動様式は性質的には同じと考へられるから、(35) や (36) と同じ式で、唯 $P \neq 0$ (適當な常數) と表はして差支へないであらう。そして $e=0$ 故 $k \sin e=0$; 又 $R=r$ となるから、(共通因子 e^{iat} を略して)

$$\begin{aligned} u_0 &= \frac{\varepsilon k^2 P \cos \theta}{m} \int_0^{\infty} \frac{\zeta^2}{\Delta} (2\zeta^2 + 2\sigma\chi - \rho k^2) \cdot e^{-\frac{\zeta^2}{4m}} J_1(\zeta r) d\zeta, \\ v_0 &= \frac{\varepsilon k^2 P \sin \theta}{m} \int_0^{\infty} \frac{\zeta^2}{\Delta} (2\zeta^2 + 2\sigma\chi - \rho k^2) \cdot e^{-\frac{\zeta^2}{4m}} J_1(\zeta r) d\zeta, \\ w_0 &= \frac{i \varepsilon \rho k^4 P}{m} \int_0^{\infty} \frac{\zeta \sigma}{\Delta} e^{-\frac{\zeta^2}{4m}} J_0(\zeta r) d\zeta, \end{aligned}$$

或ひは動徑 r の方向の變位を ϑ とすれば、(之に垂直な變位は 0 となり)

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_0 &= u_0 \cos \theta + v_0 \sin \theta = \frac{\varepsilon k^2 P}{m} \int_0^\infty \frac{\zeta^2}{\Delta} (2\zeta^2 + 2\sigma\chi - \rho k^2) \cdot e^{-\frac{\zeta^2}{4m}} J_1(\zeta r) d\zeta, \\ w_0 &= \frac{i\varepsilon \rho k^4 P}{m} \int_0^\infty \frac{\zeta \sigma}{\Delta} e^{-\frac{\zeta^2}{4m}} J_0(\zeta r) d\zeta, \end{aligned} \right\} \dots\dots (37)$$

又は

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_0 &= \frac{\varepsilon k^2 P}{2m} \int_{-\infty}^\infty \frac{\zeta^2}{\Delta} (2\zeta^2 + 2\sigma\chi - \rho k^2) \cdot e^{-\frac{\zeta^2}{4m}} H_1^{(2)}(\zeta r) d\zeta, \\ w_0 &= \frac{i\varepsilon \rho k^4 P}{2m} \int_{-\infty}^\infty \frac{\zeta \sigma}{\Delta} e^{-\frac{\zeta^2}{4m}} H_0^{(2)}(\zeta r) d\zeta, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (38)$$

となる。

扱て、之等の積分で比較的興味深いのは (i) 擾亂の最も劇しい $r=0$ 附近に於ける値。即ち地塊の擾動。(ii) 遠方迄比較的減衰せず傳はるレ-レ-波の積分即ち地塊が與へる影響であらう。後者に於ては r を十分大と置くから (35), (36) の $\frac{k \sin e}{m}$ や $\frac{l}{m}$ 等は r に比し無視出來て結局 (37), (38) と同じ形になる。地塊の近所では (35), (36) の様な一般の場合は方位に依り振動が違つて複雑であるが、(37), (38) の様な場合には主として上下動許り發達し、特に $r=0$ では $J_1(\zeta r)=0$ により純粹の上下動になる。次に各々につき簡単な吟味を行ふ。

(i) 地塊の擾亂振動

(35) で $Q=P$, $l=k \sin e$, 又 $r=0$ と置くと, $R = \frac{k \sin e}{2m}$, $J_0(\eta R) = I_0\left(\zeta \frac{k \sin e}{2m}\right)$,
 $J_1(\zeta R) = iI_1\left(\zeta \frac{k \sin e}{2m}\right)$ で $v_0=0$ となり,

$$\begin{aligned} u_0 &= \frac{-i\varepsilon k^2 P e^{-\frac{k^2 \sin^2 e}{4m} + iat}}{m} \int_0^\infty \frac{\zeta^2}{\Delta} (2\zeta^2 + 2\sigma\chi - \rho k^2) e^{-\frac{\zeta^2}{4m}} I_1\left(\zeta \frac{k \sin e}{2m}\right) d\zeta, \\ w_0 &= \frac{-i\varepsilon k^2 P e^{-\frac{k^2 \sin^2 e}{4m} + iat}}{m} \int_0^\infty \frac{\rho k^2 \zeta \sigma}{\Delta} e^{-\frac{\zeta^2}{4m}} I_0\left(\zeta \frac{k \sin e}{2m}\right) d\zeta, \end{aligned}$$

となる。之を一般的に求めるには數値積分に依る外ないが、茲ではその勞は割愛し、地塊が地震波々長に比し相當大きく、従つて $\frac{m}{k^2}$ は小さいと見做し、更に入射角は小さくて、 $\frac{k^2 \sin e}{m}$ は普通のオーダーの數値になる場合だけを考へる。さうすると被積分函數の因子は $e^{-\frac{\zeta^2}{4m}}$ が ζ の増すと共に急に減少する外は $\zeta=0$ 附近で變化が割合緩慢となるから、 $e^{-\frac{\zeta^2}{4m}}$ 以外のものを ζ の冪級數に展開して初めの數項を取つて積分すれば

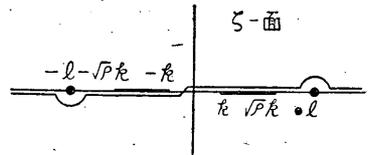
$$\begin{aligned} u_0 &= -\frac{3i\varepsilon k^3 P}{m} e^{-\frac{k^2}{4m} \sin e} \cdot \left(\frac{4m}{k^2}\right)^3 \sin e, \\ w_0 &= -\frac{i\varepsilon k^3 P}{m} e^{-\frac{k^2}{4m} \sin e} \cdot \left(\frac{4m}{k^2}\right)^2 \left\{ \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \left(\frac{4m}{k^2}\right)^2 \right\}. \end{aligned}$$

となる⁽¹⁾。之より入射角が小さくなると $\frac{u_0}{w_0}$ は e^2 の order で小さくなり、従つて實際の場合の様に實體波の入射が鉛直に近い時の地塊の中心附近の擾亂は殆ど上下動より成つて居ることが分る。

(ii) 地塊が與へる擾亂波 (レ-レ-波)

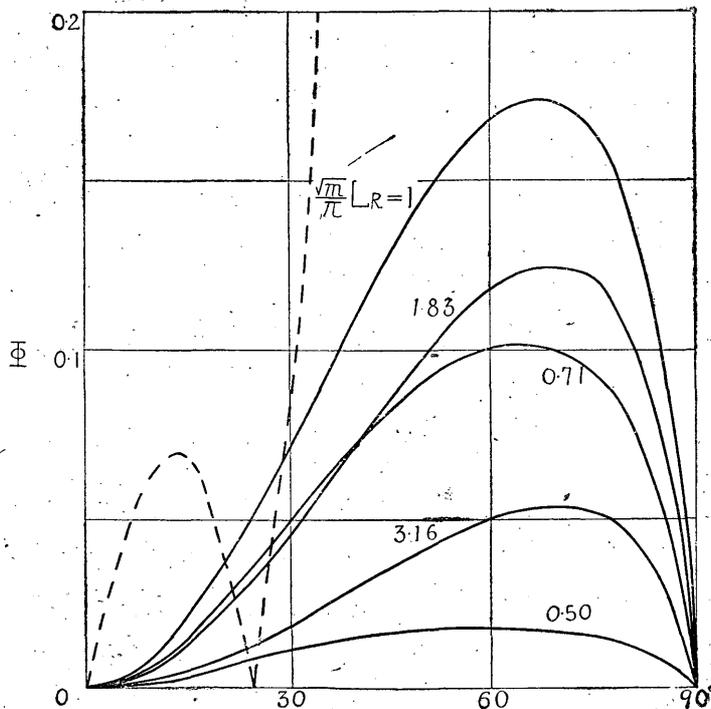
(35) や (36) で遠方即ち $r \rightarrow \infty$ に於て最も優勢に現はれる積分はよく知れて居る通り⁽²⁾、地塊を中心に四方に發散するレ-レ-波である。茲では他の部分は考へずにレ-レ-波の積分だけを取扱ふ。夫には (36) が便利で、この時積分路と ζ 面上の特異点との關係は第 2 圖に示す様になる。

第 2 圖



但し $\pm k$, $\pm p\sqrt{k}$ は二重分枝点, $\pm l$ は單極であつて, レ-レ-波は $\zeta=l$ の周圍の積分として表はされるものである。故に $r \rightarrow \infty$ では $R \rightarrow r$ となる事, 及び漸近展開

第 3 圖



(1) 之は $\frac{4m}{k^2}$ が従つて sine も 0.05 程度以下でないとき有効に使へない。

(2) 例へば H. Nakano ; Some Problems concerning the Propagations of the Disturbances in and on Semi-Infinite Elastic Solid, 中央氣象臺歐文彙報, 第 2 卷, 第 4 號, (1930).

$$H_n^{(2)}(x) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{-i(x - \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{4})}$$

を考慮して、

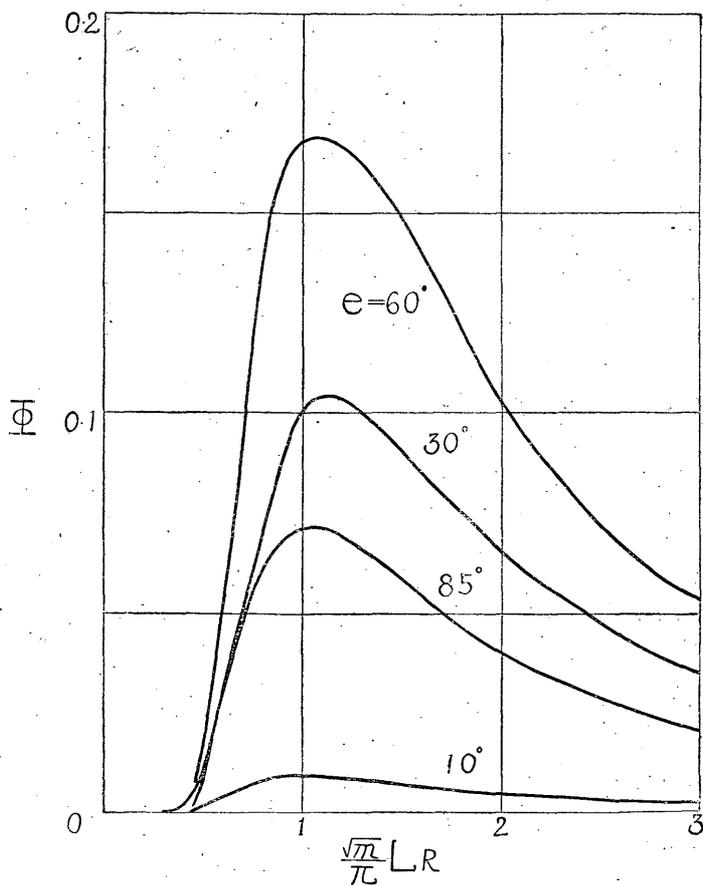
$$\vartheta_0 = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\varepsilon \rho k^4 \rho}{m} \cdot e^{-\frac{l^2 + k^2 \sin^2 e}{4m}} \cdot \frac{2l^2 - \rho k^2}{\Delta'(l)} \cdot \frac{e^{-i(lr - at + \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{lr}},$$

$$w_0 = i \sqrt{\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{\varepsilon \rho k^4 \rho}{m} \cdot e^{-\frac{l^2 + k^2 \sin^2 e}{4m}} \cdot \frac{2l\sqrt{l^2 - k^2}}{\Delta'(l)} \cdot \frac{e^{-i(lr - at + \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{lr}},$$

但し ϑ_0 は動径方向の変位であつて、遠方では方位により振動様式は變らない事になる。之が自由レレー波の總ての特性を備へて居る事は容易に驗證出来る。一次波がレレー波の時には $k^2 \sin^2 e$ の所を l^2 と直ほし、 P の代りに Q とおくだけでよい。又ポアソン比が與へられた時入射波の波長及び入射角に應じて誘發レレー波の振幅の變化する模様は入射波が P 波なら

$$k \Delta \Phi_P = \frac{k^2 P}{m} e^{-\frac{l^2 + k^2 \sin^2 e}{4m}} = \frac{k^2}{m} \{ (A + C) \cos^2 e + \rho D \sin e \cos f \} e^{-\frac{l^2}{4m} (1 + \frac{k^2}{l^2} \sin^2 e)}$$

第 4 圖



S 波なら

$$\sqrt{\rho k B} \Phi_S = \sqrt{\rho \cdot m} \{C \cos^2 e - \rho (B-D) \sin f \cdot \cos f\} \cdot e^{-\frac{l^2}{4m} (1 + \frac{l^2}{l^2} \sin^2 e)}$$

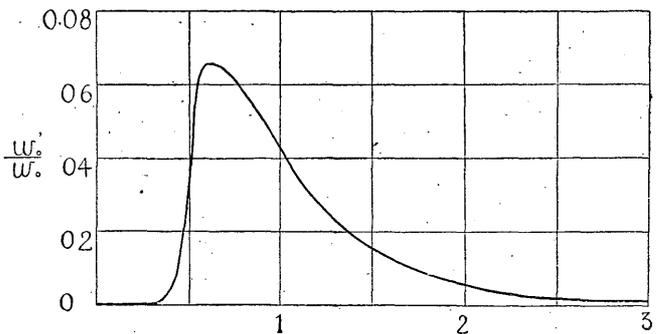
に比例する。但し kA , $\sqrt{\rho k B}$ は入射波の変位の振幅である⁽¹⁾。ポアソン比を 1/4 として種々な場合に於ける Φ を第 3 圖及び第 4 圖に掲げた。 L_R は入射波と同じ振動数のレーレー波の波長である。従つて $\frac{\sqrt{m}}{\pi} L_R$ は入射波の周期の大小を表はす。實線は Φ_P , 點線は Φ_S で $\frac{\sqrt{m}}{\pi} L_R = 1$ の場合である。入射角 e の小さい中は Φ_P に比し Φ_S が非常に大きいが, e が大きくなるとさうは限らない。P 波に就て云へば, Φ_P は $e = 60^\circ \sim 70^\circ$ の場合及び $\frac{\sqrt{m}}{\pi} L_R = 1$ 附近の場合が大きくなりレーレー波が一番發達し易いと云ふ著しい傾向がある。S 波の入射及びレーレー波の傳播の場合の詳論は省略する。

次に (i) に述べた地塊自身の振動 $w_0 = -\frac{i \varepsilon k^3 P}{2m} \cdot \left(\frac{4m}{k^2}\right)^2$ と (ii) に述べた地塊より發するレーレー波の上下動振幅 $w_0' = i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\varepsilon \rho k^4 P}{m} \cdot e^{-\frac{l^2 + l^2 \sin^2 e}{4m}} \cdot \frac{2l \sqrt{l^2 - k^2}}{\Delta'(l)}$ との比 $\frac{w_0}{w_0'}$ を入射角が小さい場合に就き計算すると,

$$\left| \frac{w_0}{w_0'} \right| = 6\sqrt{2\pi} \cdot \left(\frac{l^2}{4m}\right)^2 \cdot \left(\frac{k}{l}\right)^5 \frac{l^2 \sqrt{l^2 - k^2}}{\Delta'(l)} e^{-\frac{l^2}{4m}}$$

となり種々の波長に對して第 5 圖の如くなる。即ち w_0' は $\frac{\sqrt{m}}{\pi} L_R = 0.6$ 附近で鋭い極大値を採り w_0 の 20 分の 1 位である。他の入射角について比較出来なかつたのは遺憾であるが大體の目安はこの例からうかゞへる。

第 5 圖



5. 地震記象の振動性に関する一考察

前節に於て彈性不均質により區劃された一個の地塊が地表にあれば, その地塊自身が入射地震波により擾亂振動を起す許りでなく, 之を源に自由レーレー波を四方に發散することを示した。この様なレーレー波はやがて近所の觀測點に到達して地震計に記象される。記象される時刻は地塊及び觀測點の位置と一次波の方向 (即ち震源の位置) により種々であるが, その觀測所に到達する一次波より早い事は絶対にあり得ない筈である。扱て地表が大小種々の地塊より成り立つて居るとすれば, 一觀測點に於ける地震計に一次波の記象とその觀測點を載せた地塊の擾亂振動と之に續いて遠

(1) 本文、§.2 参照

近各地塊より發散された擾亂レーレー波の記象とが描れ、之等レーレー波は、各方向、各距離からのものが干渉し合つて複雑にして永續性のある振動記象を與へる事になる⁽¹⁾。

一體地震記象の振動性（特に初期微動の夫）は古くよりの疑問であつて、之に對して震源より出發する時既に振動性を持つとする論や、衝撃的の波が地表に到達して始めて振動的になり、之はその土地の固有振動を誘發する爲であるとする論等があり、近年の傾向は後者を支持する向きが多い様である。處がこの固有振動なるものの機構が意外に難物で未だに十分な説が提出されて居らない次第である。この様な状態に於て上記の考察は少く共一應顧る必要があると思ふ。勿論、茲では數學的取扱ひの便宜上種々の假定を行つて擾亂も初めから甚だ小さいと假定して居るのであるから定量的な點迄吟味する事は出来ないが、之を基にして性質的に考へると振動記象は或る意味では土地の固有振動とも云へるかも知れないが、要するに前述の様に澤山の地塊より出た自由レーレー波⁽²⁾の集合であつて、一個の振動體の振動では無いとする假設も相當可能性がありさうに思ふのである。尙ほ一次波は周期的なものとしてあるが衝撃的としても議論の根本は變らぬ事は言ふ迄もない。

6. 結 論

地表の薄い層内に弱い不均質性がある場合に地震動の受ける影響を研究して、次の結果を得た。

1. 一次波が地表に對し SH の波やラブ波ならば影響がない。逆に誘發される擾亂は SH 波やラブ波であり得ない。
2. 地表附近のポアソンが一定で地下のものと同様なら、擾亂は皆無である。
3. 地表附近の物性配分が任意な場合、周期的な P, SV 或ひはレーレー波による擾亂の一般解を求めた。（第 2 節）
4. 格子狀に四方に一樣に擴がる物性分布（地塊）に依る共鳴の條件を調べた。（第 3 節）
5. 一個の圓形の地塊がある場合を吟味し、特に誘發されるレーレー波の特性を調べた。
6. 澤山の地塊の存在に依る誘發レーレー波を以て地震記象の振動性を解釋出來ると云ふ説を提示した。

最後に、本多博士外地震課の諸氏及び畏見廣野理學士の御鞭撻御教示に、又計算や製圖に御助力頂いた鈴木、高見兩嬢に夫々深甚の謝意を捧げます。

（昭和 16 年 8 月、於 中央氣象臺）

(1) 勿論地塊より發散されるのはレーレー波許りでない。實體波が地中に出て、之は屈曲して再び地表觀測點に點はれる。地中に發散される實體波の理論に就ては、最近廣野理學士の力作がある。（本誌に概要あり）

(2) 敢て地塊許りとは言はない。地形でも割れ目でも同じ作用をするであらう。地形の場合はその内發表し度いと思つて居る。